V 370.

# INLEIDING IN DE STEREOMETRIE

DOOR

DRS I. ABRAM
LEERAAR AAN HET BATAVIAASCH LYCEUM
VAN DE CARPENTIER-ALTING-STICHTING
TE BATAVIA



f 1,60

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.

BIJ J. B. WOLTERS' UITGEVERS-MAATSCHAPPIJ N.V.
GRONINGEN – DEN HAAG – BATAVIA – 1933
Gang Scott 5

PERPUSTAKAAN NASIONAL



BOEKDRUKKERIJ VAN J. B. WOLTERS

PERPUSTAKAAN NASIONAL R.I.
Tanggal : 28-6-2016
Nomor Induk : 244/PP-Museum/10
BIB - ID : 0010-0823017377
ITEM - ID : 00003795513
Asal : Museum Pusat

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

# VOORBERICHT.

Deze constructieve inleiding heeft de bedoeling het stereometrisch inzicht van de leerlingen te ontwikkelen, en is samengesteld omdat schrijver meent, dat de gewone systematische behandeling van de stereometrie vruchtbaarder zal worden, indien van te voren een voldoende mate van ruimte-inzicht is gekweekt.

Zij bevat een aantal eenvoudige constructies, die moeten worden uitgevoerd op de wijze zooals dit gebeurt in „Ruimte-constructies" door S. C. Th. v. d. Paardt en I. Abram.

Een beperkt aantal stellingen zijn, na een beroep op het voorstellingsvermogen, geformuleerd, maar niet bewezen. Behandeld zijn de onderlinge ligging van punt, lijn en vlak, doorsneden, het netwerk van de pyramide. Een ruime plaats is ingeruimd voor het teekenen van lichamen en eenige wentelings-vraagstukken zijn opgenomen.

Tot slot wil ik mijn hartelijken dank betuigen aan de Heeren S. C. Th. v. d. Paardt en J. Vogelesang, die het manuscript hebben doorgelezen en mij tot verbetering leidende opmerkingen deden toekomen, en aan den Heer P. Pijpers, die de teekeningen heeft uitgevoerd.

Batavia, 21 Februari 1933. I. ABRAM.

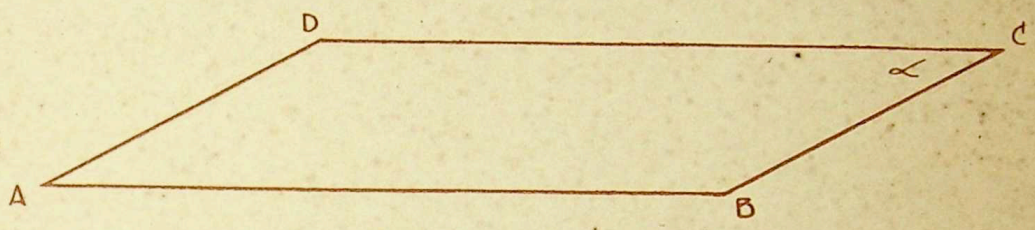
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

# HOOFDSTUK I.

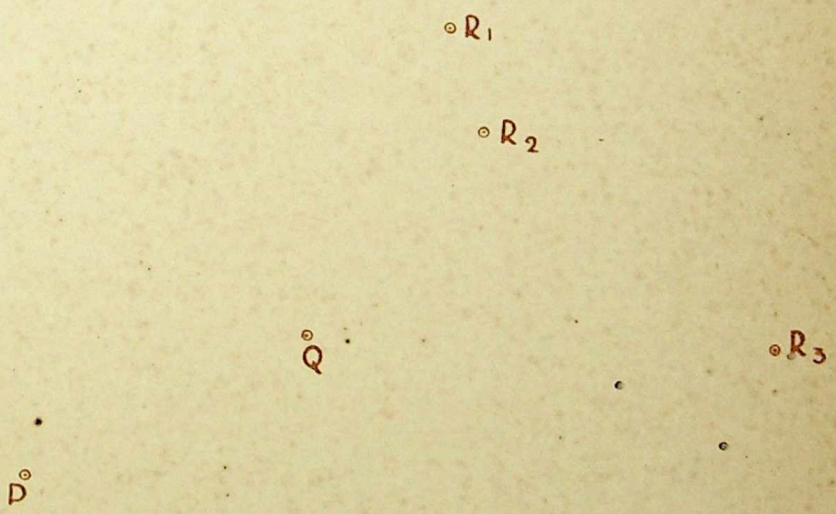
## ONDERLINGE LIGGING VAN PLATTE VLAKKEN, RECHTE LIJNEN EN PUNTEN IN DE RUIMTE.

1.




Een plat vlak $\alpha$ geeft men meestal aan door een parallelogramvormig deel ervan.
Kies op AD een punt P en op BC een punt Q en trek PQ.
Liggen nu alle punten van de rechte lijn PQ in $\alpha$?
Wij zien dus: liggen twee punten van een rechte lijn in een plat vlak, dan ligt die rechte lijn geheel in dat platte vlak.

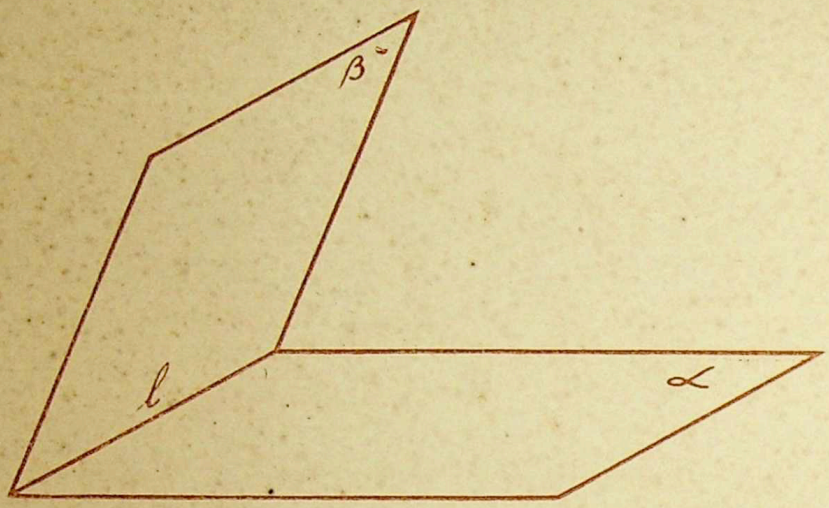
2.




Teeken een parallelogram, waarvan de drie punten P, Q en $R_1$ hoekpunten zijn.
Teeken ook nog een parallelogram, waarvan P, Q en $R_2$ en één waarvan P, Q en $R_3$ hoekpunten zijn.
Wij zien dus: 1e. door twee punten (of door een rechte lijn) kan men oneindig vele platte vlakken brengen;
2e. door drie niet op één rechte lijn gelegen punten (of door een rechte lijn en een punt er buiten) kan men één plat vlak brengen.

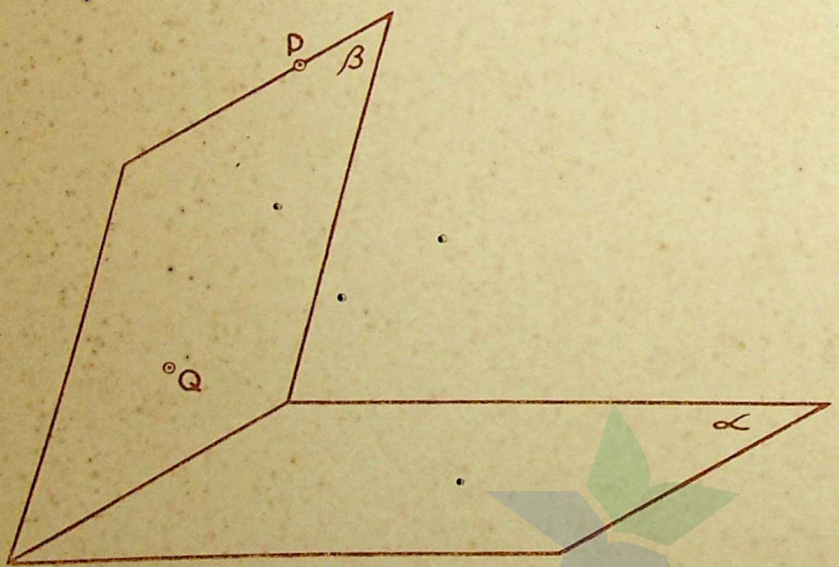
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

3.




Hier zijn twee platte vlakken $\alpha$ en $\beta$, die beide een zelfde rechte lijn $l$ bevatten.
Deze rechte lijn is dus de verzameling van alle punten die zoowel in het eene als in het andere vlak liggen.
Men zegt, dat deze twee platte vlakken elkaar volgens de rechte lijn $l$ snijden.
(Inplaats van plat vlak en rechte lijn zullen wij vaak van vlak en lijn spreken).

4.




*Geg.:* de vlakken $\alpha$ en $\beta$, P en Q liggen in $\beta$.

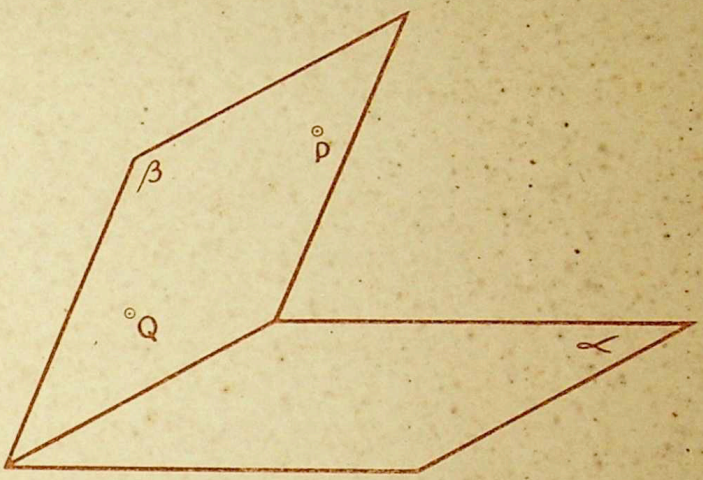
*Te bepalen:* het punt R, waar de rechte lijn PQ het platte vlak $\alpha$ ontmoet (het snijpunt van PQ en $\alpha$).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

5.

*Geg.:* de vlakken $\alpha$ en $\beta$,
P en Q in $\beta$.

*Gevr.:* het snijpunt van de lijn PQ en $\alpha$.

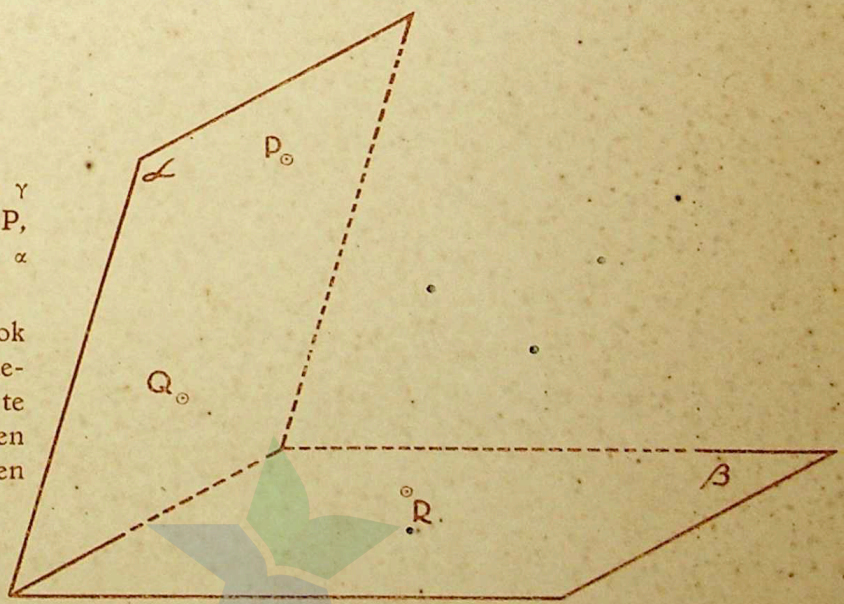



6.

*Geg.:* de vlakken $\alpha$ en $\beta$,
P en Q in $\alpha$,
R in $\beta$.

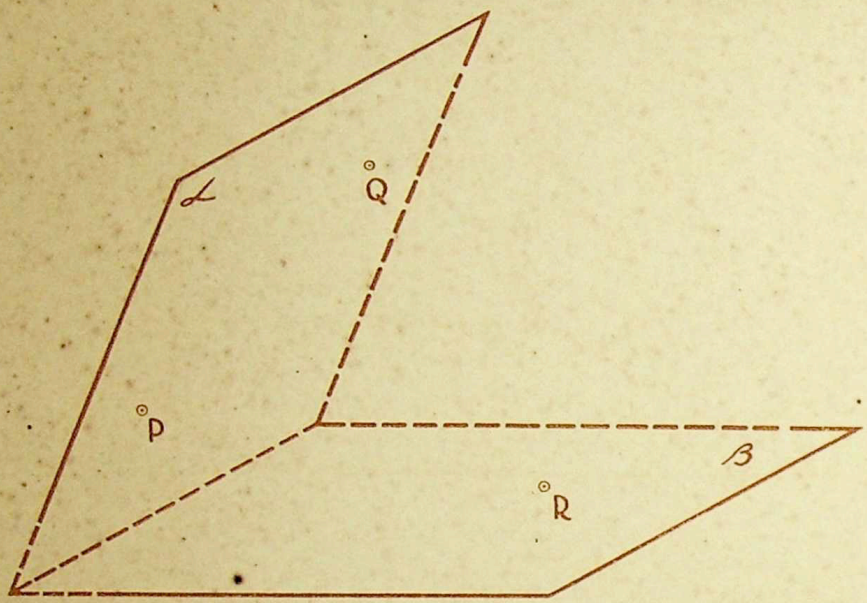
*Vraag:* Hoe snijdt het vlak $\gamma$ door de drie punten P, Q en R de vlakken $\alpha$ en $\beta$?

(Geef in deze teekening en ook in de volgende teekeningen de aan te brengen platte vlakken door parallelogrammen aan).




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

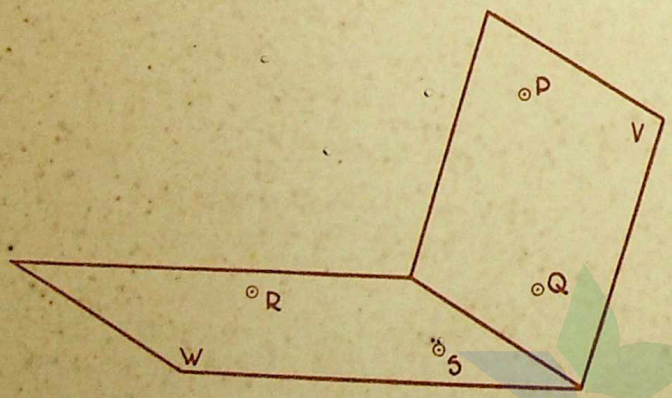
7.




*Geg.:* de vlakken $\alpha$ en $\beta$, P en Q in $\alpha$, R in $\beta$.

*Vraag:* Hoe snijdt het vlak $\gamma$ door de drie punten P, Q en R de vlakken $\alpha$ en $\beta$?

8.




*Geg.:* de vlakken V en W,
P en Q in V,
R en S in W.

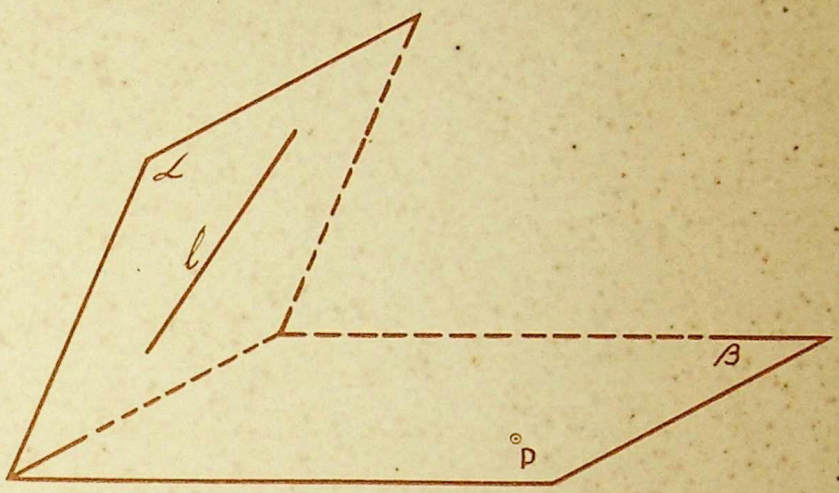
Toon aan, dat de vier punten P, Q, R en S niet in eenzelfde plat vlak liggen.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

9.

*Geg.:* de platte vlakken $\alpha$ en $\beta$, $l$ in $\alpha$, P in $\beta$.

*Gevr.:* de snijlijnen van het platte vlak door P en $l$ met $\alpha$ en $\beta$.

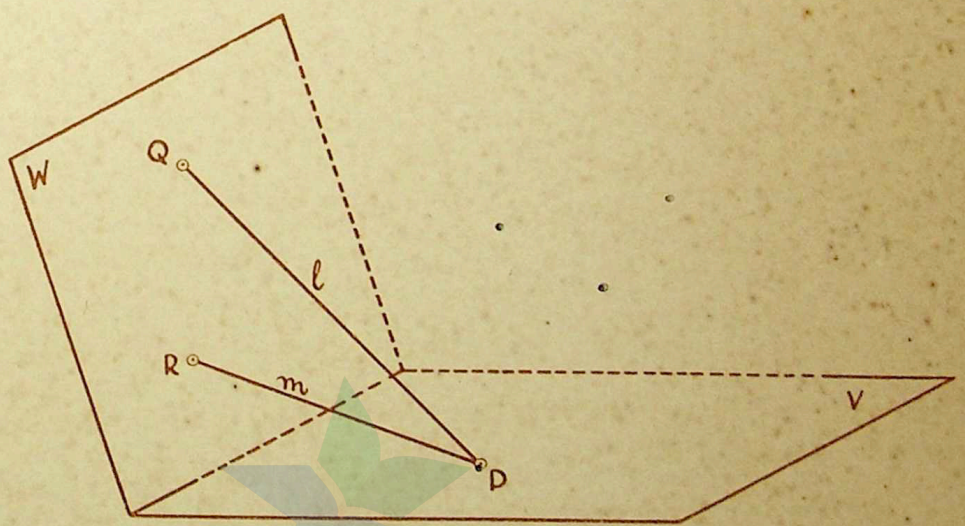



10.

*Geg.:* de vlakken V en W, en de twee elkaar in P snijdende rechten $l$ en $m$. P ligt in V. $l$ en $m$ snijden W in Q en R.

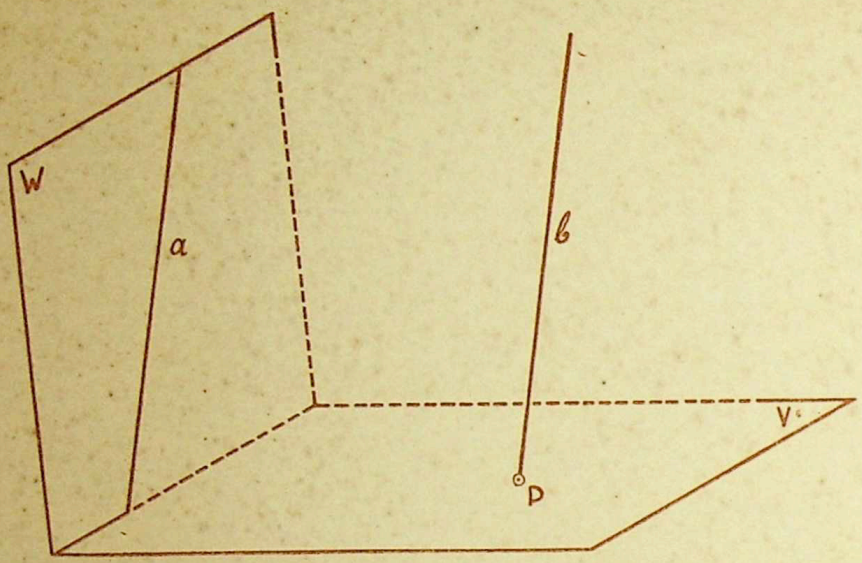
*Gevr.:* de snijlijnen van het vlak U door $l$ en $m$ met V en W.

Wij zien dus: door twee elkaar snijdende rechte lijnen kan men één plat vlak brengen.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

11.

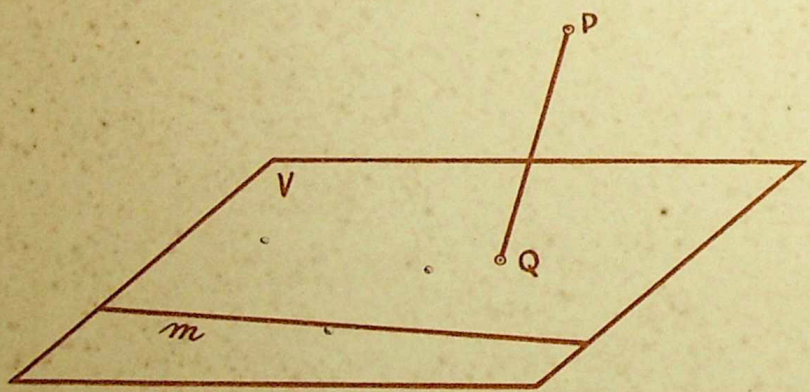



*Geg.:* de vlakken V en W en de evenwijdige lijnen *a* en *b*, *a* ligt in W, *b* snijdt V in P.

*Gevr.:* de snijlijn van het vlak U door *a* en *b* met V en W.

Wij zien dus: door twee evenwijdige rechte lijnen kan men één plat vlak brengen.

12.




Wij hebben nu gezien, dat men door twee elkaar snijdende rechte lijnen en ook door twee evenwijdige rechte lijnen een plat vlak kan brengen.

In fig. 12 hebben wij een plat vlak V met een lijn *m* er in geteekend.

Uit een punt P, dat buiten V ligt, is een lijn PQ naar V getrokken (Q ligt niet op *m*). Ga nu na, dat het onmogelijk is door PQ een plat vlak aan te brengen, dat ook de lijn *m* bevat.

*Definitie:* Als twee rechte lijnen in de ruimte zoo liggen, dat er geen plat vlak is, dat ze beide bevat, zegt men, dat die lijnen elkaar kruisen.

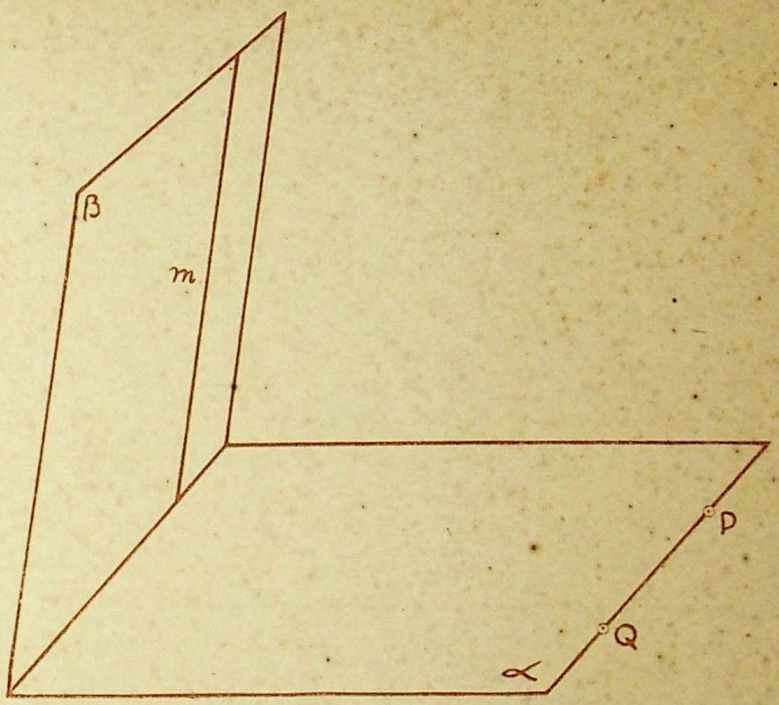
*Vraag:* Hoeveel punten hebben twee elkaar kruisende lijnen gemeen?

PERPUSTAKAAN
KON. DAT. GENOOTSCHAP VAN K. EN W.

13.

*Geg.:* de vlakken $\alpha$ en $\beta$,
P en Q in $\alpha$,
$m$ in $\beta$.

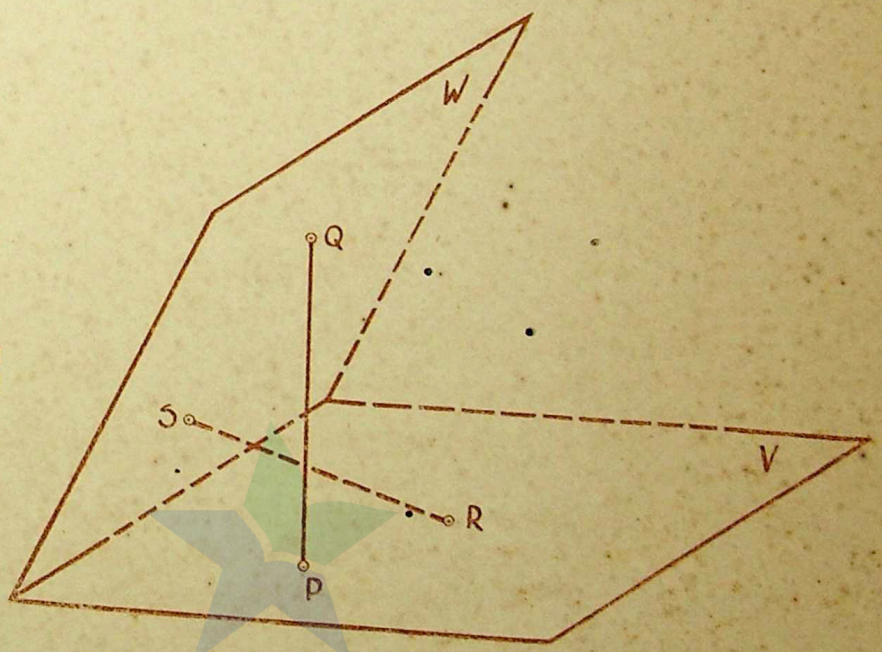
*Gevr.:* een lijn door P in $\alpha$, die $m$ snijdt,
een lijn door Q in $\alpha$, die $m$ kruist.




14.

*Geg.:* de vlakken V en W,
P en R in V,
Q en S in W.

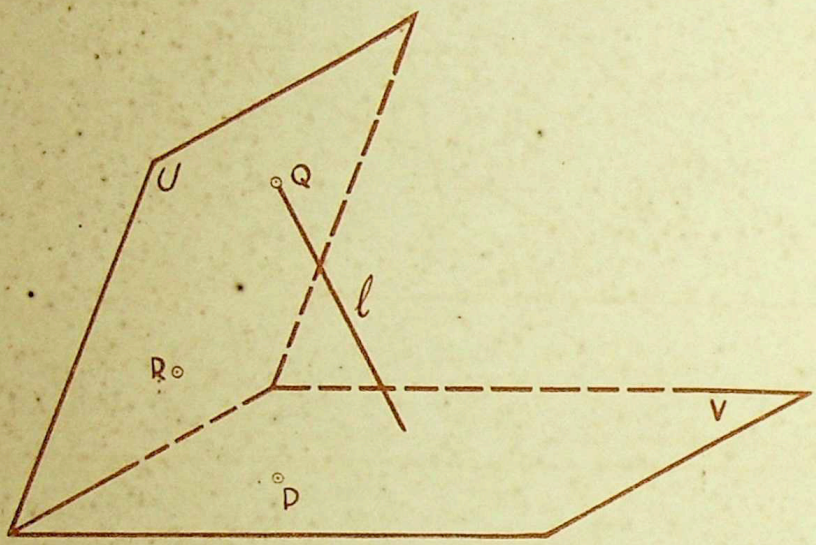
Toon door een teekening aan, dat PQ en RS elkaar kruisen.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

15.

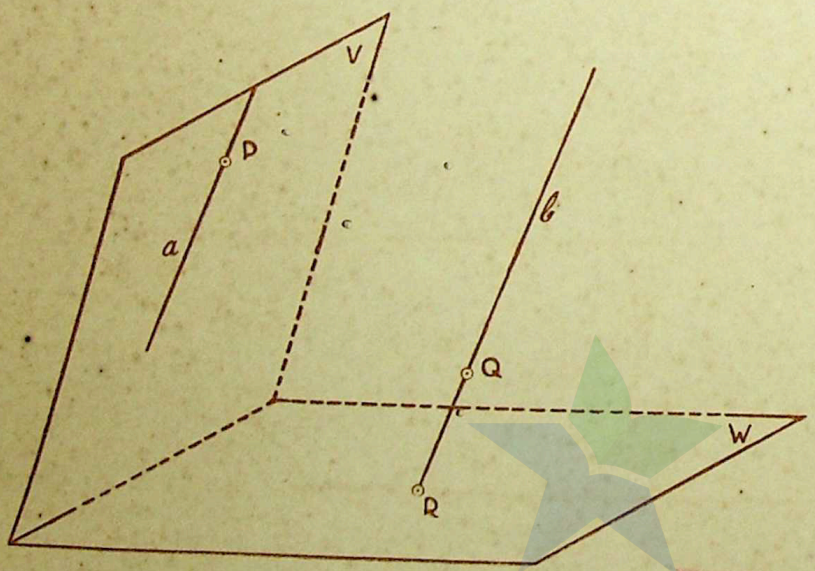
In de volgende opgaven moet vaak het snijpunt van een rechte lijn $l$ en een plat vlak V bepaald worden.
Dit gebeurt als volgt:
1e. breng door $l$ een plat vlak W;
2e. bepaal de snijlijn $m$ van V en W.
3e. bepaal het snijpunt X van $l$ en $m$. Dit is dan het gevraagde punt.
(Maak zelf een teekening).




*Geg.:* de platte vlakken U en V,
P in V, Q en R in U.
De lijn $l$ door Q ligt in het vlak door P, Q en R.

*Gevr.:* het snijpunt van $l$ en V.

16.




*Geg.:* de vlakken V en W en de evenwijdige lijnen $a$ en $b$,
$a$ ligt in V,
$b$ snijdt W in R,
P op $a$, Q op $b$.

*Gevr.:* het snijpunt van PQ met W.

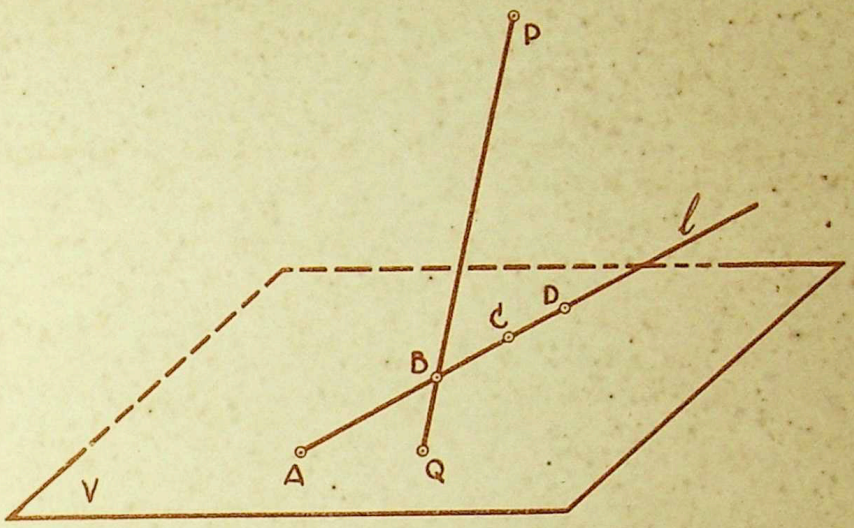
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

17.

*Geg.:* de lijn *l* snijdt vlak V in A. De punten B, C en D liggen op *l*. PB snijdt V in Q.

*Gevr.:* de snijpunten van PC en PD met V.

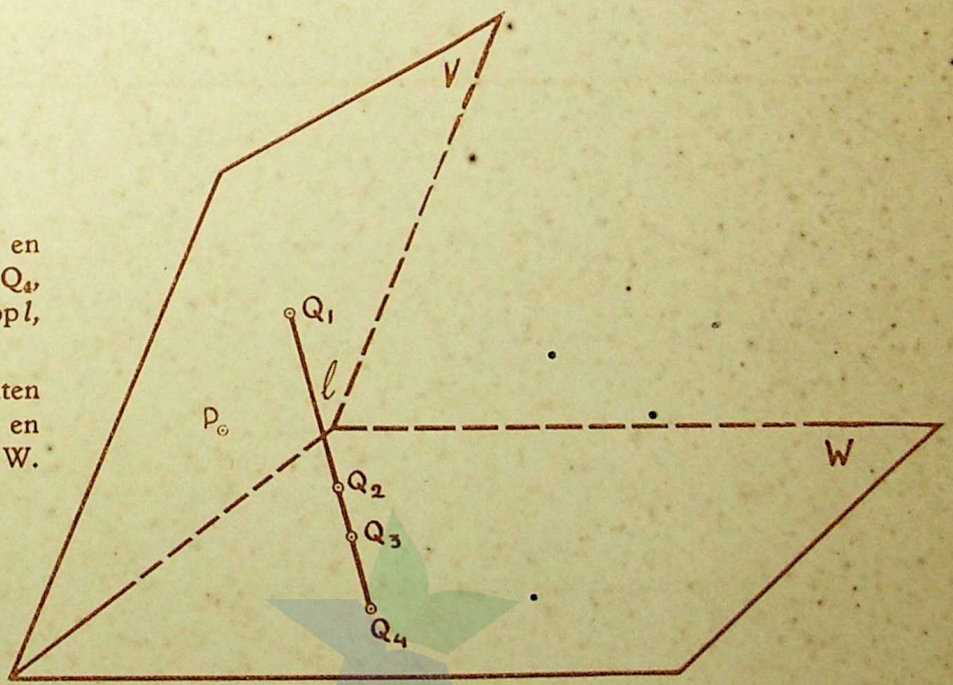
Onthoud dus: alle rechte lijnen, uit een punt P naar een niet door P gaande rechte lijn *l* getrokken, liggen in één plat vlak.




18.

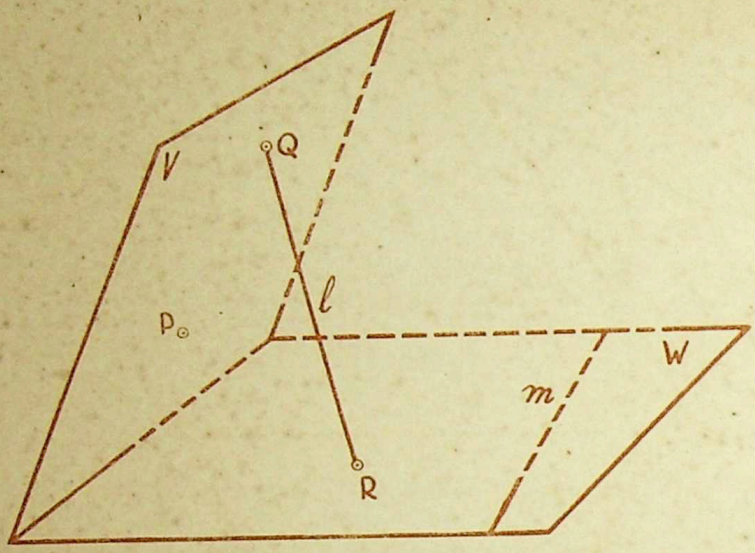
*Geg.:* *l* snijdt V en W in $Q_1$ en $Q_4$, $Q_2$ en $Q_3$ op *l*, P in V.

*Gevr:* de snijpunten van $PQ_2$ en $PQ_3$ met W.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

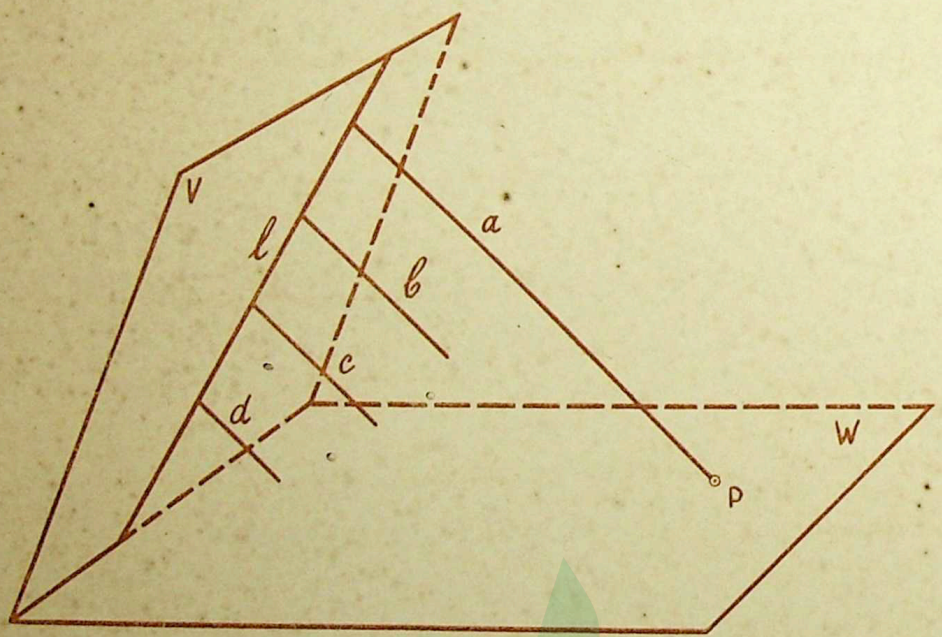
19.




*Geg.:* de lijn *l* snijdt de vlakken V en W in Q en R, P in V en *m* in W.

*Gevr.:* een lijn door P, die *l* en ook *m* snijdt.

20.




*Geg.:* *l* in V, de evenwijdige lijnen *a*, *b*, *c* en d snijden *l*, *a* snijdt W in P.

*Gevr.:* de snijpunten van *b*, *c* en *d* met W.

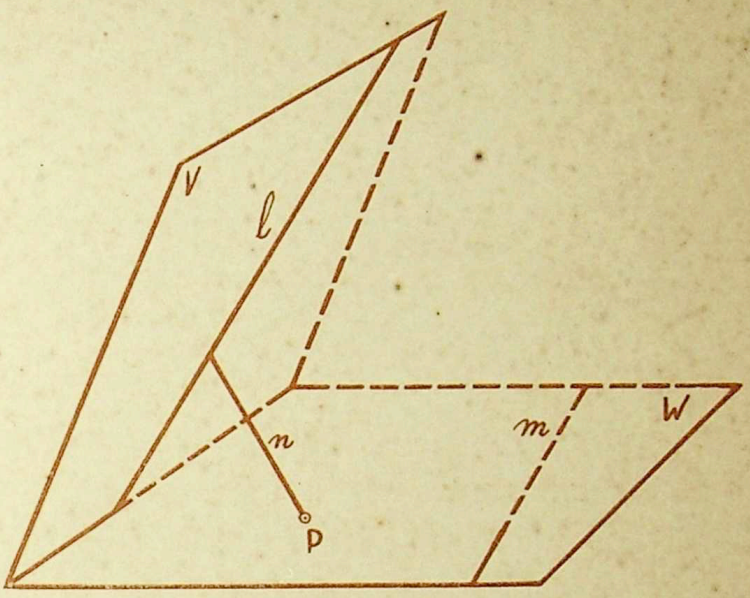
Wij hebben dus gezien:
Snijden een stel evenwijdige lijnen een zelfde rechte lijn, dan liggen ze alle in één plat vlak.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

21.

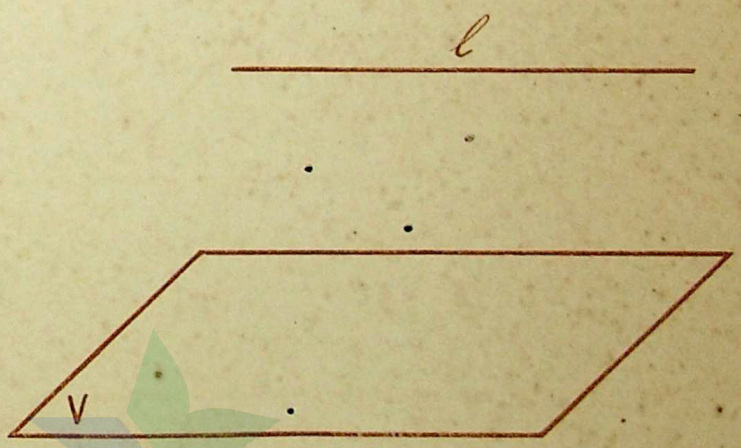
*Geg.:* $l$ in V,
$m$ in W,
$n$ snijdt $l$,
$n$ snijdt W in P.

*Gevr.:* een lijn, evenwijdig met $n$, die de kruisende lijnen $l$ en $m$ snijdt.



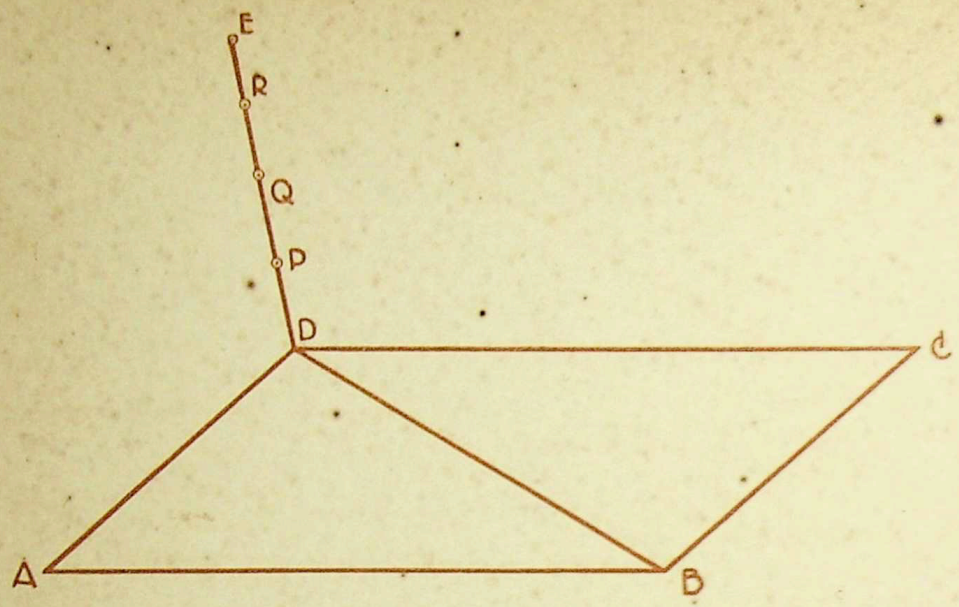

22.

*Def.:* Als een rechte lijn en een plat vlak, hoe ver ze ook uitgebreid worden, geen punt gemeen hebben, zegt men, dat ze evenwijdig met elkaar zijn.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

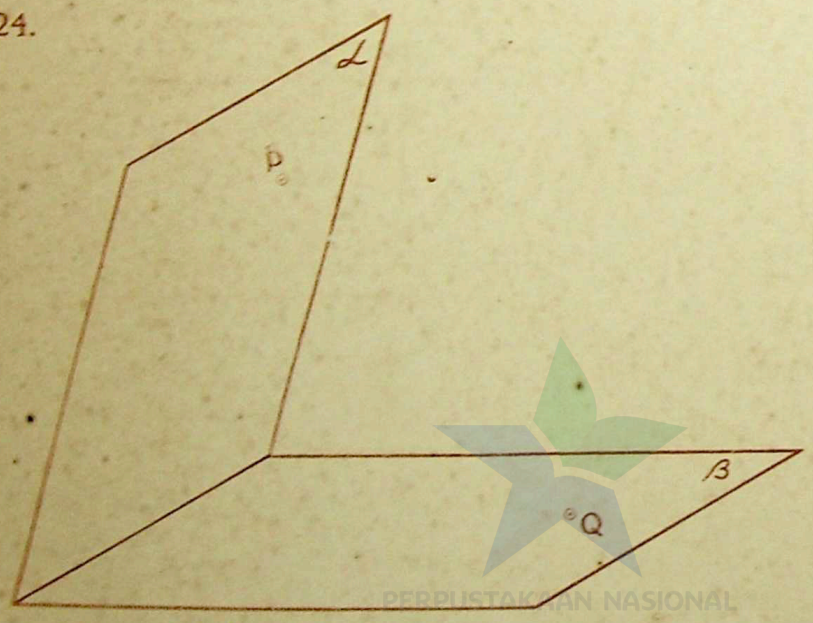
23.




*Geg.:* een plat vlak ABCD.
De lijn DE buiten dit vlak met de punten P, Q en R er op.

Teeken nu parallelogrammen ADEF, CDEG en BDEH.
Teeken dan
*a*) in vlak ADEF een lijn door P evenwijdig aan DA.
*b*) in vlak CDEG een lijn door Q evenwijdig aan DC.
*c*) in vlak BDEH een lijn door R evenwijdig aan DB.
De door P, Q en R getrokken lijnen hebben nu geen enkel punt gemeen met vlak ABCD.
Wij vinden dus als kenmerk voor de evenwijdigheid van een lijn en een vlak:
Een buiten een vlak gelegen rechte lijn is evenwijdig met dat vlak als ze evenwijdig is mét een rechte in dat vlak.

24.

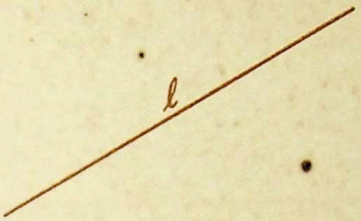



*Geg.:* P in $\alpha$ en Q in $\beta$.

*Gevr.:* 1°. een lijn $l$ in $\alpha$, die door P gaat en evenwijdig is met $\beta$.
2°. een lijn $m$ in $\beta$, die door Q gaat en evenwijdig is met $\alpha$.

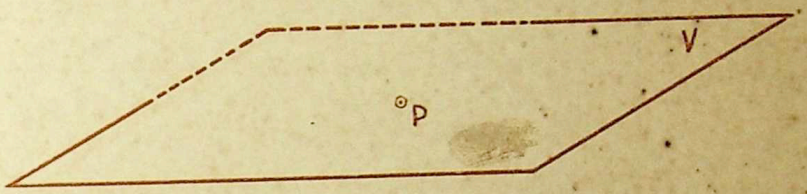
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

25.




*Geg.:* $l \parallel V$,
P in V.

*Gevr.:* de snijlijn $n$ van het vlak door P en $l$ met V.

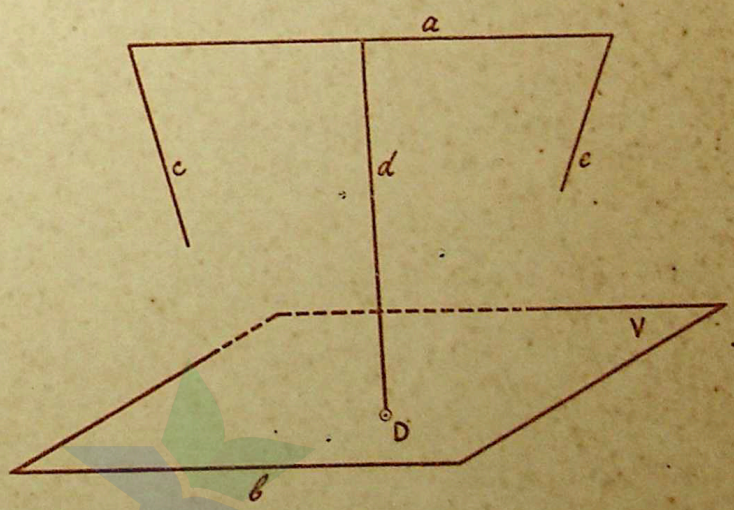



Wij zien dus:
Brengt men door een lijn $l$, die evenwijdig is met een vlak V, een vlak W, dat V snijdt, dan is de snijlijn evenwijdig met $l$.

26.

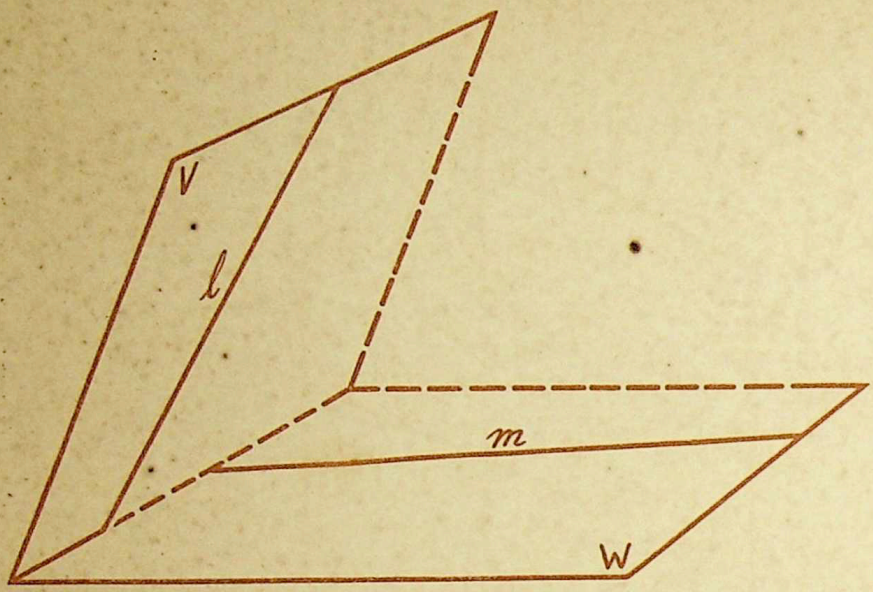
*Geg.:* $a \parallel$ met de lijn $b$ in V,
$a$, $c$, $d$ en $e$ liggen in één vlak,
$d$ snijdt V in D.

*Gevr.:* de snijpunten van $c$ en $e$ met V.




PERPUSTAKAAN NASIONAL

27.



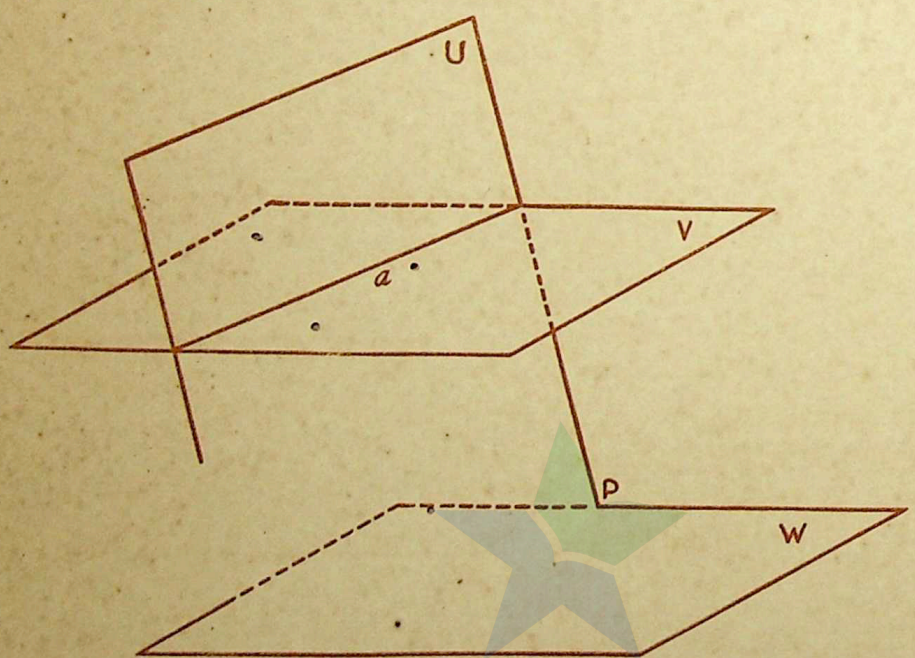

*Geg.:* $l$ in V,
$m$ in W.

*Gevr.:* de snijlijn van een vlak door $l$ evenwijdig aan $m$, met de vlakken V en W.

Wij zien: Zijn $l$ en $m$ twee elkaar kruisende lijnen, dan kan men door $l$ één vlak brengen evenwijdig aan $m$.

28.

Evenwijdige vlakken zijn vlakken, die, hoe ver ze ook uitgebreid worden, geen enkel punt gemeen hebben.




*Geg.:* V // W,
U snijdt V volgens $a$,
P is een punt van de snijlijn $b$ van U en W.

*Gevr.:* de snijlijn $b$.

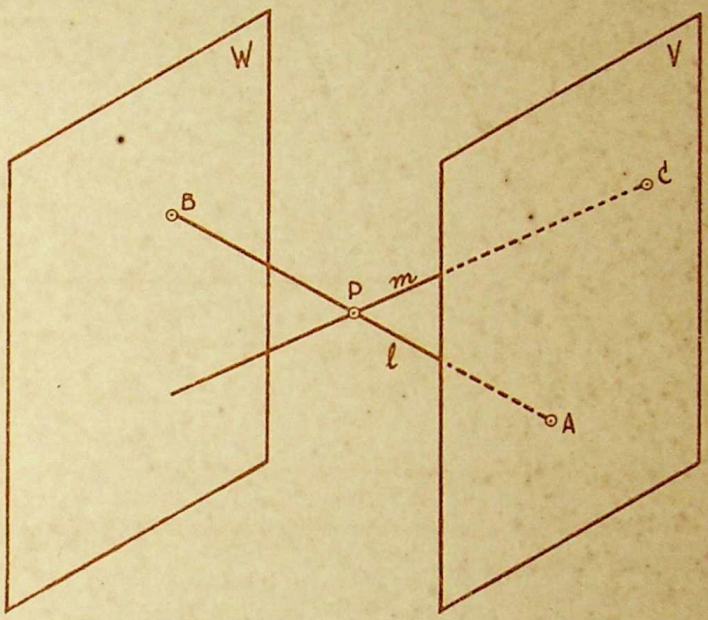
Wij zien dus:
Worden twee evenwijdige vlakken door een derde vlak gesneden, dan zijn de beide snijlijnen evenwijdig.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

29.

*Geg.:* V // W,
*l* en *m* snijden elkaar in P,
*l* snijdt V en W in A en B,
*m* snijdt V in C.

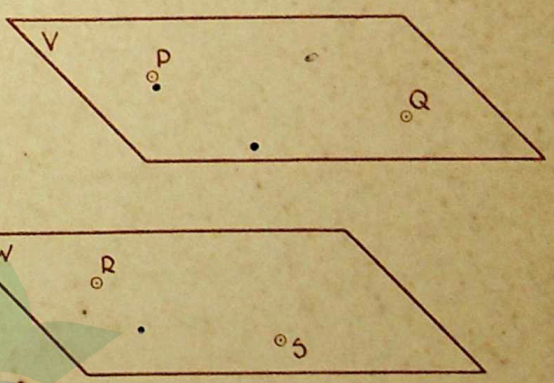
*Gevr.:* het snijpunt D van *m* met W.




30.

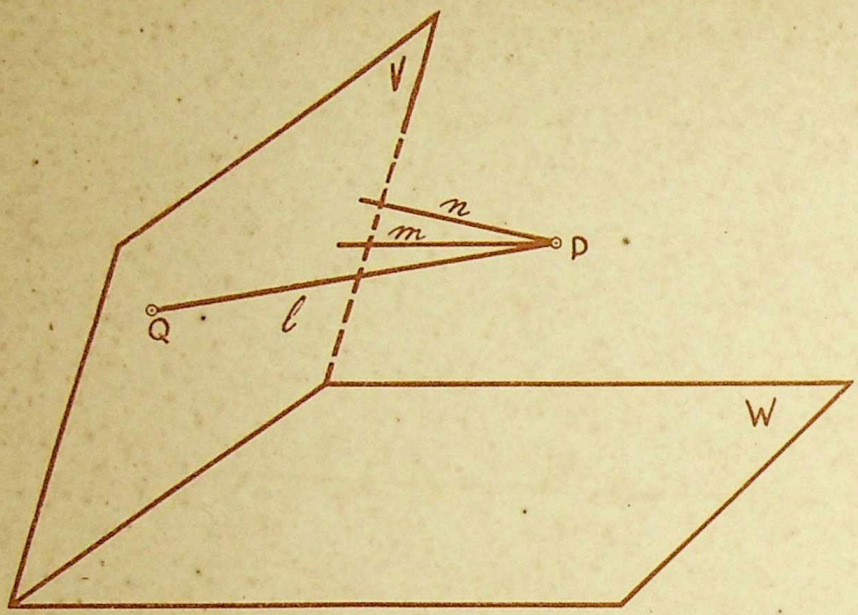
*Geg.:* V // W,
P en Q in V,
R en S in W.

Toon aan, dat de vier punten P, Q, R en S *niet* in één plat vlak liggen.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

31.

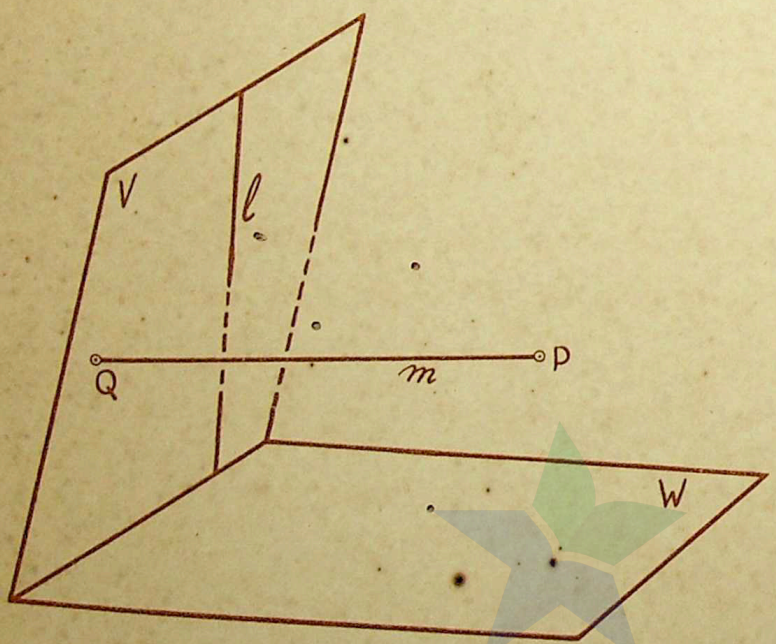



*Geg.:* de lijnen $l$, $m$ en $n$ door P zijn evenwijdig met W, $l$ snijdt V in Q.

*Gevr.:* de snijpunten van $m$ en $n$ met V.

Wij zien dus:
Trekt men door een punt P buiten een vlak W lijnen evenwijdig aan dat vlak, dan liggen al die lijnen in één vlak, dat evenwijdig is met W.

32.

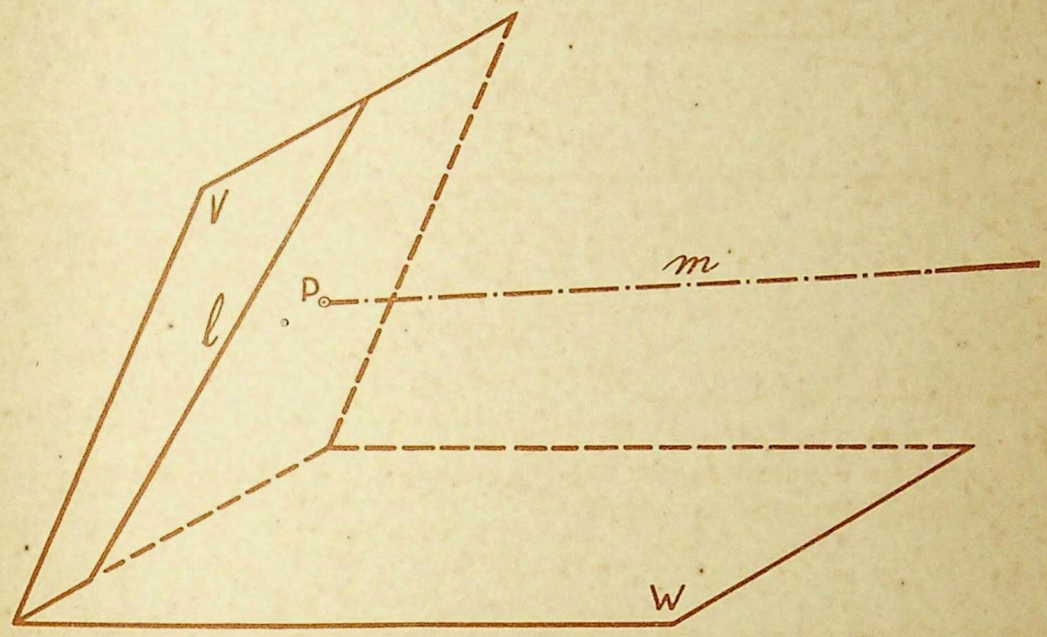



*Geg.:* $l$ in V, de lijn $m$ door P is evenwijdig met W en snijdt V in Q.

*Gevr.:* een lijn door P evenwijdig met W, die $l$ snijdt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

33.




*Geg.:* $l$ in V,
$m$ // W,
$m$ snijdt V in P.

*Gevr.:* de snijlijnen van de evenwijdige vlakken door $l$ en $m$ met V en W.

Wij zien: door twee elkaar kruisende lijnen kan men slechts op één wijze twee evenwijdige vlakken brengen.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

# HOOFDSTUK II.

## LICHAMEN.

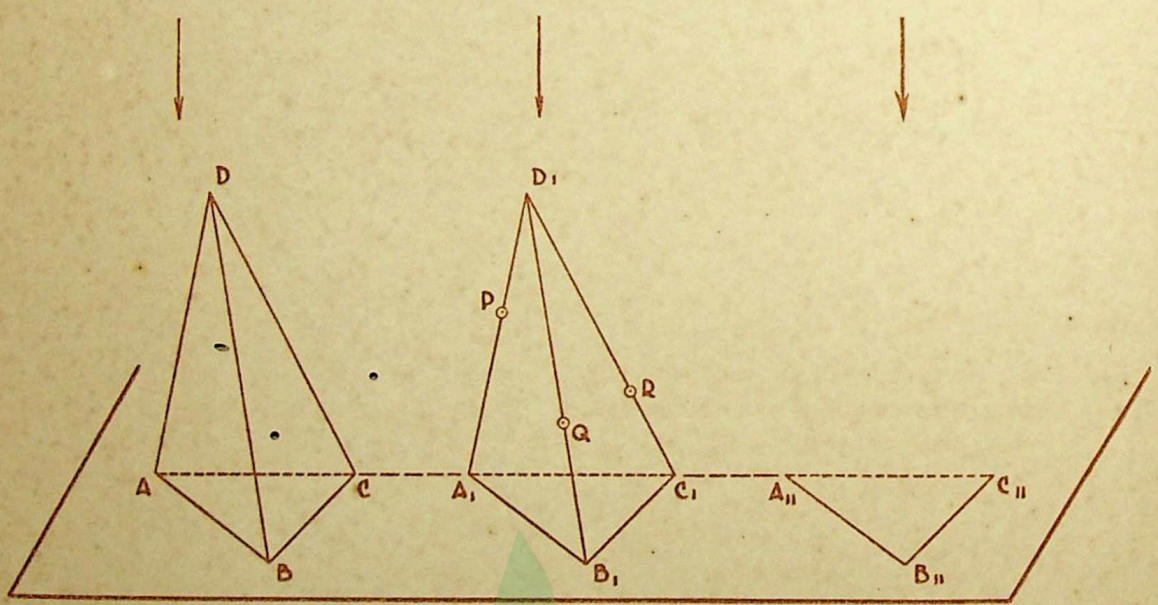
### A. DE PYRAMIDE. — DOORSNEDEN.

34.

Dit is een driezijdige pyramide DABC.
Welk vlak zouden wij het grondvlak noemen?
Wat zijn de drie opstaande zijvlakken?

Teeken de doorsnede van de pyramide D,A,B,C, met een vlak door de punten P, Q en R, die op de ribben D,A,, D,B, en D,C, liggen.

Verschuif het onderste der afgesneden deelen naar den stand A,,B,,C,,P,,Q,,R,,.

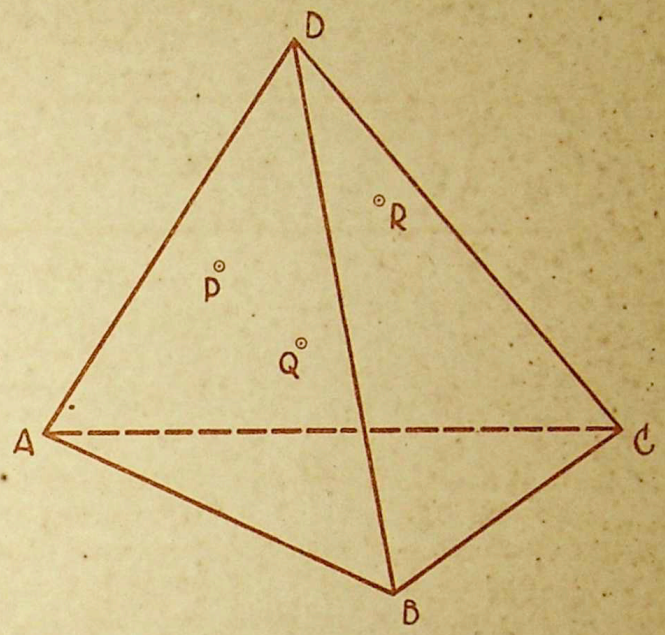



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

35.

*Geg.:* de driezijdige pyramide DABC,
P en Q in vlak DAB,
R in vlak DBC.

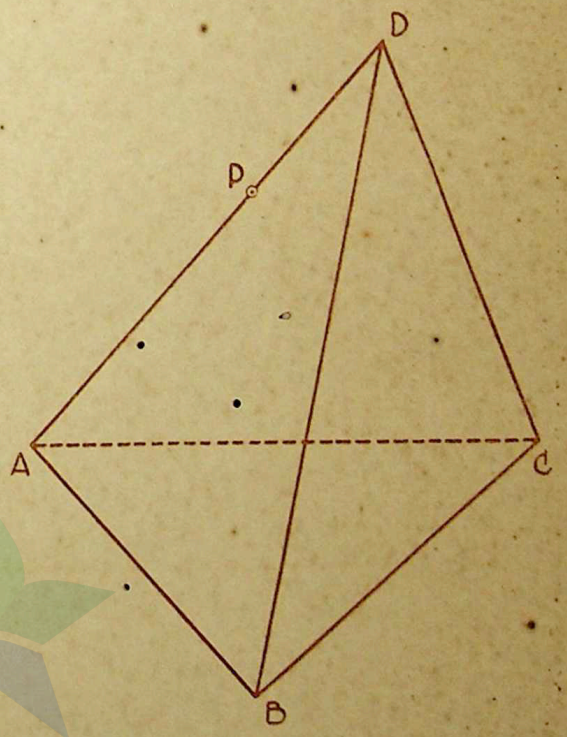
*Gevr.:* de doorsnede van het vlak door P, Q en R met de pyramide.




36.

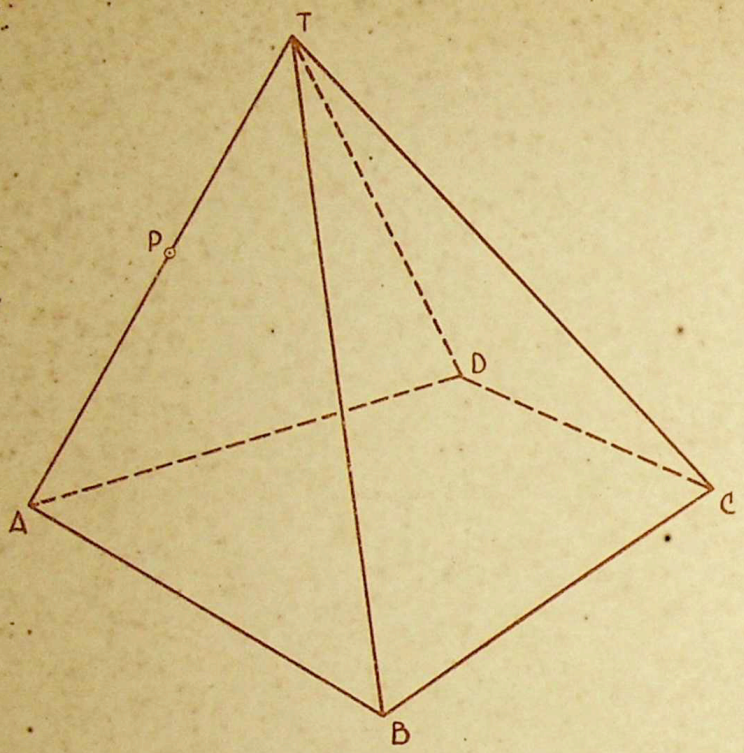
*Geg.:* pyr. DABC, P op DA.

*Gevr.:* de doorsnede PQR van het vlak door P evenwijdig aan het grondvlak, met de pyramide.
Is △ PQR ∾ △ ABC?




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

37.




*Geg.:* de vierzijdige pyr. TABCD (verklaar den naam), P op TA.

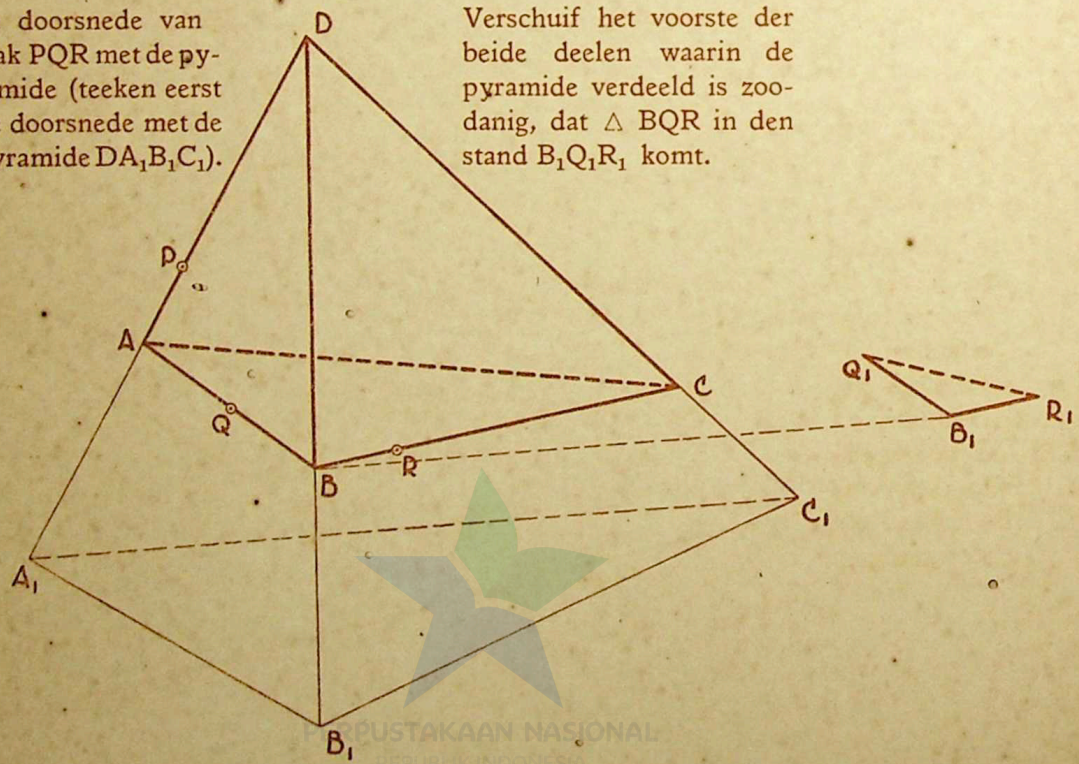
*Gevr.:* de doorsnede PQRS van het vlak door P evenwijdig aan het grondvlak, met de pyramide.

Teeken ook de snijlijn van vlak PQRS met vlak TBD. Is □ PQRS gelijkvormig met □ ABCD?

38. *Geg.:* pyr. DABC, P, Q en R op DA, AB en BC.

*Gevr.:* de doorsnede van vlak PQR met de pyramide (teeken eerst de doorsnede met de pyramide $DA_1B_1C_1$).

Verschuif het voorste der beide deelen waarin de pyramide verdeeld is zoodanig, dat △ BQR in den stand $B_1Q_1R_1$ komt.

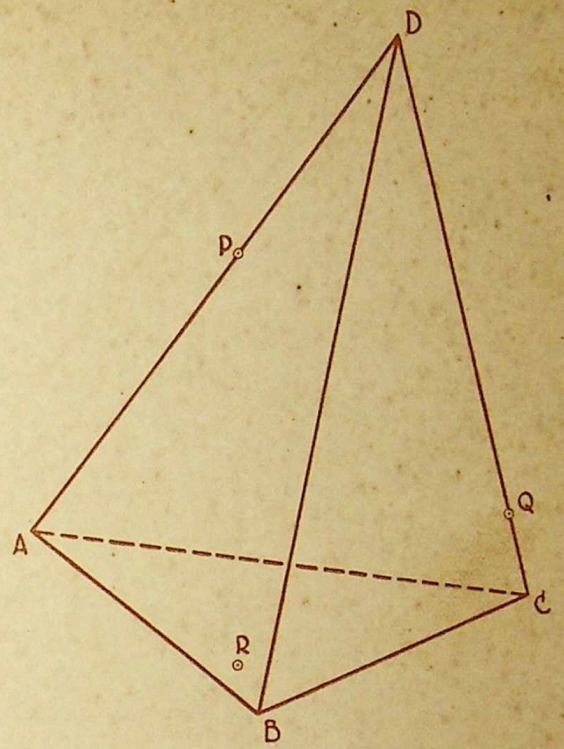



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

39.

*Geg.:* pyr. DABC,
P op AD,
Q op CD,
R in vlak ABC.

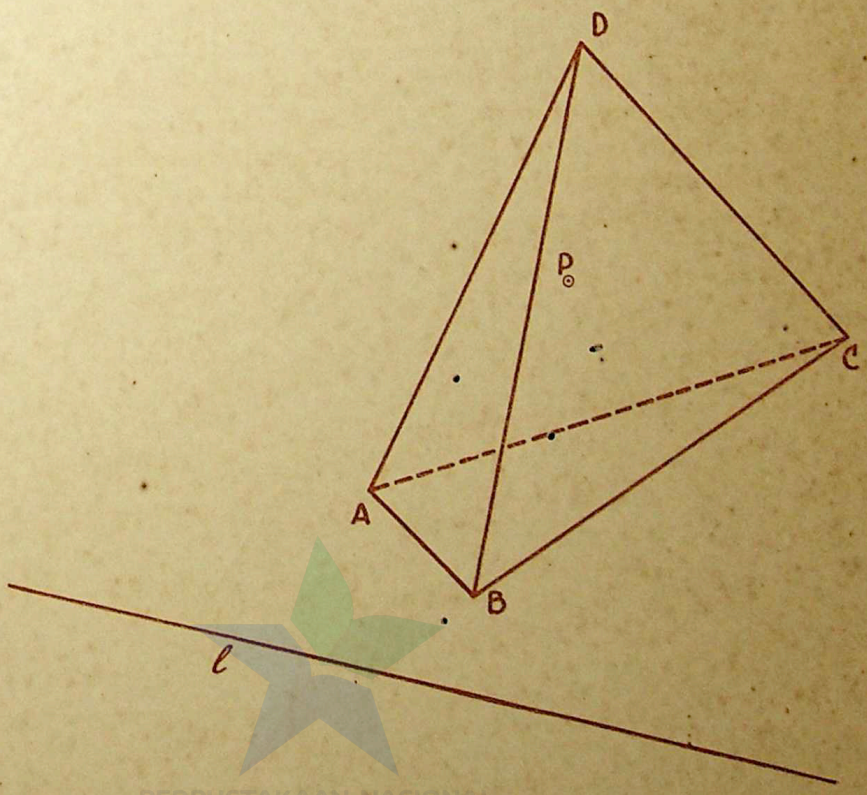
*Gevr.:* de doorsnede van het vlak PQR met de pyramide.




40.

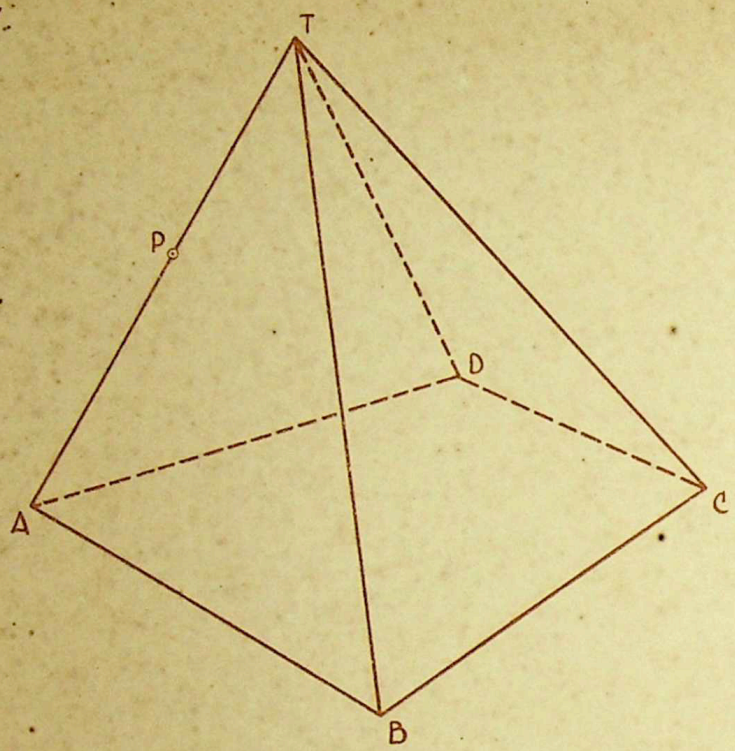
*Geg.:* pyr. DABC, P in vlak ACD,
$l$ in vlak ABC.

*Gevr.:* 1°. de snijpunten van $l$ met de (zoo noodig uitgebreide) zijvlakken der pyramide.
2°. de doorsnede van het vlak door P en $l$ met de pyramide.




PERPUSTAKAAN NASIONAL

37.




*Geg.:* de vierzijdige pyr. TABCD (verklaar den naam), P op TA.

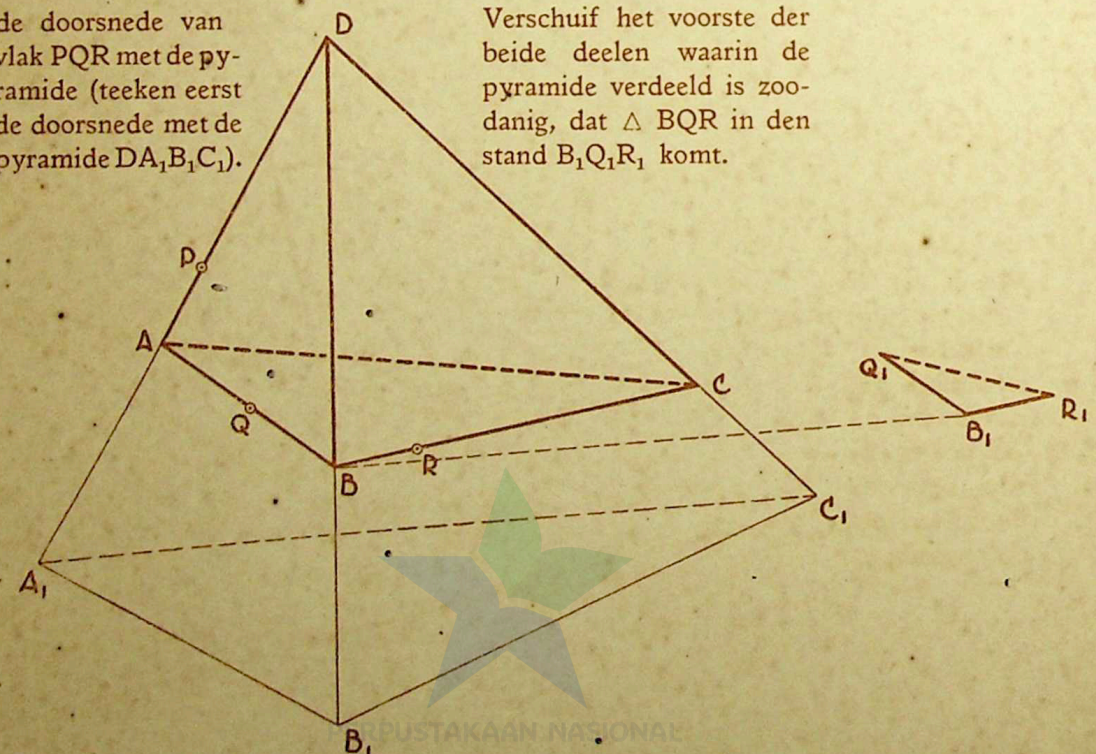
*Gevr.:* de doorsnede PQRS van het vlak door P evenwijdig aan het grondvlak, met de pyramide.

Teeken ook de snijlijn van vlak PQRS met vlak TBD. Is □ PQRS gelijkvormig met □ ABCD?

38. *Geg.:* pyr. DABC, P, Q en R op DA, AB en BC.

*Gevr.:* de doorsnede van vlak PQR met de pyramide (teeken eerst de doorsnede met de pyramide $DA_1B_1C_1$).

Verschuif het voorste der beide deelen waarin de pyramide verdeeld is zoodanig, dat △ BQR in den stand $B_1Q_1R_1$ komt.

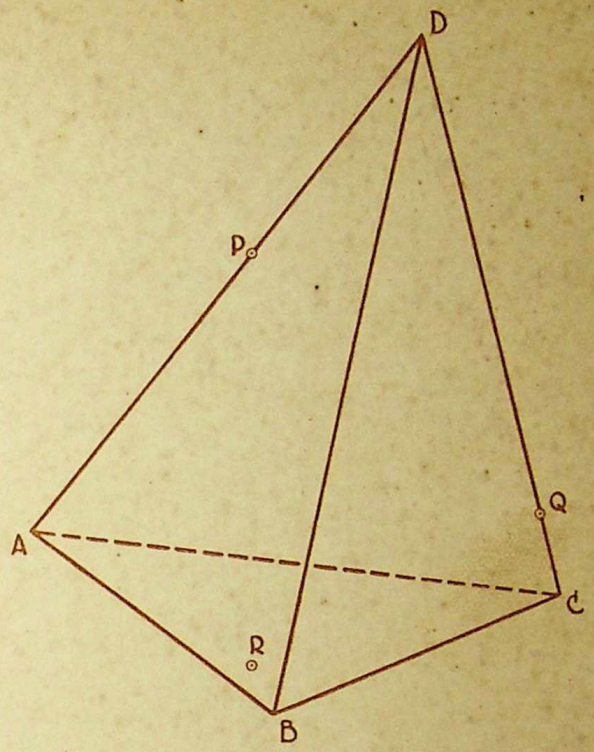



PERPUSTAKAAN NASIONAL

39.

*Geg.:* pyr. DABC,
P op AD,
Q op CD,
R in vlak ABC.

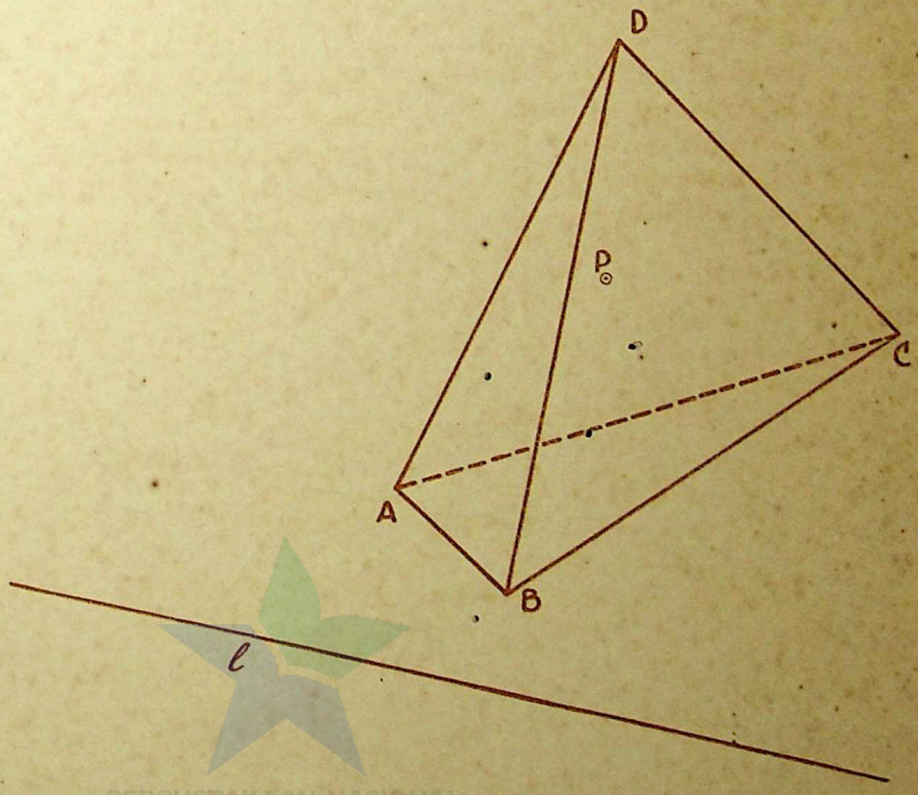
*Gevr.:* de doorsnede van het vlak PQR met de pyramide.




40.

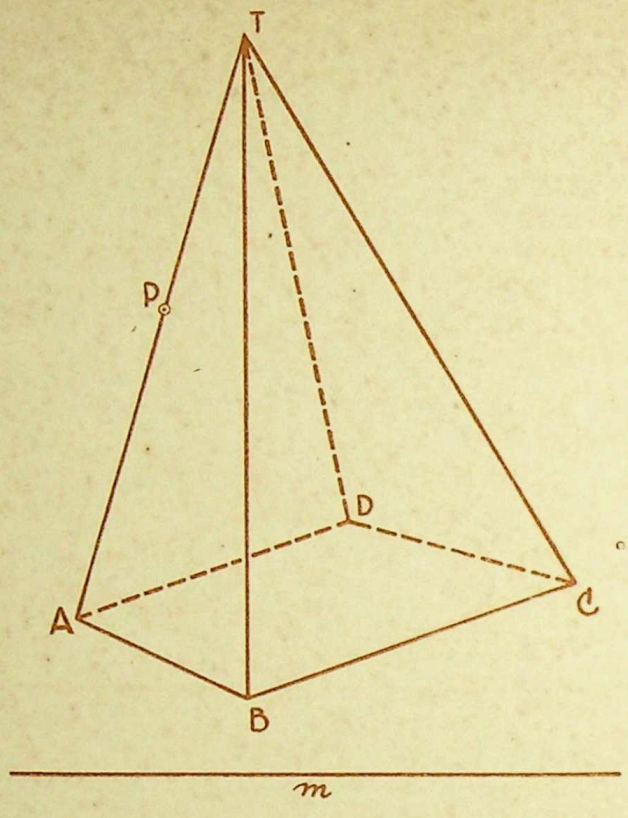
*Geg.:* pyr. DABC, P in vlak ACD,
$l$ in vlak ABC.

*Gevr.:* 1°. de snijpunten van $l$ met de (zoo noodig uitgebreide) zijvlakken der pyramide.
2°. de doorsnede van het vlak door P en $l$ met de pyramide.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

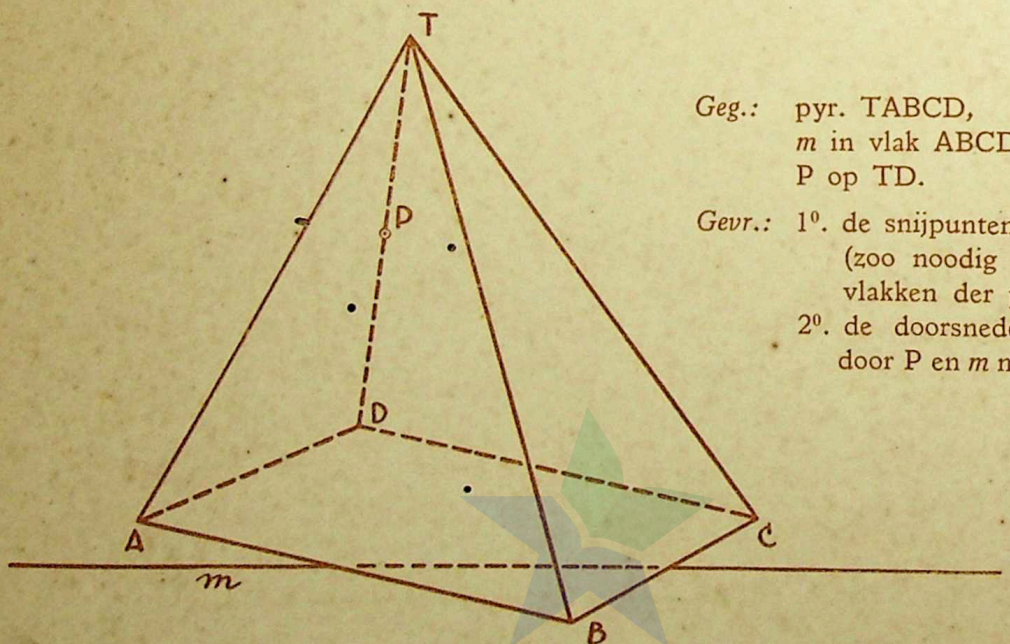
41.




*Geg.:*
pyr. TABCD,
*m* in vlak ABCD,
P op TA.

*Gevr.:*
1°. de snijpunten van *m* met de vlakken TAB, TBC en TBD.
2°. de doorsnede van het vlak door P en *m* met de pyramide.

42.




*Geg.:* pyr. TABCD,
*m* in vlak ABCD,
P op TD.

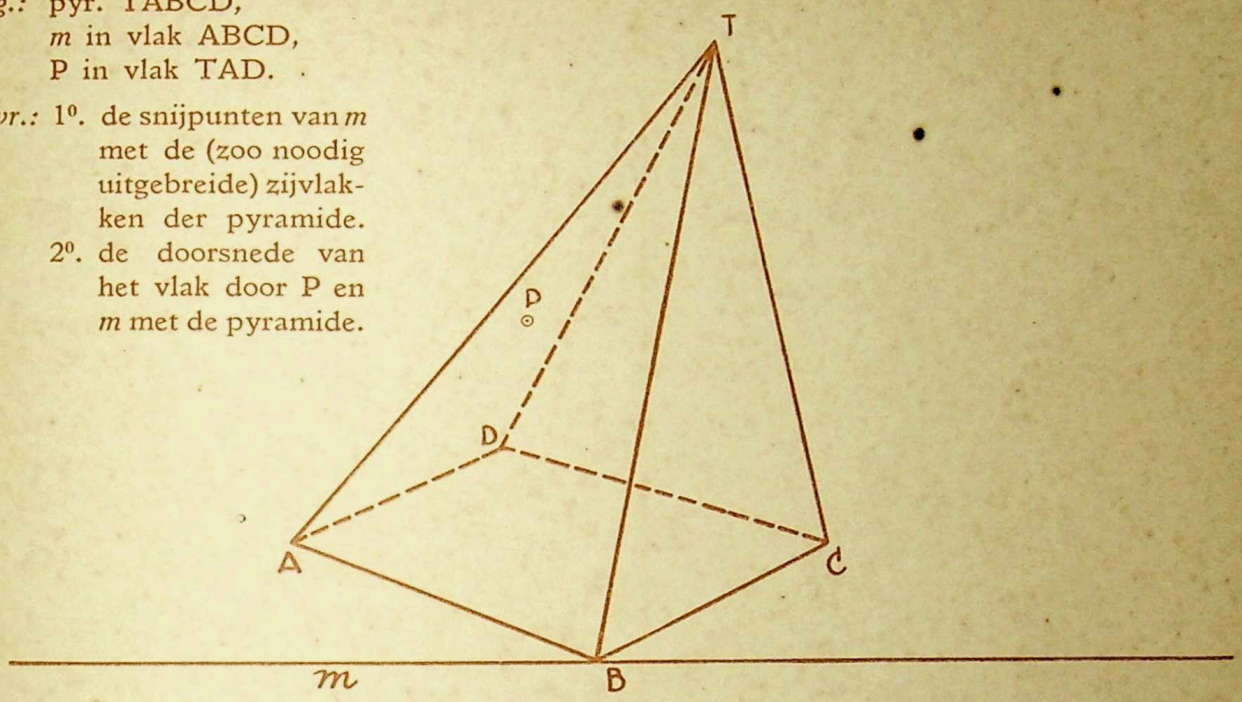
*Gevr.:* 1°. de snijpunten van *m* met de (zoo noodig uitgebreide) zijvlakken der pyramide.
2°. de doorsnede van het vlak door P en *m* met de pyramide.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

43.

*Geg.:* pyr. TABCD,
*m* in vlak ABCD,
P in vlak TAD.

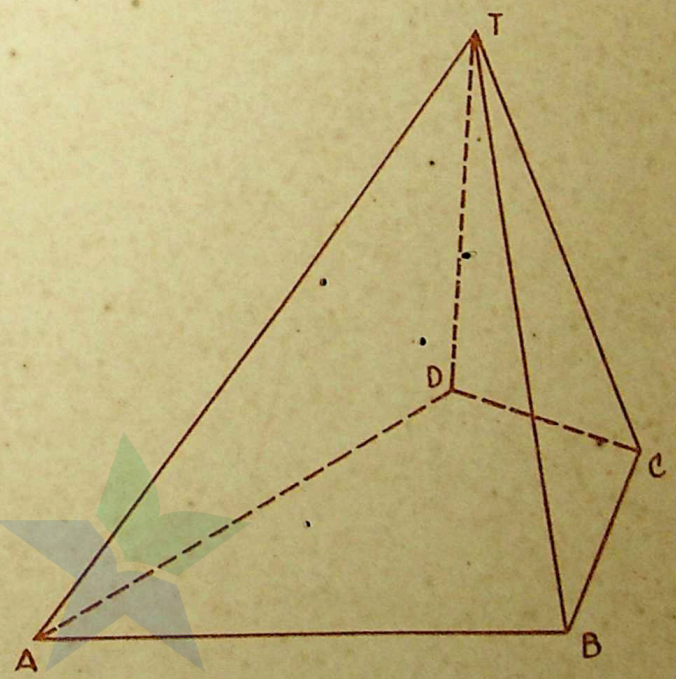
*Gevr.:* 1°. de snijpunten van *m* met de (zoo noodig uitgebreide) zijvlakken der pyramide.
2°. de doorsnede van het vlak door P en *m* met de pyramide.




44.

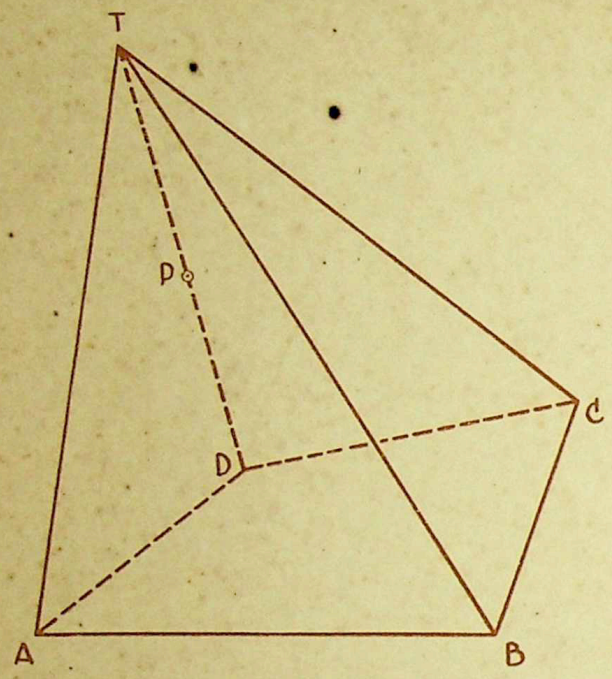
*Geg.:* pyr. TABCD.

*Gevr.:* de snijlijn der beide vlakken TAD en TBC.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

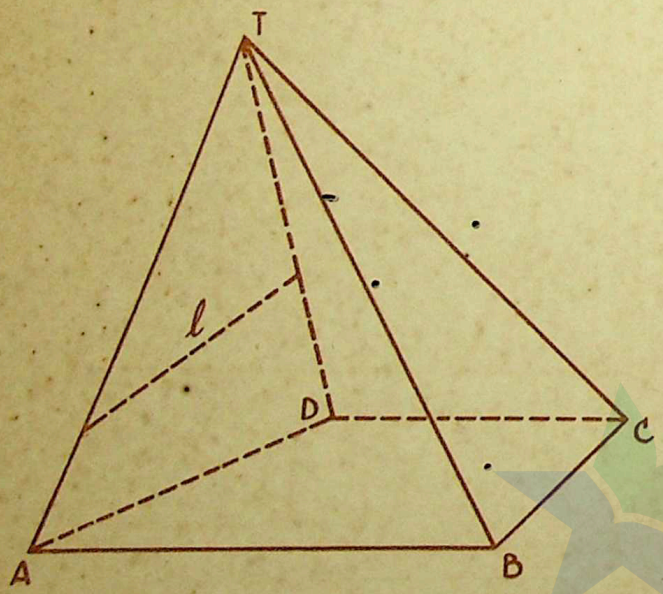
45.




*Geg.:* pyr. TABCD,
P op TD.

*Gevr.:* het snijpunt der vlakken TAD, TBC en ABP.

46.




*Geg.:* pyr. TABCD,
$l$ in TAD.

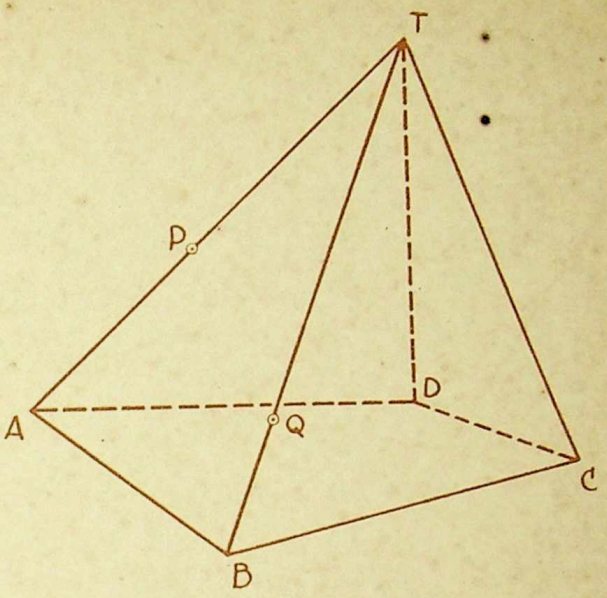
*Gevr.:* een lijn door B in TBC, die $l$ snijdt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

47.

*Geg.:* pyr. TABCD,
P op TA, Q op TB.

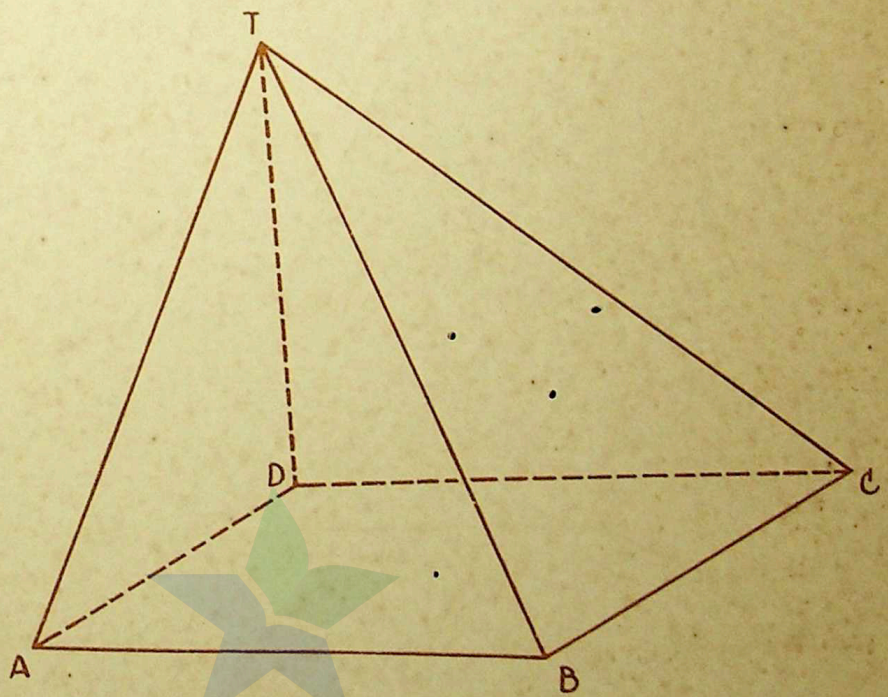
*Gevr.:* door P en Q evenwijdige lijnen te teekenen in de zijvlakken TAD en TBC.




48.

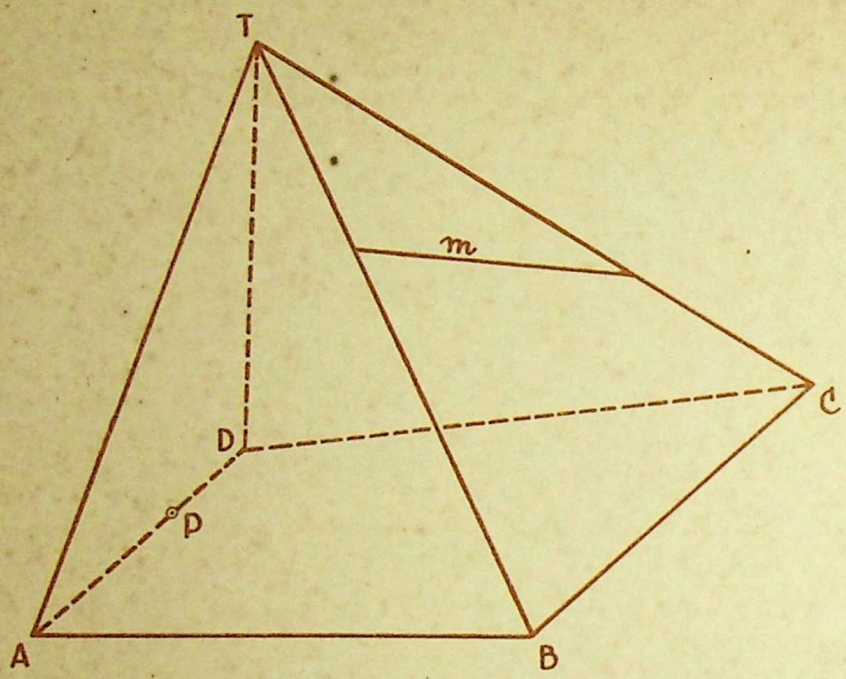
*Geg.:* pyr. TABCD
(AD // BC).

*Gevr.:* de snijlijn van de vlakken TAD en TBC.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

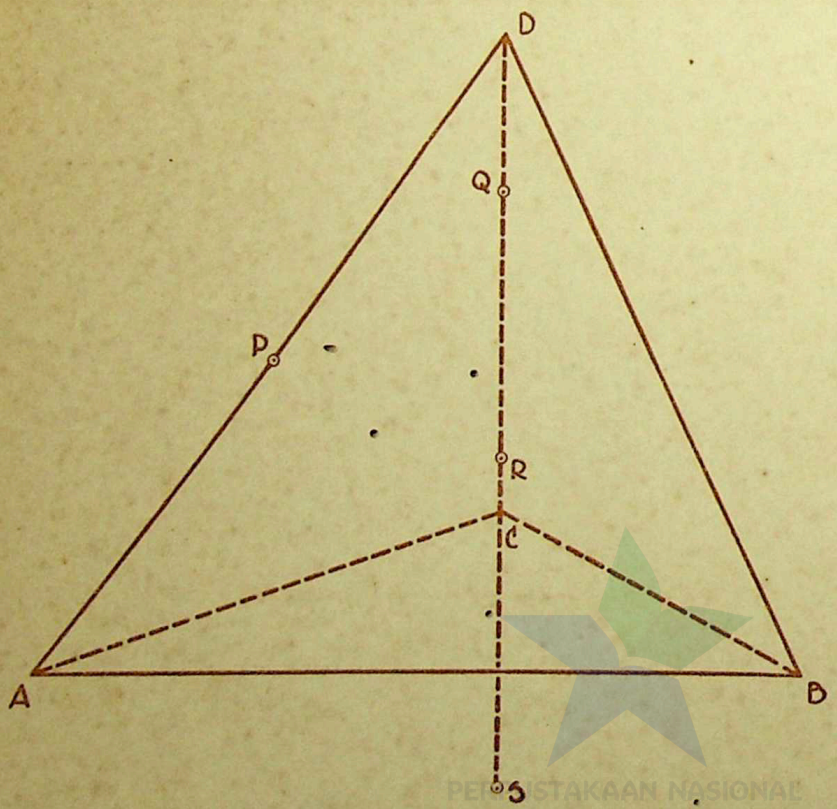
49.




*Geg.:* pyr. TABCD
(AD // BC),
*m* in vlak TBC,
P op AD.

*Gevr.:* een lijn door P in vlak TAD, die *m* snijdt.

50.




*Geg.:* pyr. DABC,
P op AD,
Q, R en S op DC.

Teeken de doorsnede van

*a*) een vlak door PQ, dat lijnen van de richting AB bevat,

*b*) een vlak door PR, dat lijnen van de richting AB bevat,

*c*) een vlak door PS, dat lijnen van de richting AB bevat,

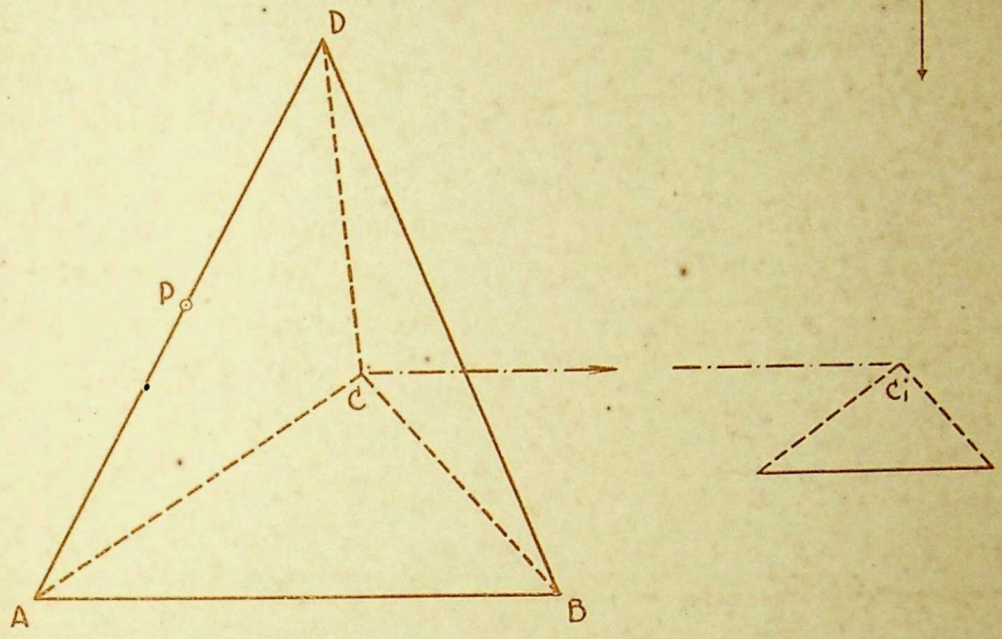
met de pyramide.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

51. *Geg.:* pyr. DABC,
P op AD.

*Gevr.:* de doorsnede van de pyramide met een vlak door P, dat lijnen van de richting AB en lijnen van de richting DC bevat.

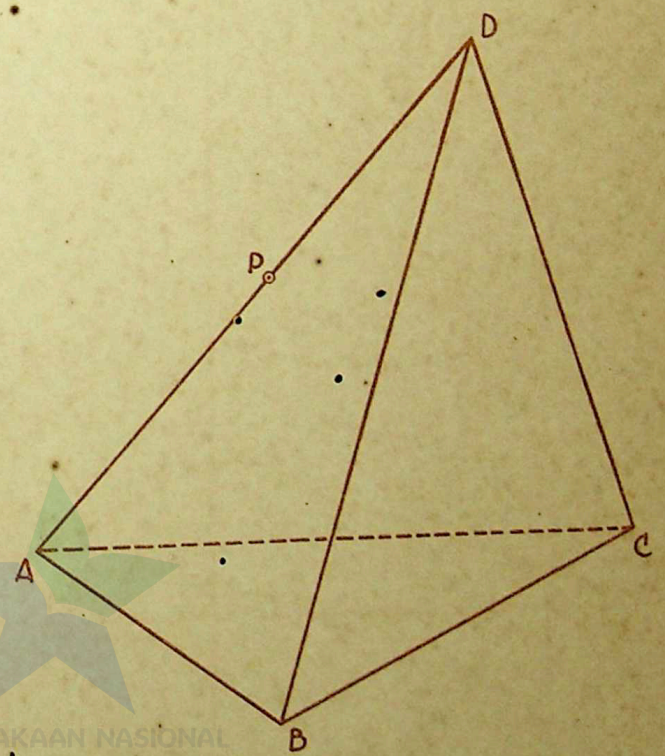
Verschuif één der beide deelen, waarin de pyramide verdeeld wordt naar dezen stand.




52.

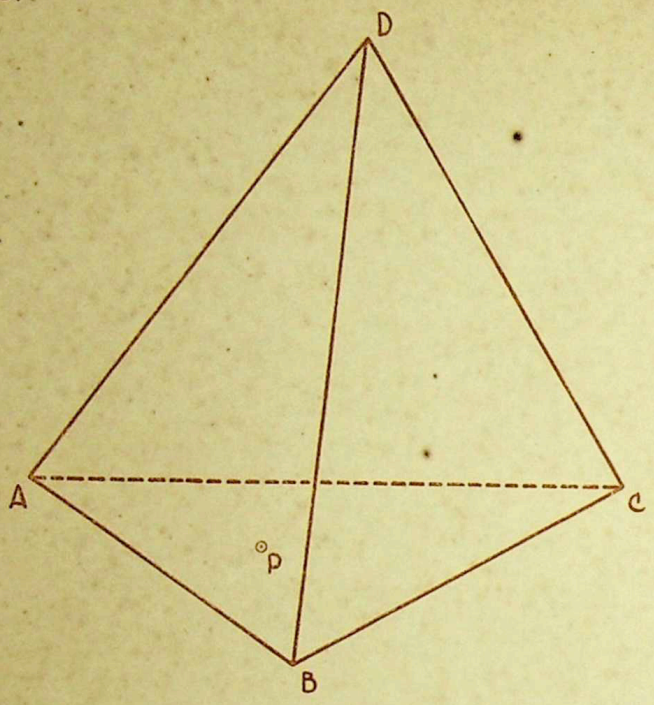
*Geg.:* pyr. DABC,
P op AD.

*Gevr.:* de doorsnede van een vlak door P evenwijdig aan AB en DC, met de pyramide.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

53.

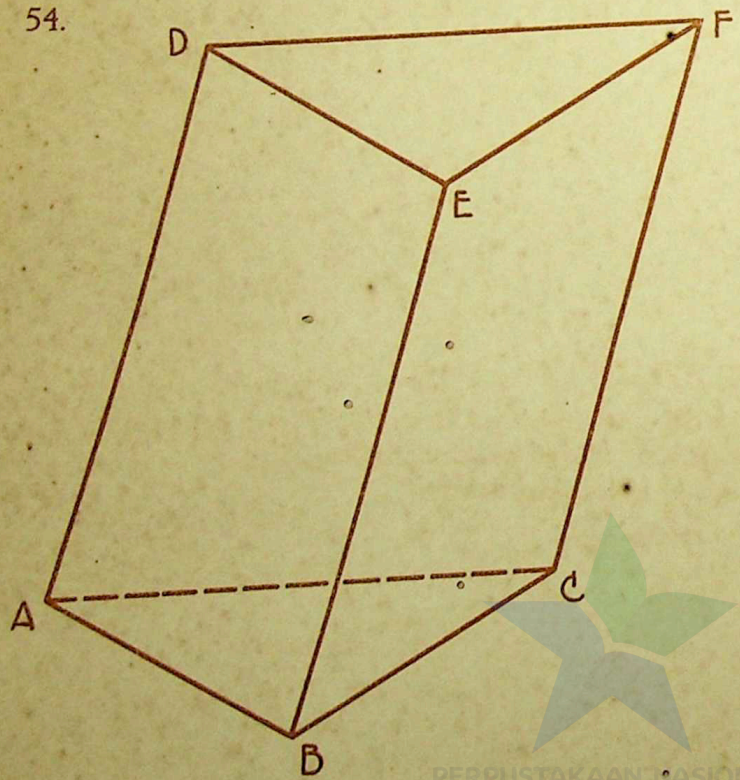



*Geg.:* pyr. DABC,
P in vlak ABC.

*Gevr.:* de doorsnede van een vlak door P evenwijdig aan AD en BC, met de pyramide.

## B. HET PRISMA. — DOORSNEDEN.

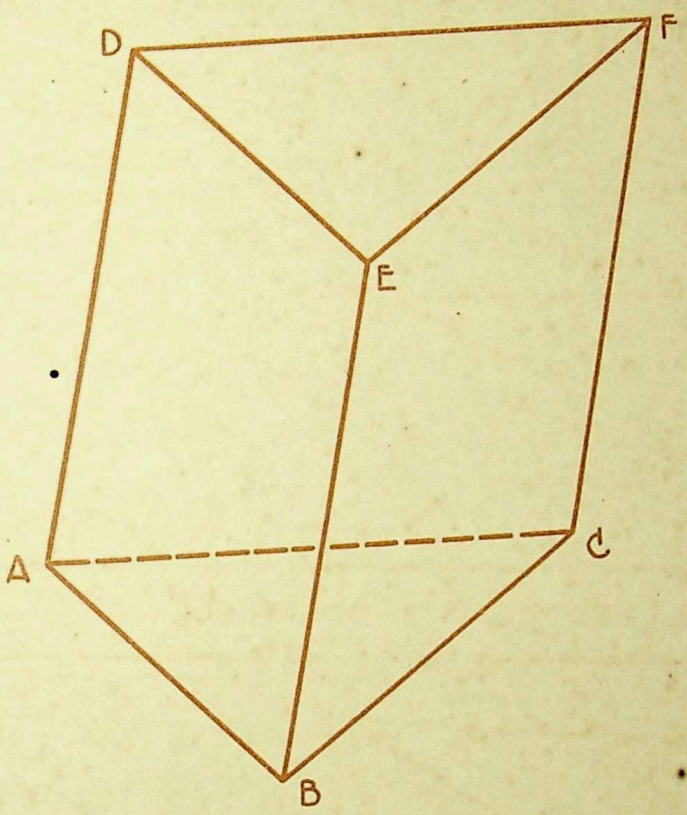
54.




Dit is een driezijdig prisma (ABC) (DEF).
Noem de zijvlakken van dit lichaam op. Hoeveel opstaande zijvlakken heeft dit lichaam?
Noem de evenwijdige opstaande ribben op.
Waaraan kun je in de teekening zien, dat grond- en bovenvlak evenwijdig zijn?
Wat merk je omtrent de lengte van de ribben?
Welke ribben kruisen de ribbe AB?
Met welk zijvlak is AB evenwijdig?
Met welk zijvlak is FC evenwijdig?

PERPUSTAKAAN NASIONAL

55.




*Geg.:* het driezijdige prisma (ABC)(DEF).

*Gevr.:* *a*) de doorsnede van een vlak door AB en het midden van EF met het prisma.
*b*) de doorsnede van een vlak door FC en het midden van AB.
*c*) de snijlijn van de in *a*) en *b*) genoemde vlakken.

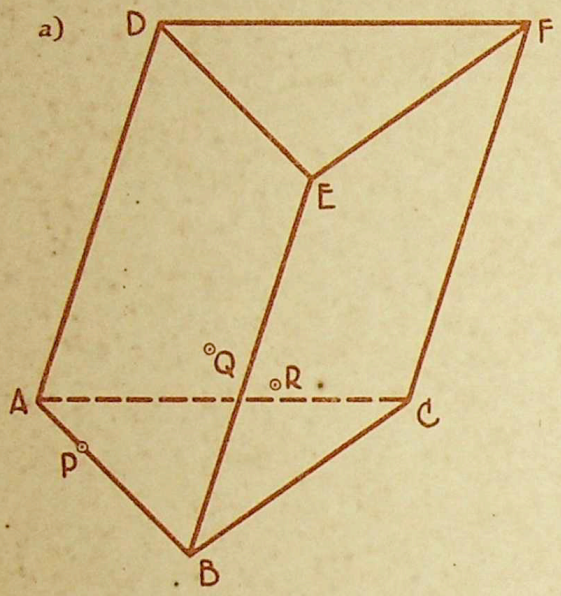
PERPUSTAKAAN NASIONAL

56.

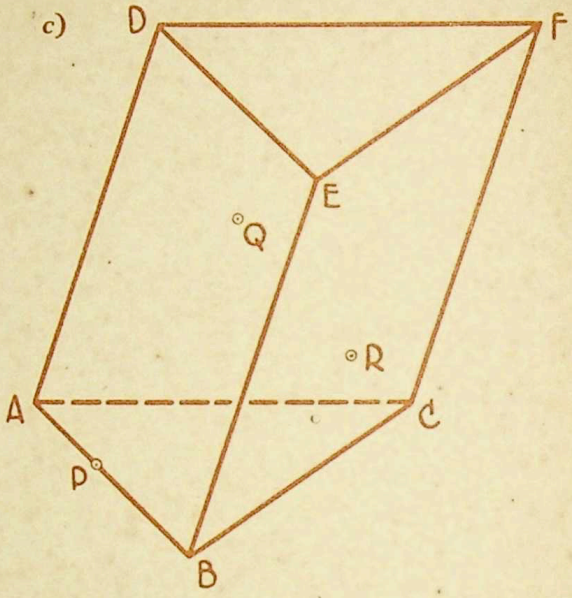
*Geg.:* het driezijdige prisma (ABC)(DEF),
P en Q in vlak ABED.
R in BCFE.

*Gevr.:* de doorsnede van vlak PQR met het prisma.

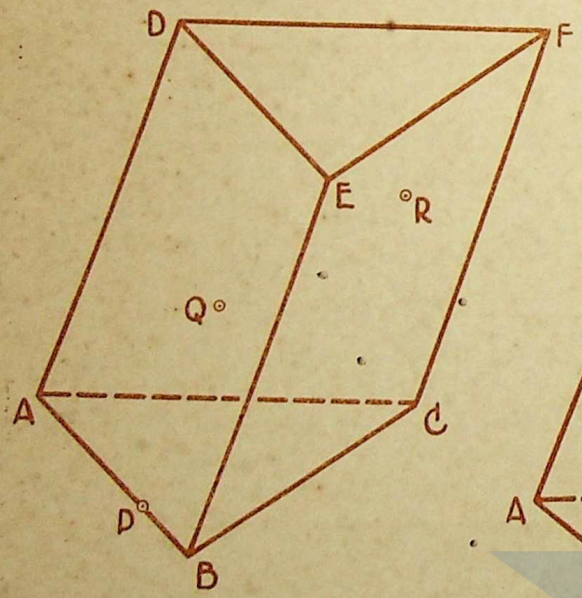
a)



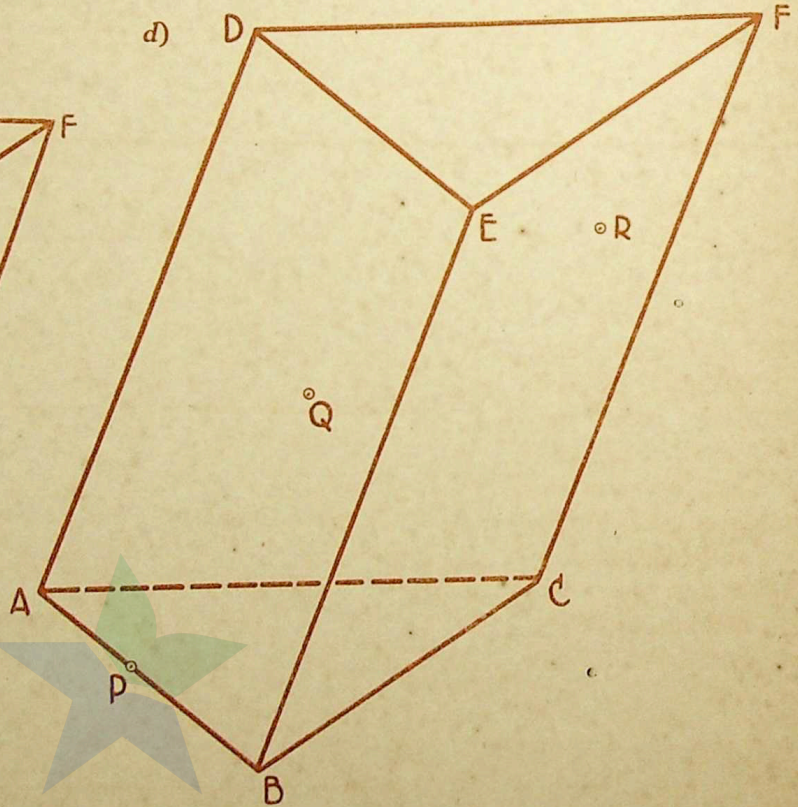

c)




b) Hier is PQ // AD.




d)

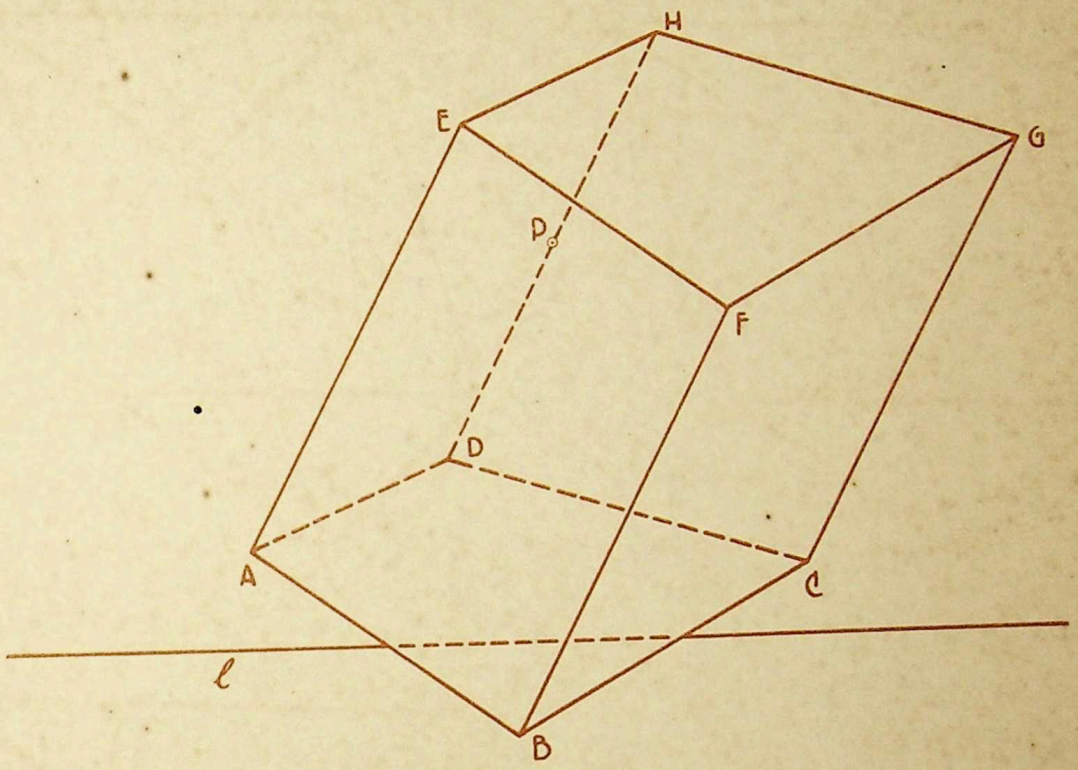



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

57.

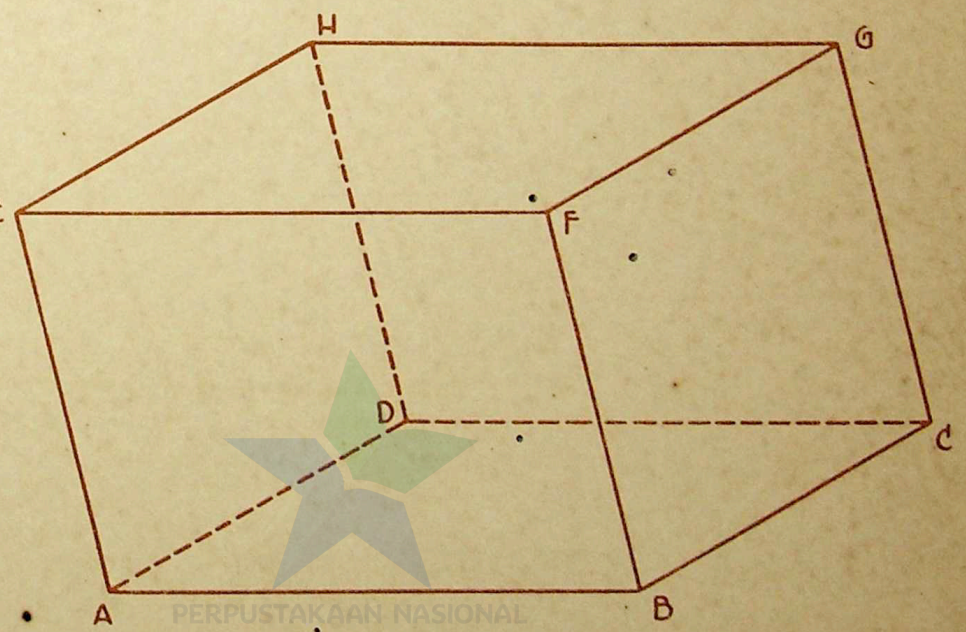
*Geg.:* het vierzijdige prisma (ABCD) (EFGH) (verklaar den naam),
P op DH,
$l$ in het grondvlak.

*Gevr.:* de doorsnede van het vlak door P en $l$ met het prisma.



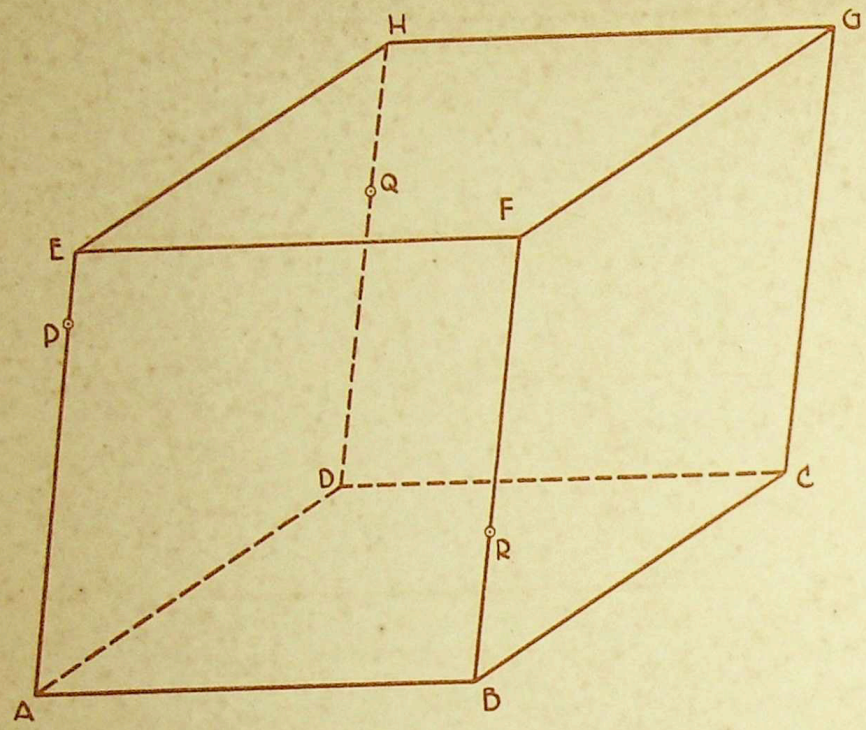

58.

Dit is een parallelepipedum (ABCD)(EFGH). Een parallelepipedum is een prisma, waarvan het grondvlak een parallelogram is. Noem de evenwijdige zijvlakken van dit lichaam op.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

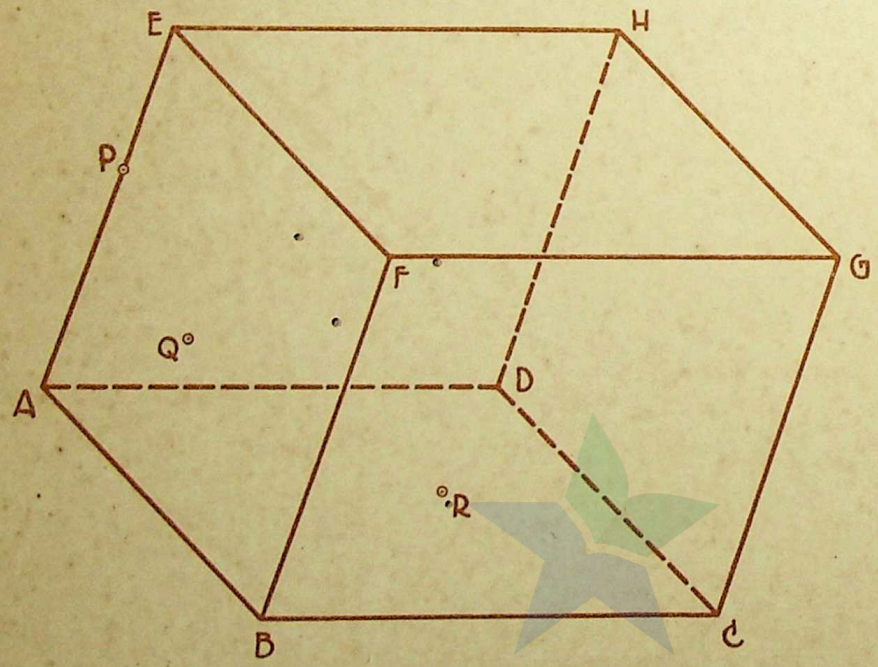
59.




*Geg.:* parallelepipedum (ABCD)(EFGH), P, Q en R op AE, DH en BF.

*Gevr.:* de doorsnede van het vlak PQR met het lichaam.

60.




*Geg.:* parallelepipedum (ABCD)(EFGH), P op AE, Q in vlak ABFE, R in vlak BCGF.

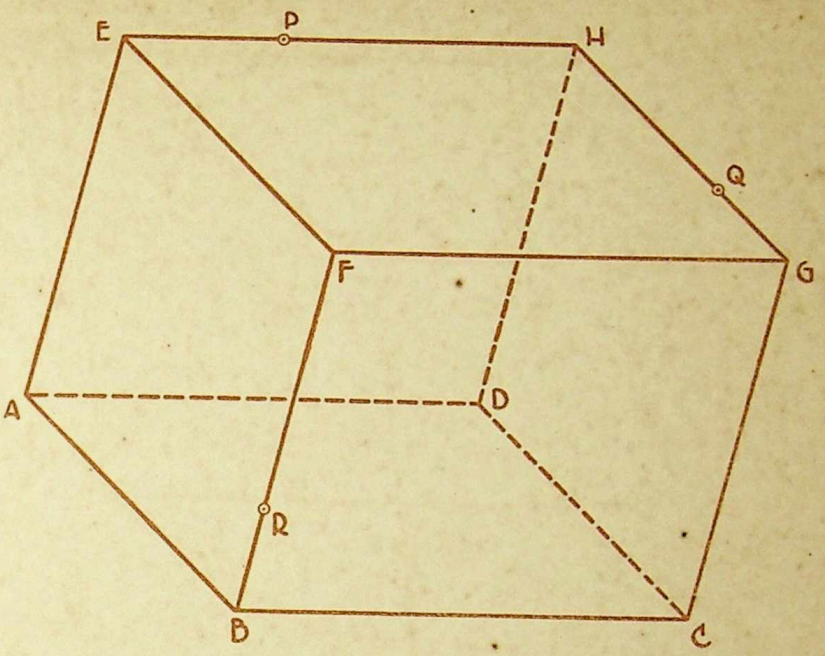
*Gevr.:* de doorsnede van het vlak PQR met het lichaam.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

61.

*Geg.:*
een parallelepipedum (ABCD)(EFGH), P op EH, Q op GH en R op BF.

*Gevr.:*
de doorsnede van het vlak PQR met het lichaam.

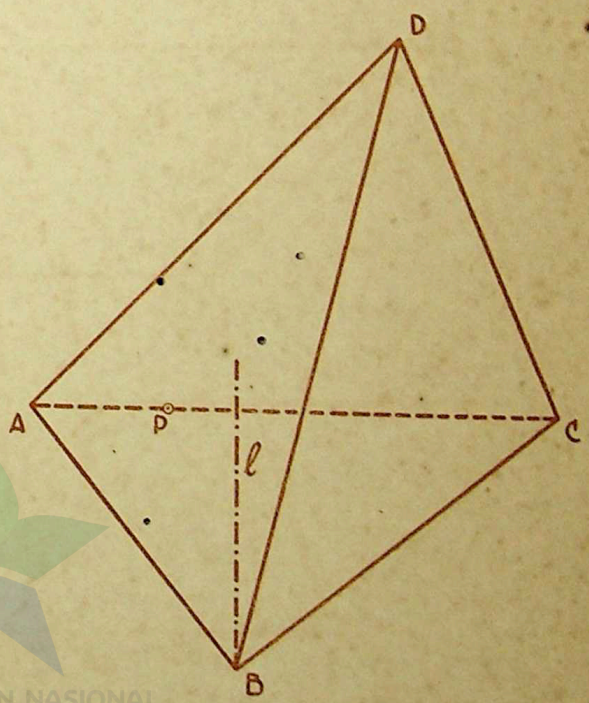



## C. DE SNIJPUNTEN VAN RECHTE LIJNEN MET LICHAMEN.

62.

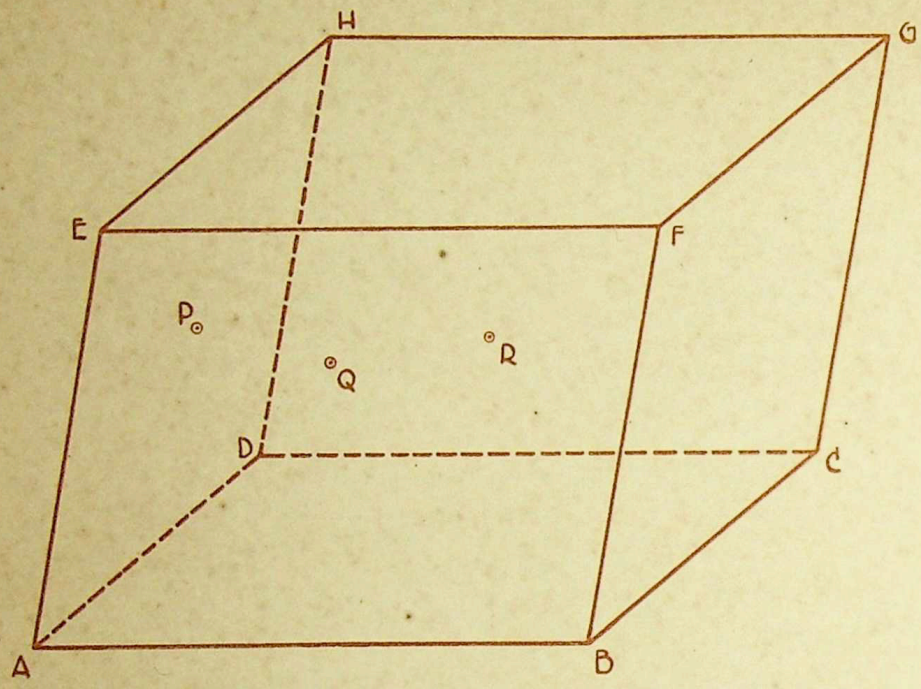
*Geg.:* pyr. DABC, P op AC,
*l* ligt in het vlak door P en BD.

*Gevr.:* het snijpunt van *l* met het vlak ACD.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

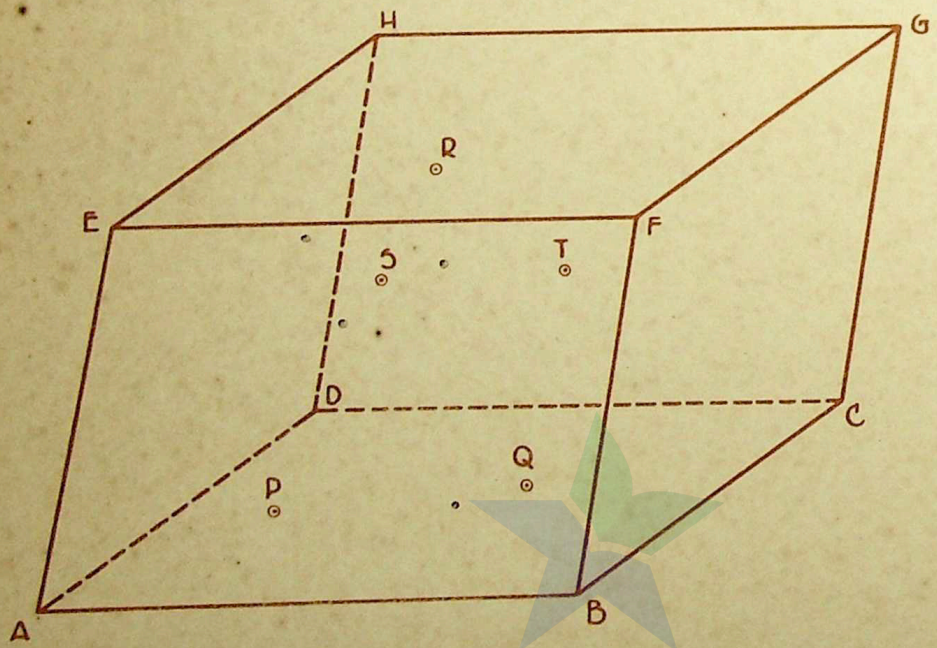
63.




*Geg.:*
parallelepipedum (ABCD)(EFGH), P in zijvlak ADHE, P, Q en R liggen in een vlak, dat evenwijdig is met het grondvlak.

*Gevr.:*
de snijpunten van QR met de zijvlakken ADHE en BCGF.

64.




*Geg.:*
parallelepipedum (ABCD)(EFGH), P en Q in het grondvlak, R in het bovenvlak. De punten S en T liggen in het vlak PQR.

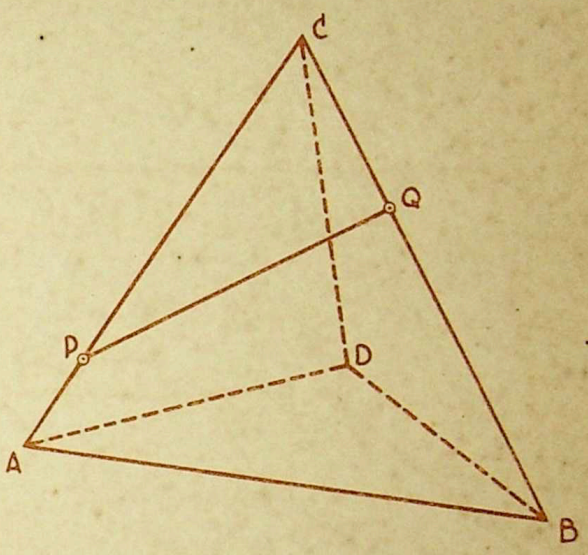
*Gevr.:*
de snijpunten van de lijn ST met de zijvlakken ADHE en BCGF.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

65.

*Geg.:* pyr. CABD,
P en Q op AC en BC.

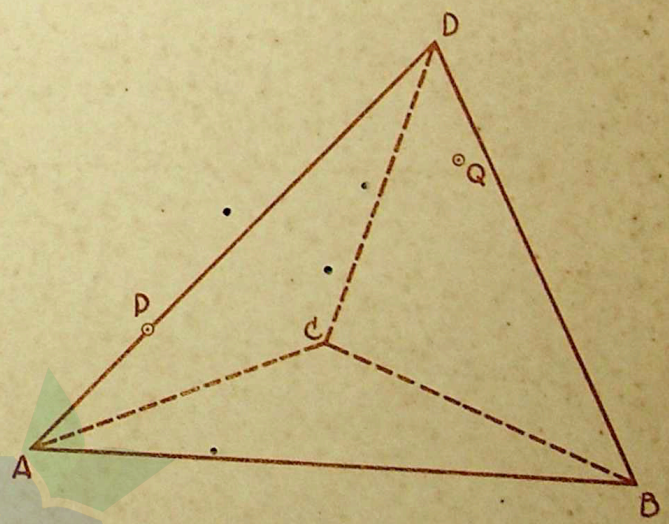
Waar snijdt PQ het vlak ABD?




66.

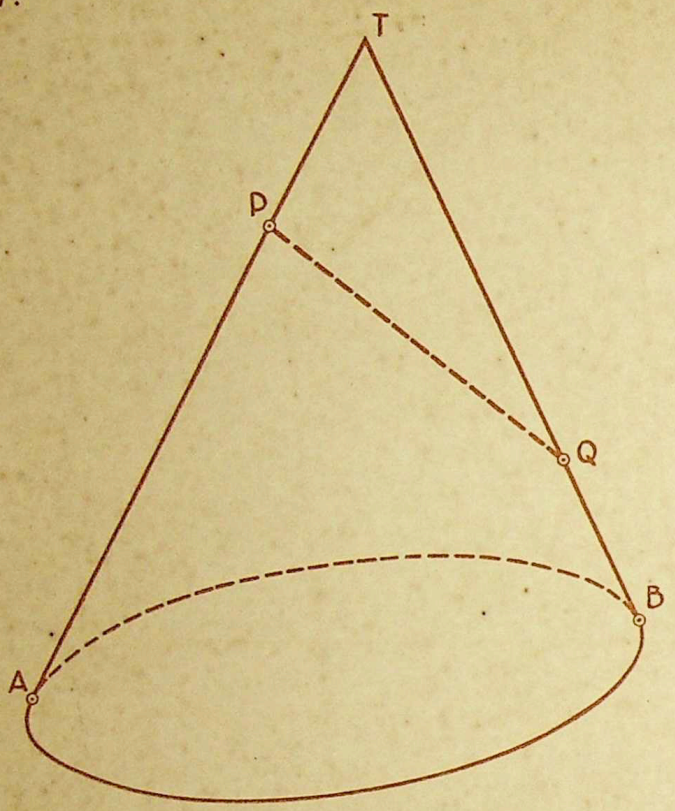
*Geg.:* pyr. DABC,
P op AD, Q in BCD.

Waar snijdt PQ het grondvlak?




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

67.

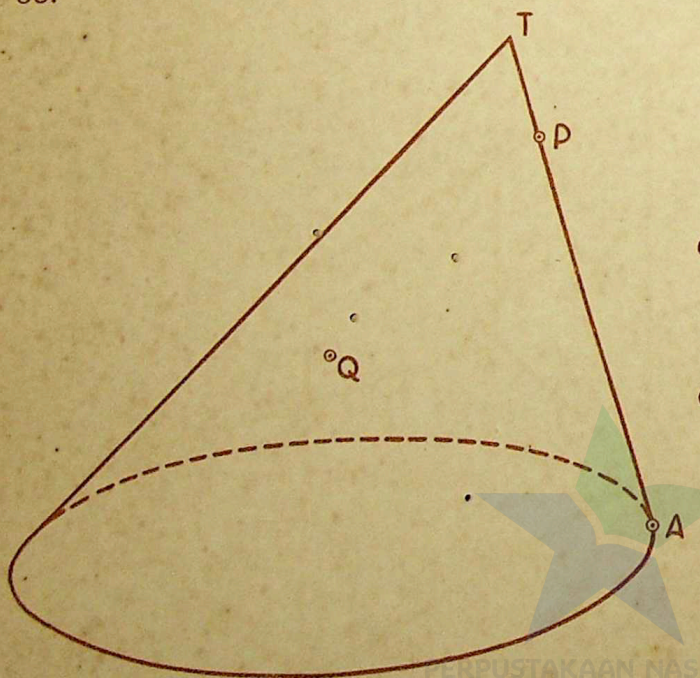



Als we de punten van een cirkel verbinden met een punt buiten het vlak van den cirkel, ontstaat een kegel. De verbindingslijnen heeten de beschrijvende lijnen van dit kegeloppervlak.

*Geg.:* een kegeloppervlak,
P en Q op de beschrijvende lijnen TA en TB.

*Gevr.:* het snijpunt van PQ met het grondvlak.

68.




*Geg.:* een kegeloppervlak,
P op de beschrijvende lijn TA,
Q op het kegeloppervlak (aan den voorkant).

*Gevr.:* het snijpunt van PQ met het grondvlak.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

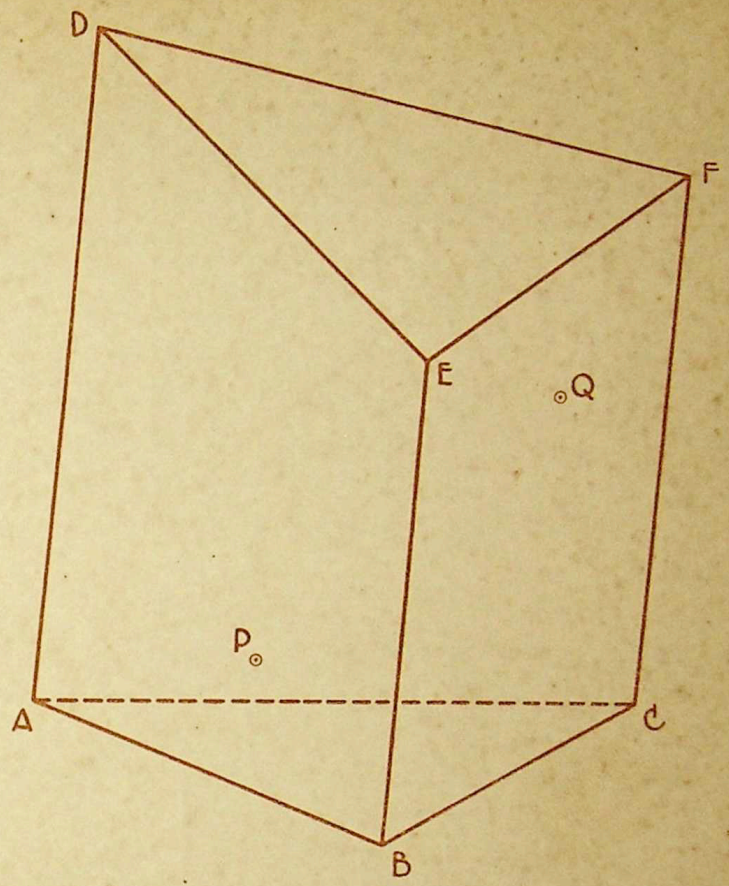
69.

*Geg.:* afgeknot prisma (ABC) (DEF) (vergelijk dit lichaam met een prisma),
P ligt in vlak ABED,
Q in ACFD.

*Te constr.:*

1°. de doorsnede van het prisma met een vlak door P en Q, evenwijdig met AD.

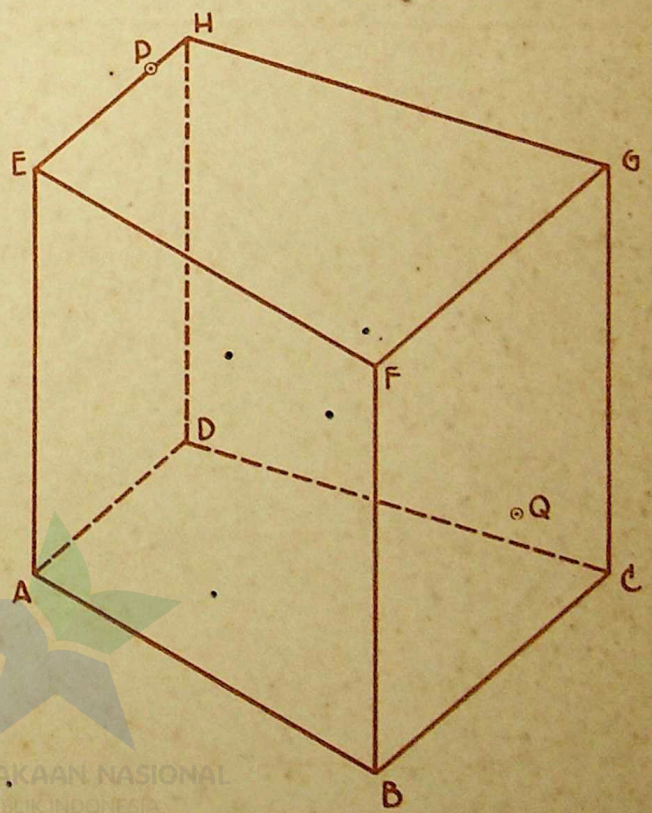
2°. het snijpunt van PQ met het vlak ABC.




70.

*Geg.:* het prisma (ABCD)(EFGH),
P op EH,
Q in zijvlak BCGF.

*Gevr.:* het snijpunt van PQ met het grondvlak.



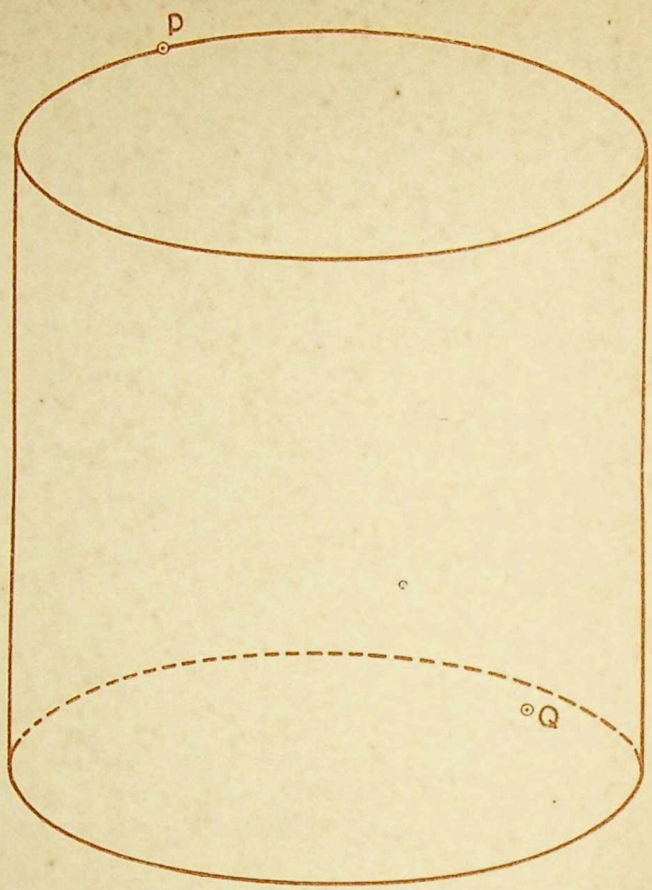

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

71.

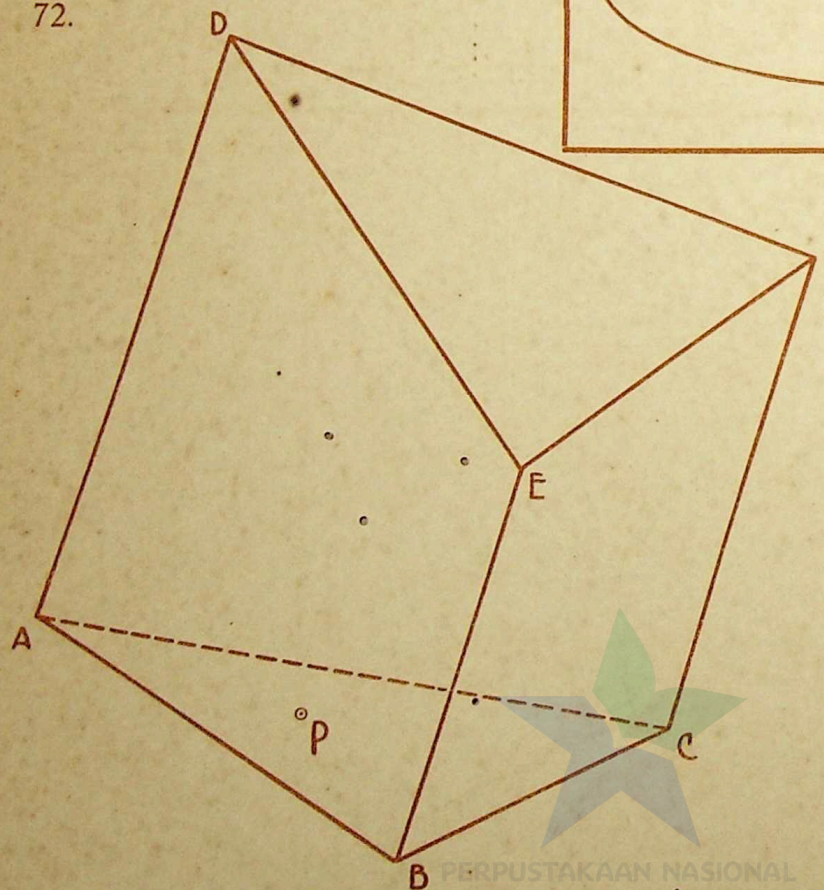
Liggen in twee evenwijdige vlakken twee congruente cirkels met middelpunten M en N en verbinden we de punten van den eenen cirkel met de punten van den anderen cirkel door lijnen evenwijdig aan MN, zoo ontstaat een cylinder.

*Geg.:* P en Q op een cylinderoppervlak, Q aan den voorkant.

*Gevr.:* het snijpunt van PQ met het grondvlak.




72.




*Geg.:* een afgeknot prisma (ABC) (DEF), P in het grondvlak.

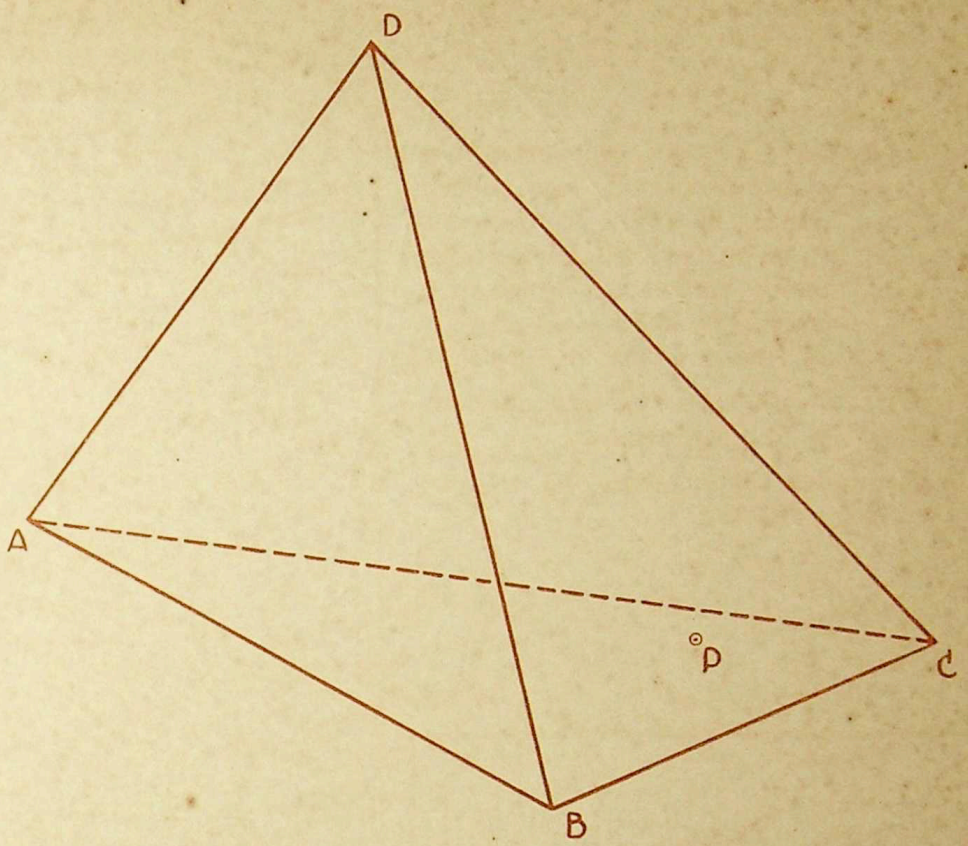
Trek een lijn door P, die evenwijdig loopt met de opstaande ribben en bepaal het snijpunt van die lijn met het bovenvlak.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

73.

*Geg.:*
pyr. DABC,
P in het grondvlak.

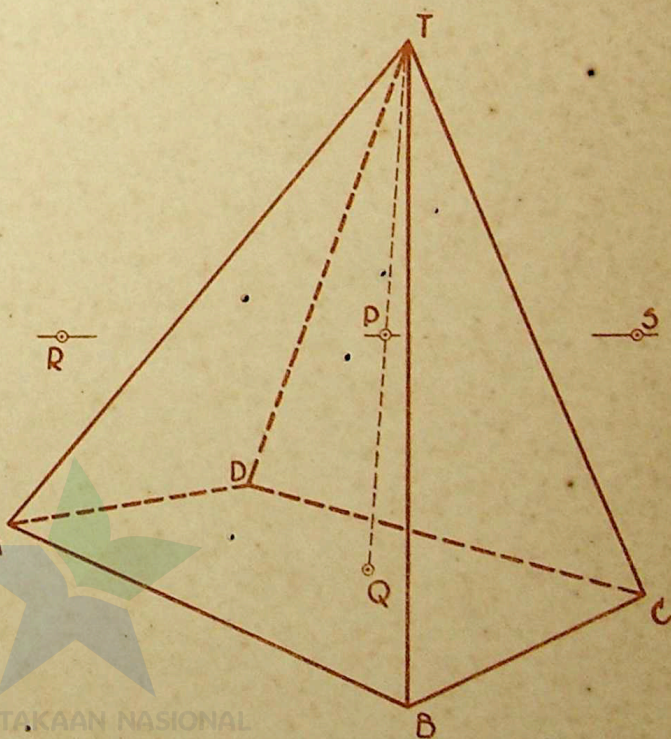
Trek door P een lijn evenwijdig aan CD en bepaal het snijpunt van deze lijn met het zijvlak ABD.




74.

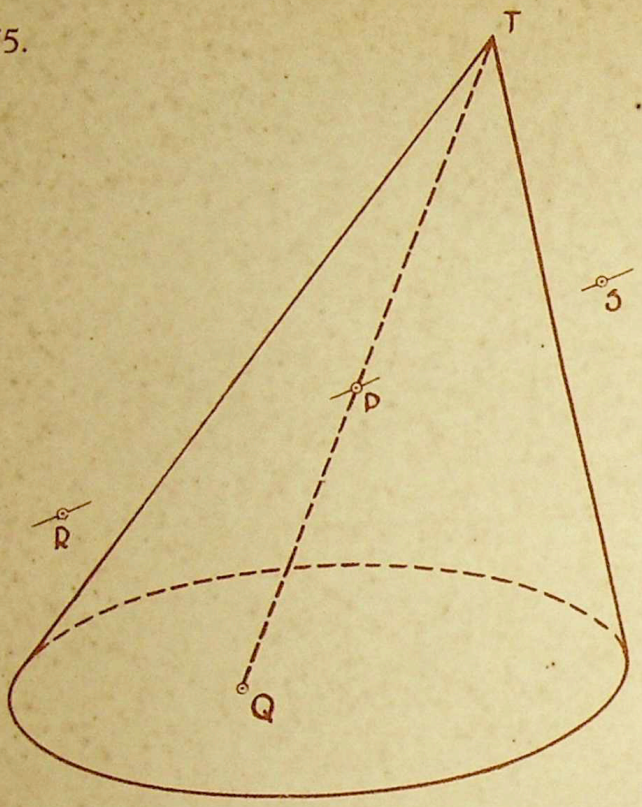
*Geg.:* pyr. TABCD,
P binnen de pyramide,
TP snijdt het grondvlak in Q.
De lijn RS, die door P gaat, is evenwijdig met het grondvlak.

*Gevr.:* de snijpunten van RS met de vlakken TAB en TDC.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

75.



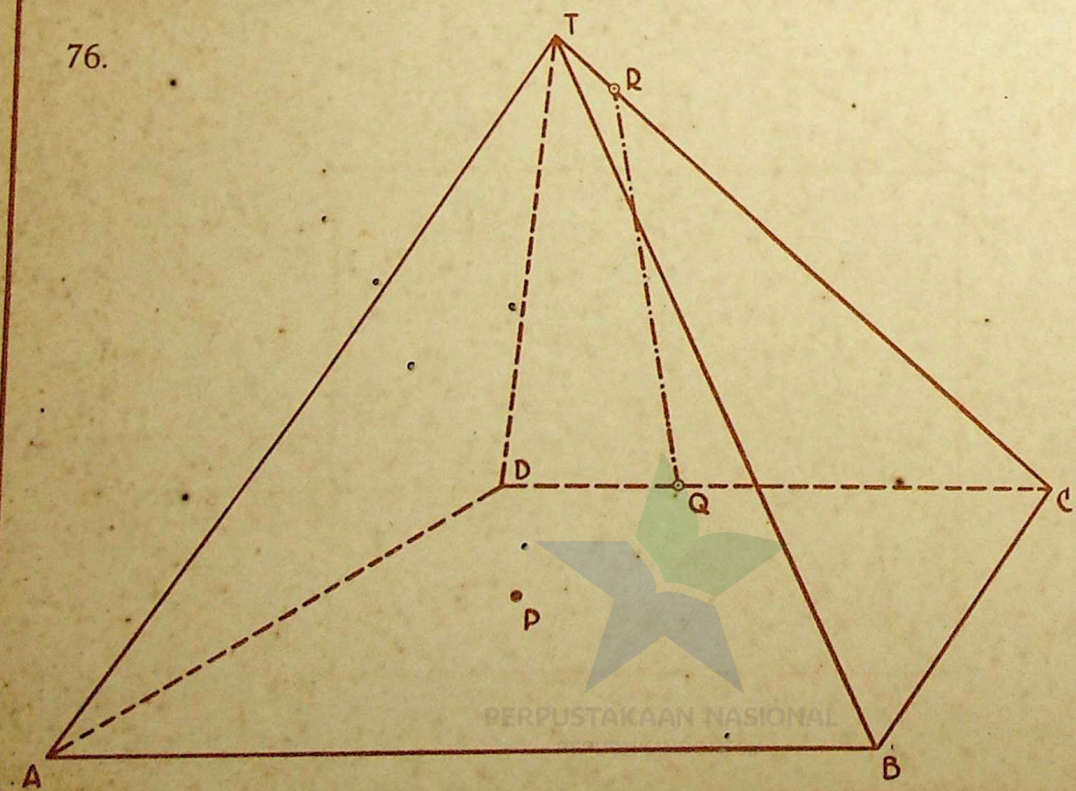

*Geg.:* een kegel,
P binnen dien kegel,
TP snijdt het grondvlak in Q.
De lijn RS, die door P gaat, is evenwijdig met het grondvlak.

*Gevr.:* de snijpunten van RS met den kegel.

## D. DE CONSTRUCTIE VAN RECHTE LIJNEN, DIE AAN BEPAALDE VOORWAARDEN MOETEN VOLDOEN.

(De gegeven punten en lijnen liggen in de zijvlakken van lichamen).

76.




*Geg.:*
pyr. TABCD,
P in vlak TAB,
QR in vlak TDC.

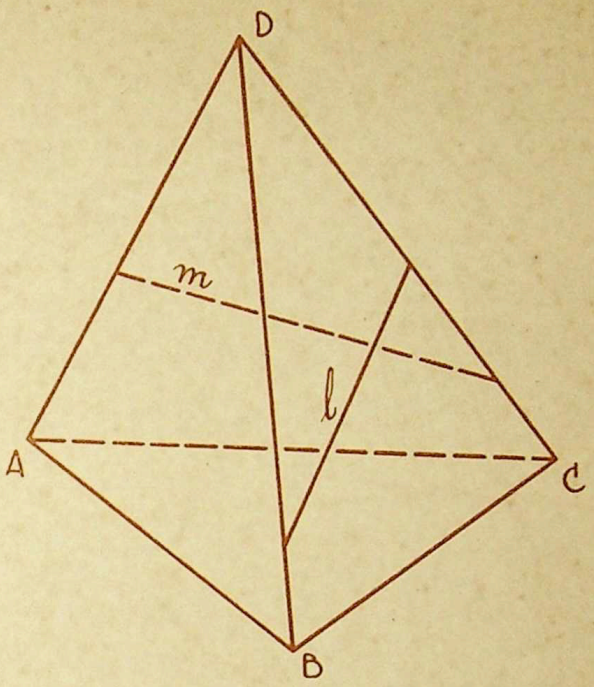
*Gevr.:*
een lijn door P evenwijdig aan het grondvlak, die QR snijdt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL

77.

*Geg.:* pyr. DABC,
$l$ in vlak BCD,
$m$ in vlak ACD.

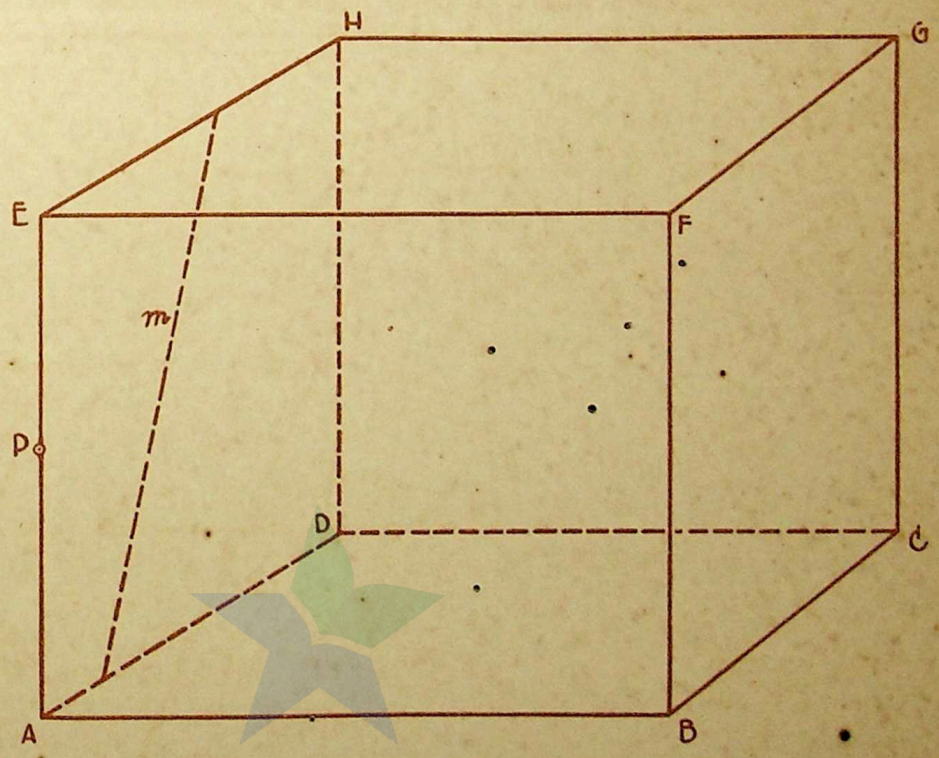
*Gevr.:* in vlak ABC een lijn, die de beide kruisende lijnen $l$ en $m$ snijdt.




78.

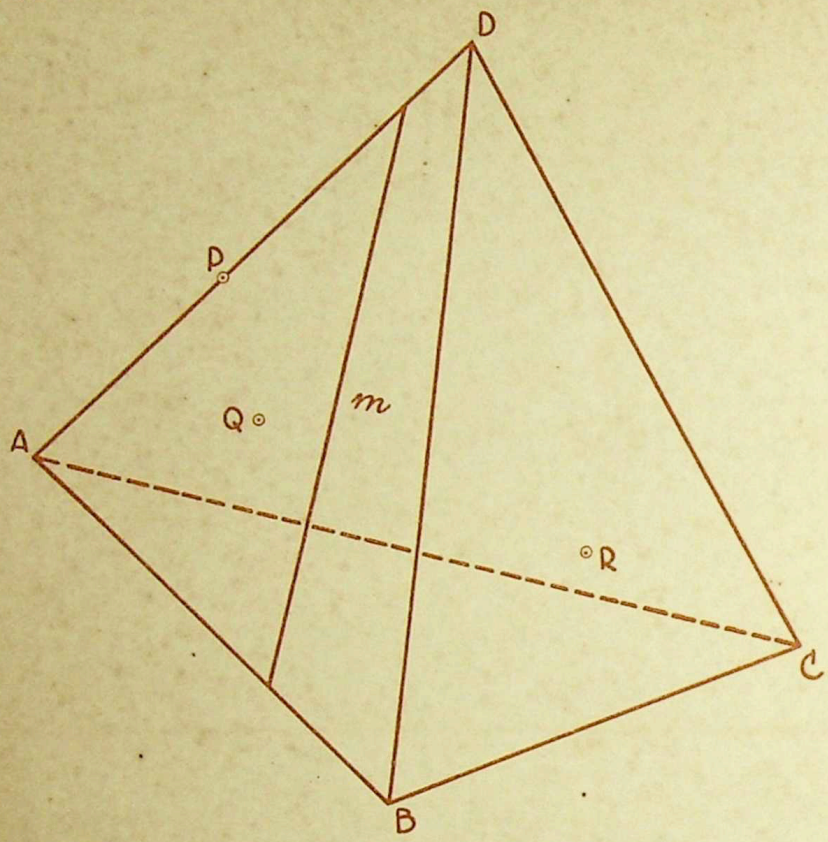
*Geg.:*
een parallelepipedum (ABCD)(EFGH),
P op AE, $m$ in zijvlak ADHE.

*Gevr.:*
1°. de doorsnede van een vlak door P evenwijdig met het grondvlak, met het lichaam.
2°. in dat vlak een lijn, die de kruisende rechten $m$ en GC snijdt.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

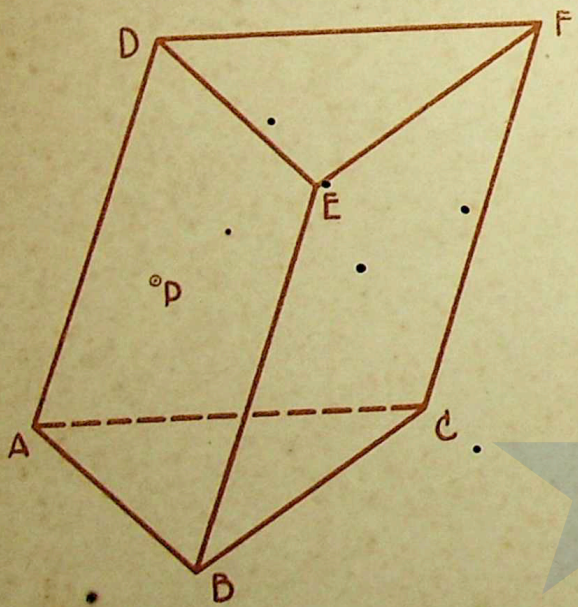
79.




*Geg.:* pyr. DABC; P op DA,
Q in zijvlak DAB,
R in zijvlak DBC,
lijn *m* in zijvlak DAB.

*Gevr.:* een lijn in vlak PQR, die de kruisende rechten *m* en DC snijdt.

80.




*Geg.:* prisma (ABC)(DEF),
P in zijvlak ABED.

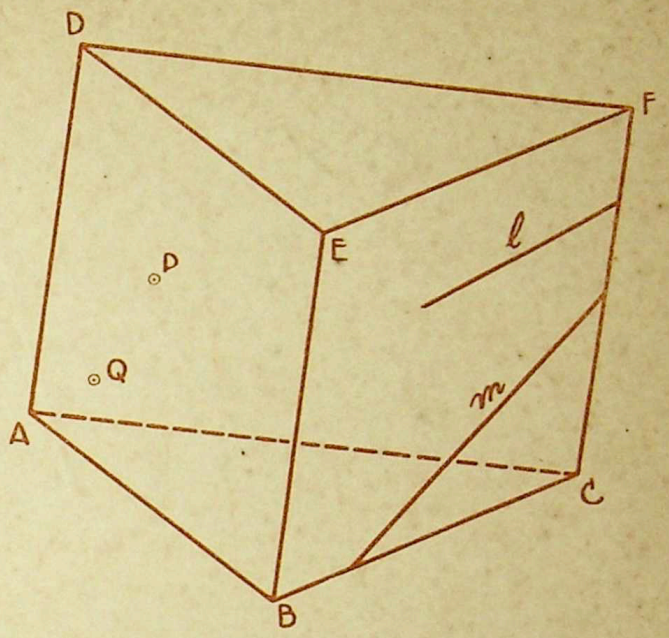
In welk vlak liggen alle lijnen door P, die AD snijden?
Construeer nu een lijn door P, die de kruisende lijnen AD en BC snijdt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

81.

*Geg.:* prisma (ABC)(DEF),
P en Q in zijvlak ABED,
$l$ en $m$ in zijvlak BCFE.

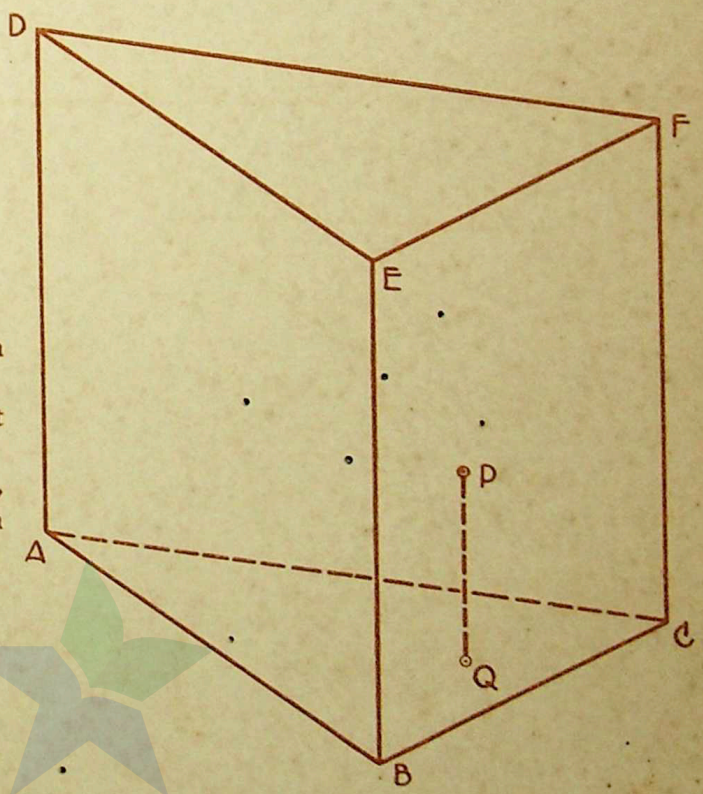
*Gevr.:* 1°. de lijn door P, die de kruisende lijnen $l$ en AD snijdt;
2°. de lijn door Q, die de kruisende lijnen $m$ en AD snijdt.




82.

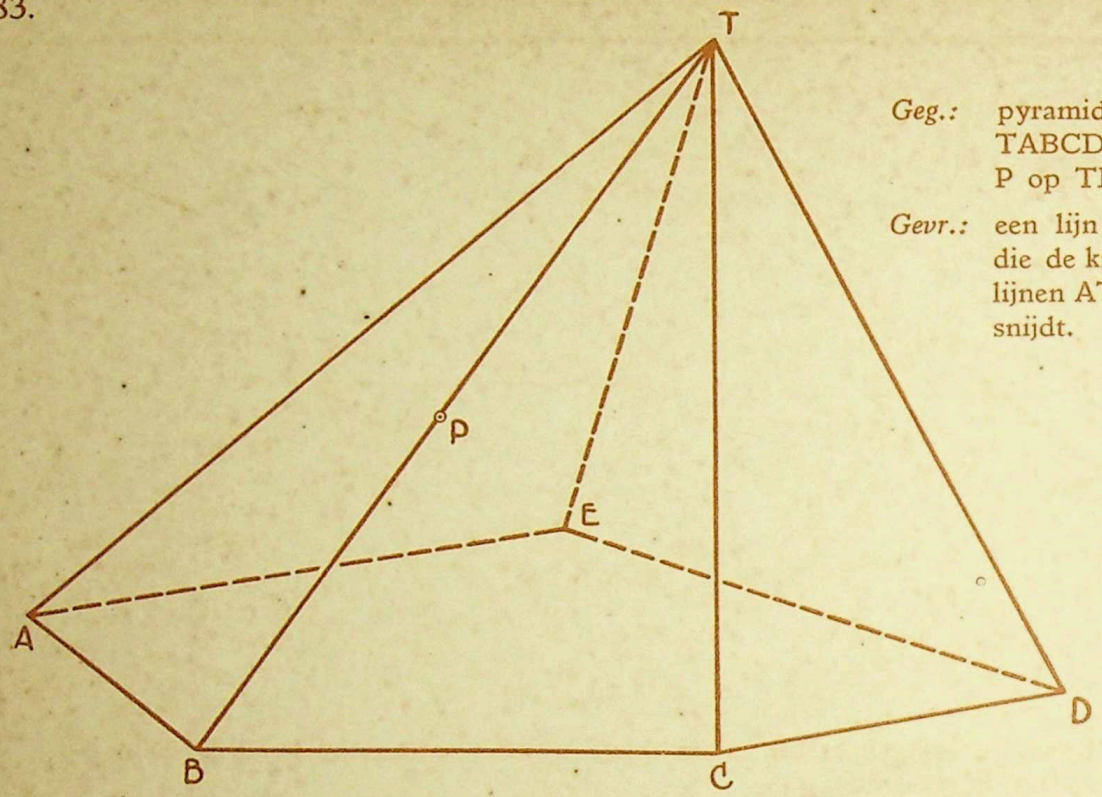
*Geg.:* prisma (ABC)(DEF),
Q in het grondvlak,
PQ // FC.

Alle lijnen door P, die FC snijden, liggen in één vlak.
Teeken de doorsnede van dit vlak met het prisma.
Teeken dan een rechte door P, die de kruisende rechten AB en FC snijdt.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

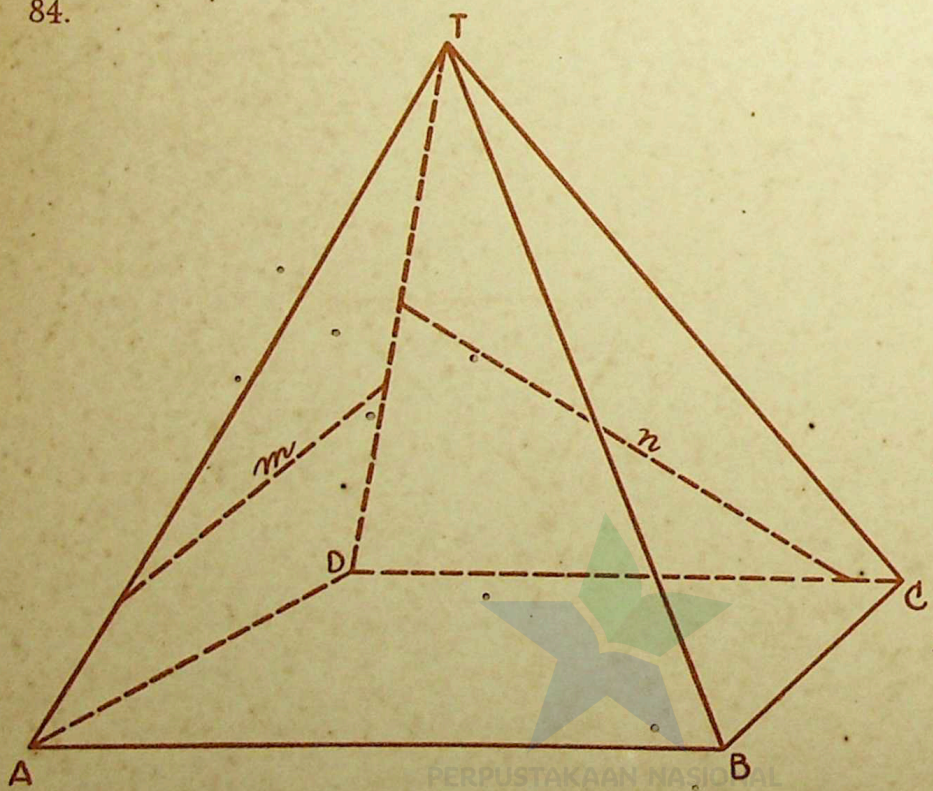
83.




*Geg.:* pyramide TABCDE, P op TB.

*Gevr.:* een lijn door P, die de kruisende lijnen AT en CD snijdt.

84.




*Geg.:*
een pyr. TABCD,
AB // DC,
*m* in vlak TAD,
*n* in vlak TDC.

*Gevr.:*

1°. de doorsnede van de pyramide met een vlak door AB, dat lijnen van de richting van *m* bevat.

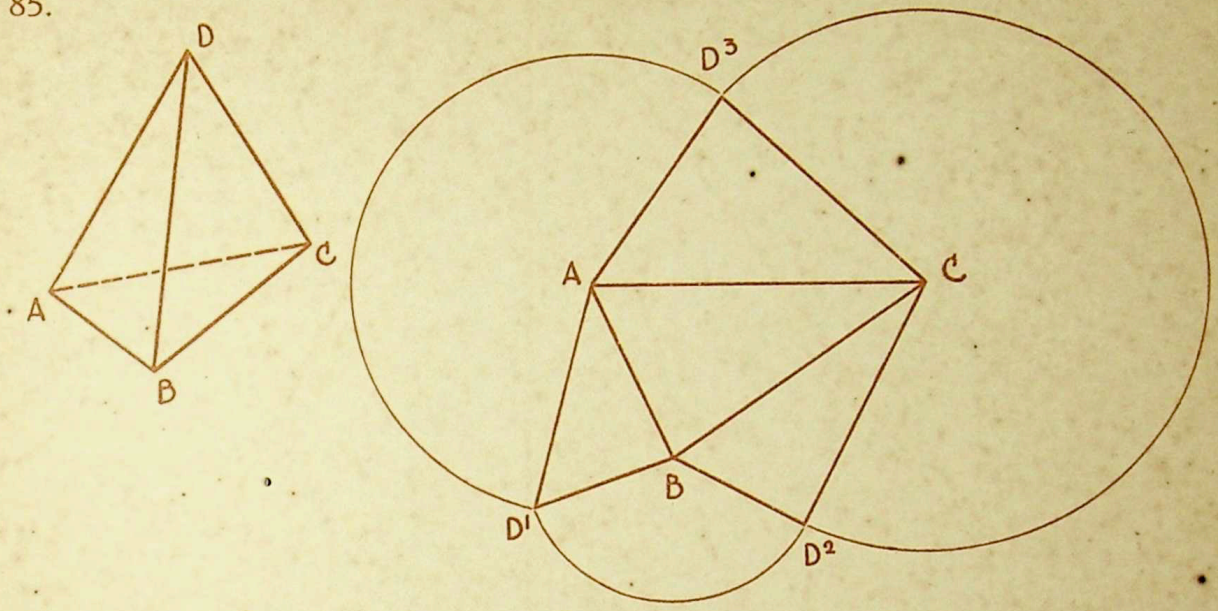
2°. een aantal lijnen te teekenen van de richting *m*, die van AB naar vlak TDC loopen.

3°. een lijn van de richting *m*, die AB en *n* snijdt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

## E. HET NETWERK VAN EEN DRIEZIJDIGE PYRAMIDE.

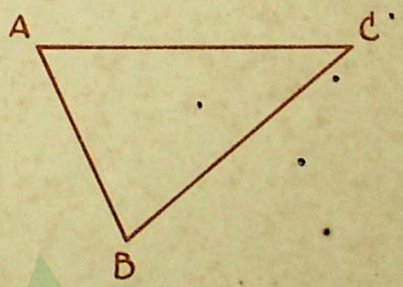
85.




De rechtsche figuur is het zoogenaamde netwerk van een pyramide DABC. Verklaar de teekening!

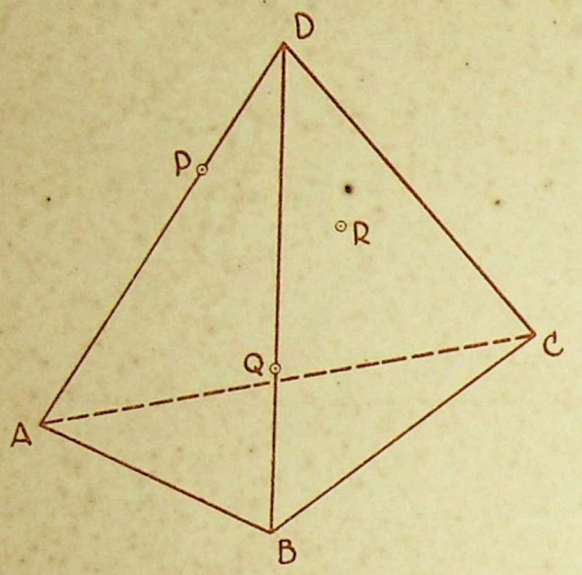
86.

Van een pyr. DABC is de ware vorm van △ ABC gegeven.
△ ACD is gelijkzijdig en △ ABD gelijkbeenig (basis AB).
Voltooi het netwerk van deze pyramide.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

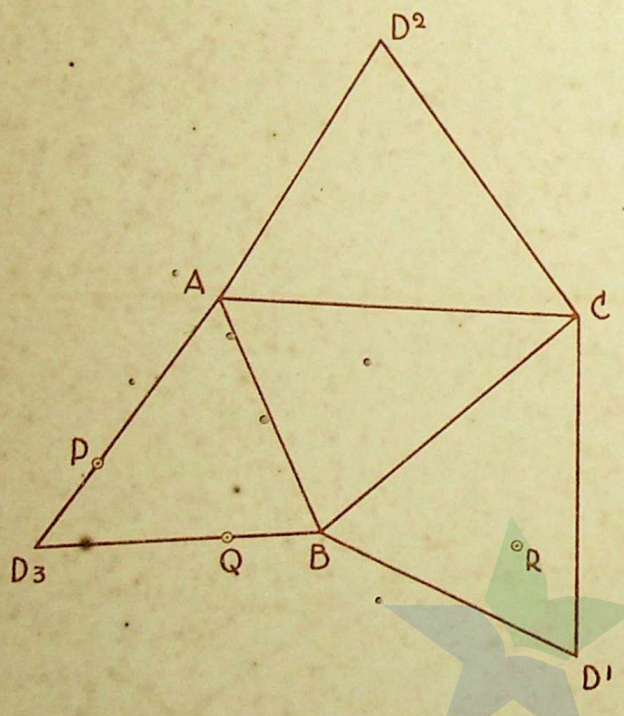
87.




*Geg.:* P op AD,
Q op BD,
R in vlak BCD.

*Gevr.:* de doorsnede van vlak PQR met de pyramide.

88.



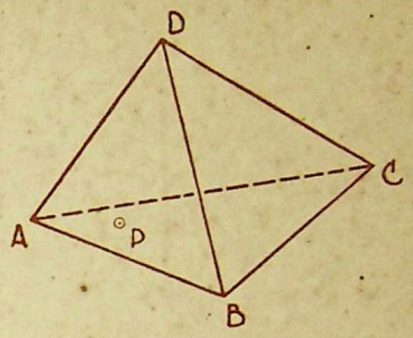

Als dit het netwerk is van bovenstaande pyramide, bepaal dan den waren vorm van de boven geteekende doorsnede.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

89.

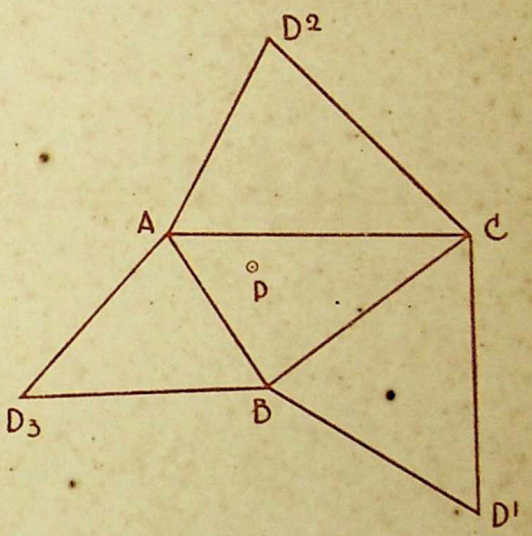
*Geg.:* P in vlak ABC.

*Gevr.:* De doorsnede van het vlak door AD en P met de pyramide.




90.

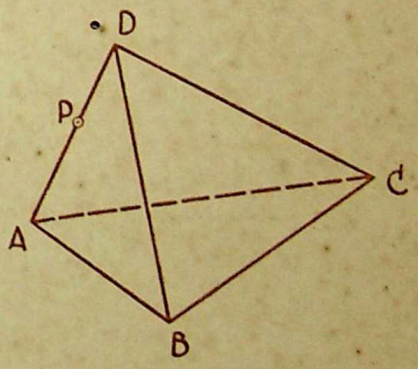
Als dit het netwerk is van bovenstaande pyramide, vraagt men de ware lengte van DP te bepalen.




91.

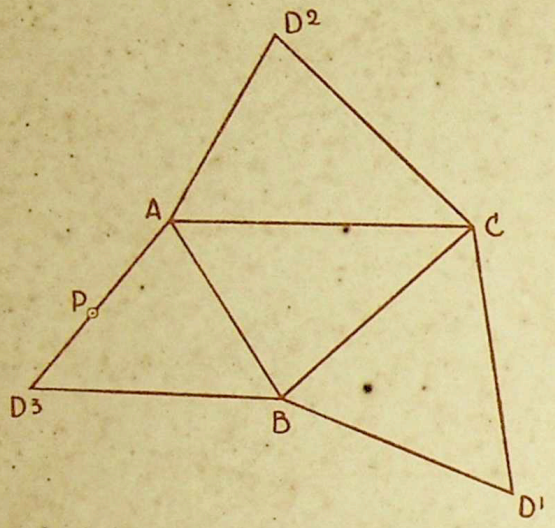
*Geg.:* P op AD.

Bepaal de doorsnede van het vlak BCP met de pyramide.



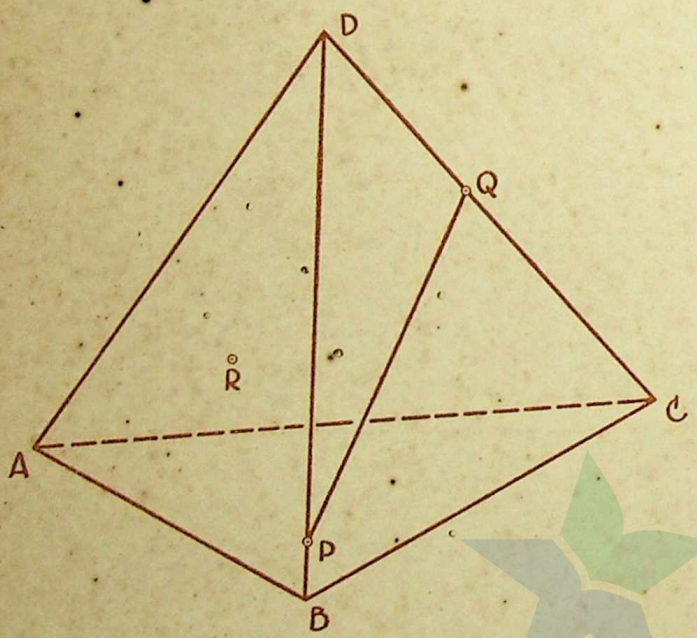

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

92.




Als dit het netwerk is van de pyramide, bepaal dan den waren vorm der doorsnede.

93.



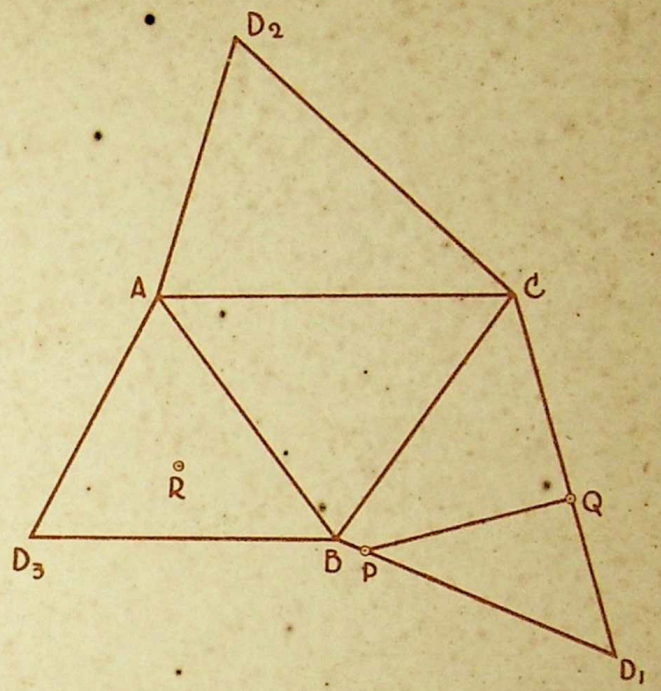

*Geg.:* P op DB,
Q op DC,
R in vlak ABD.

*Te constr.:* een punt X op PQ, zoodat RX evenwijdig is aan vlak ABC.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

94.

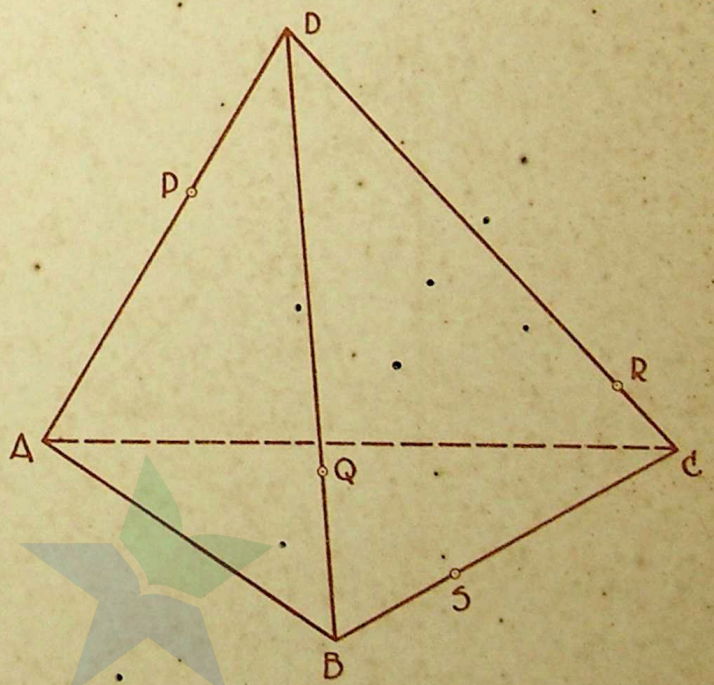
Construeer met behulp van het netwerk de ware lengte van RX.




95.

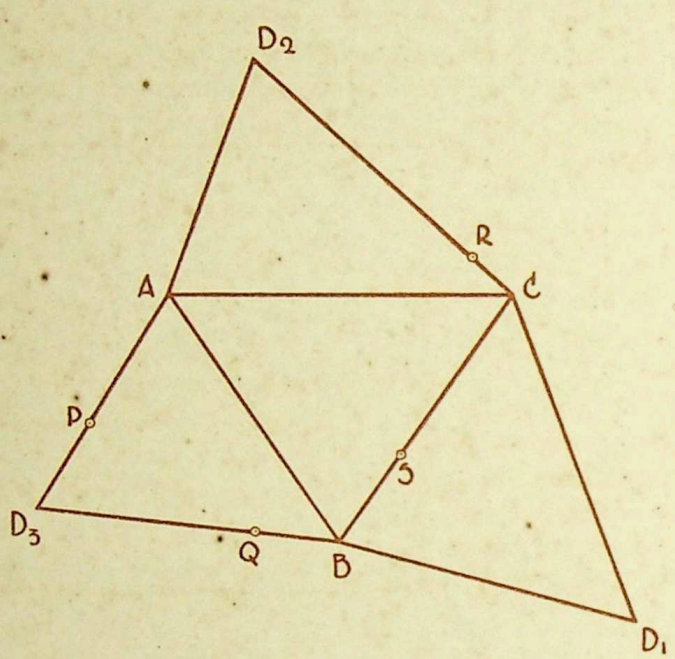
*Geg.:* P, Q, R en S op AD, BD, CD, en BC.

*Gevr.:* het snijpunt X van AS met het vlak PQR.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

96.




Bepaal met behulp van het netwerk de ware lengte van AX.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

# HOOFDSTUK III.

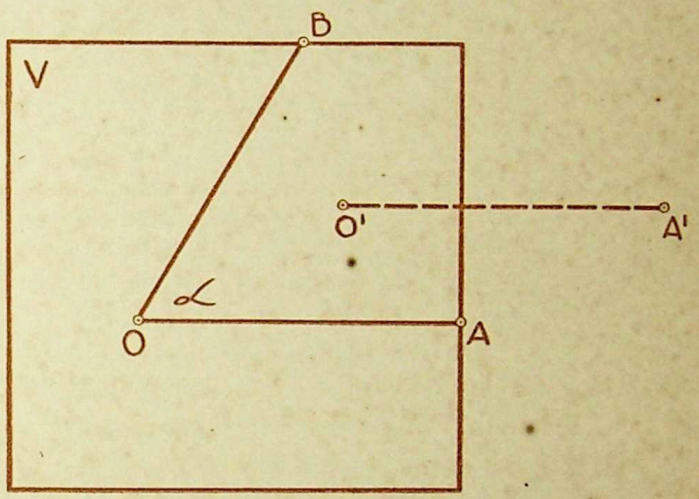
## LOODRECHTE STAND.

97.

In een plat vlak V hebben wij twee elkaar snijdende lijnen OA en OB geteekend, die een hoek $\alpha$ met elkaar maken. Wij hebben toen OA evenwijdig aan zichzelf verplaatst naar den stand O'A' buiten V en wij zeggen nu, dat de elkaar kruisende lijnen O'A' en OB ook een hoek $\alpha$ met elkaar vormen (of dat O'A' en OB elkaar onder een hoek $\alpha$ kruisen).

Onder den hoek van twee kruisende lijnen OB en O'A' verstaan wij dus den hoek tusschen de eene lijn OB en de haar snijdende lijn OA, die evenwijdig loopt met O'A'.

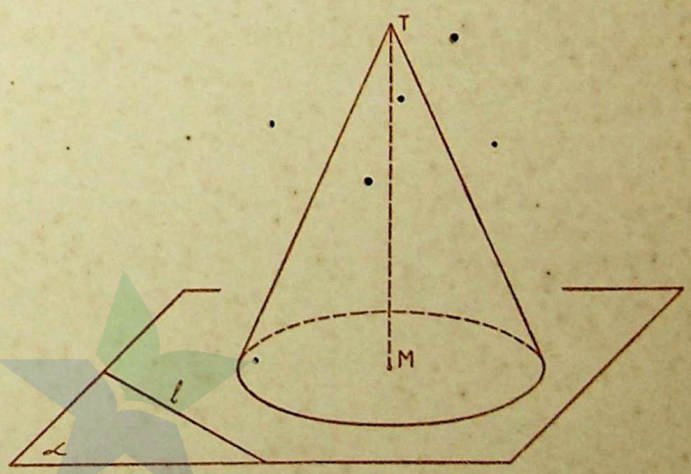
Van twee elkaar snijdende lijnen, die een hoek van 90° maken, zegt men, dat ze loodrecht op elkaar staan. Van twee elkaar kruisende lijnen, die een hoek van 90° maken, zegt men ook, dat ze loodrecht op elkaar staan.




98.

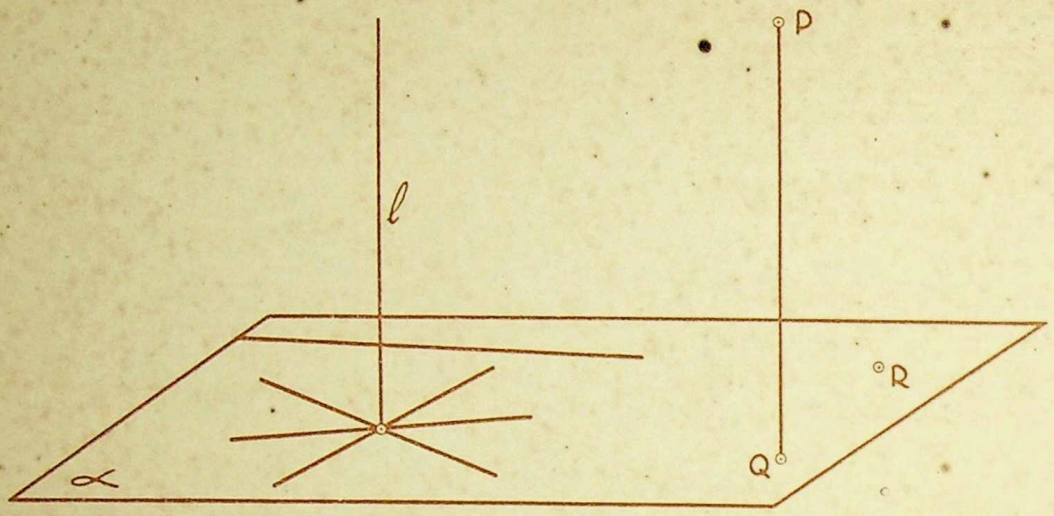
Van dezen kegel is gegeven, dat de *top* T evenver ligt van alle punten van den grondcirkel (middelpunt M). Teeken de doorsnede van zoo'n kegel met een vlak door TM en bewijs dan, dat TM loodrecht staat op alle middellijnen van den grondcirkel. Bewijs vervolgens, dat TM loodrecht staat op iedere lijn in het vlak $\alpha$ van den grondcirkel (bv. dat TM loodrecht staat op de lijn $l$ in $\alpha$).

(Een kegel, waarbij de lijn TM loodrecht staat op het vlak van den grondcirkel, heet een rechte cirkelkegel).



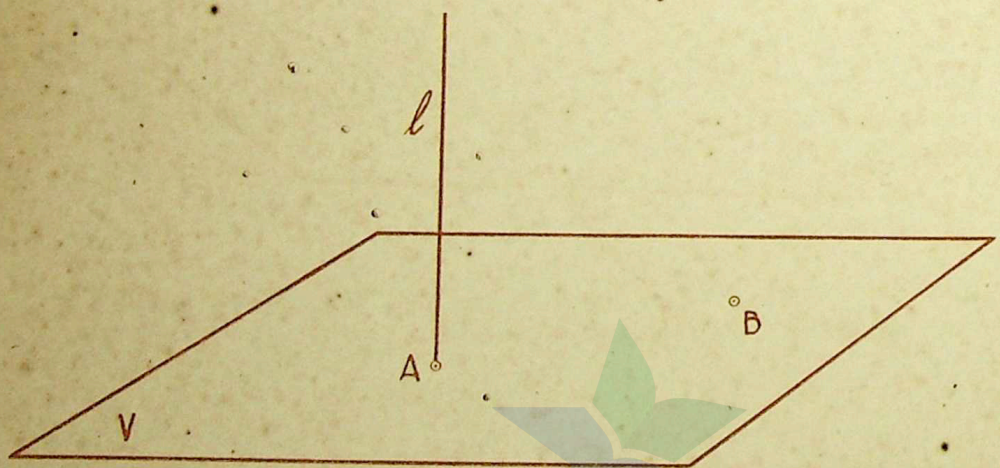

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

99.




*Def.:* Als een lijn $l$ loodrecht staat op alle lijnen van een vlak $\alpha$, zegt men, dat de lijn $l$ loodrecht staat op het vlak $\alpha$. Als Q in $\alpha$ zoo ligt, dat PQ loodrecht staat op $\alpha$, heet Q de (loodrechte) projectie van P op $\alpha$. Zie je, dat PQ korter is dan iedere andere lijn van P naar $\alpha$ (bv. korter dan PR, als R in $\alpha$ ligt)?

100.




*Geg.:*
A en B in V,
$l$ door A $\perp$ V.

*Gevr.:*
de loodlijn in B op V opgericht.

Wij merken dus op: Twee loodlijnen op eenzelfde vlak zijn evenwijdig (formuleer zelf de omkeering van deze stelling).

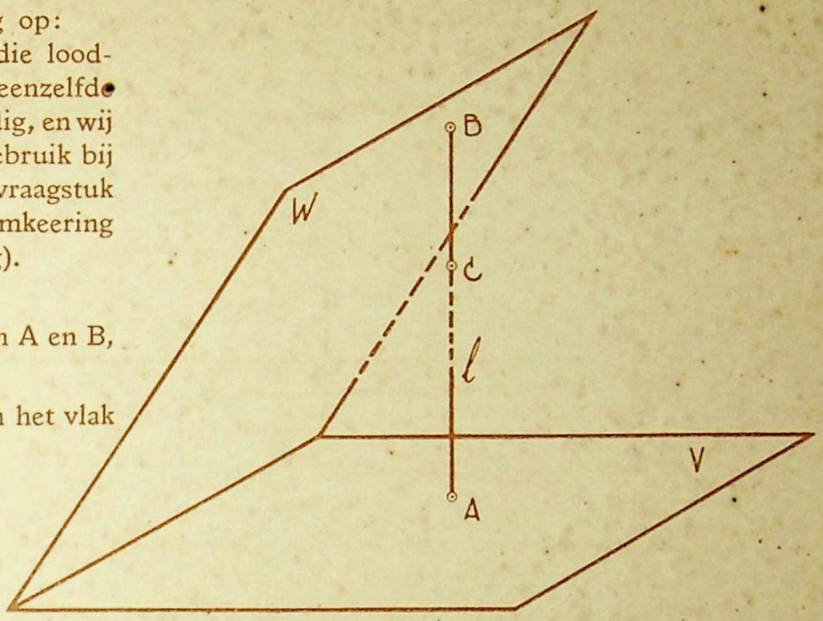
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

101.

Wij merken verder nog op:
Twee vlakken, die loodrecht staan op eenzelfde lijn, zijn evenwijdig, en wij maken hiervan gebruik bij het volgende vraagstuk (noem weer de omkeering van deze stelling).

*Geg.:* $l \perp V$,
$l$ snijdt V en W in A en B,
C op $l$.

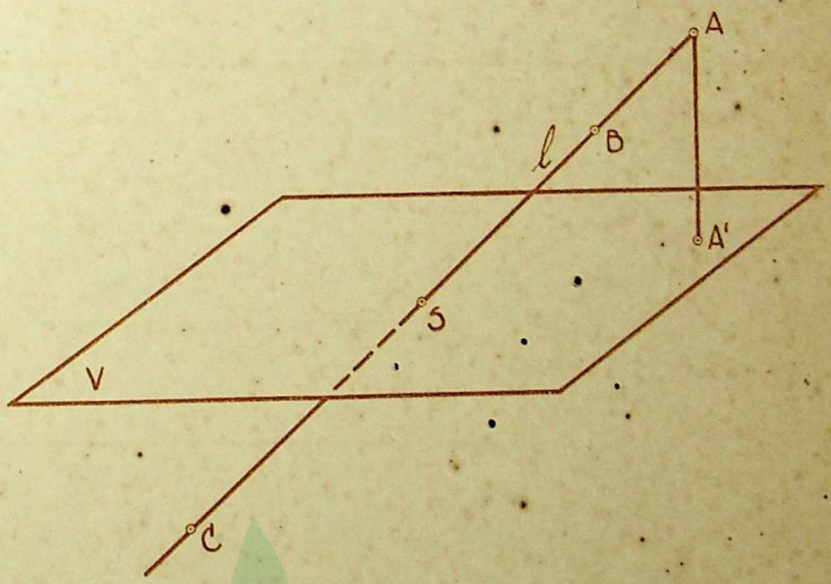
*Gevr.:* de doorsnede van het vlak door C loodrecht op $l$ met W.




102.

*Geg.:* $l$ snijdt V in S,
A, B, en C op $l$.
De projectie van A op V is A'.

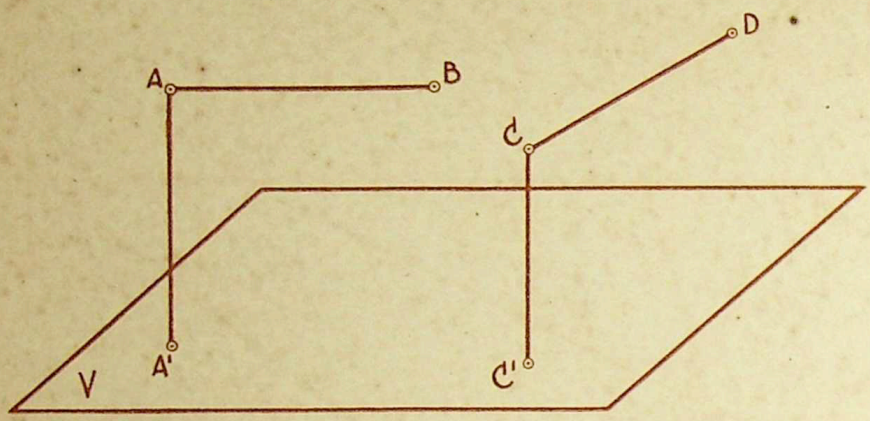
*Gevr.:* de projectie van B en C op V.




Wij merken dus op:
De projecties der punten van een rechte lijn op een plat vlak liggen in den regel weer op een rechte lijn (verklaar de woorden: in den regel).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

103.

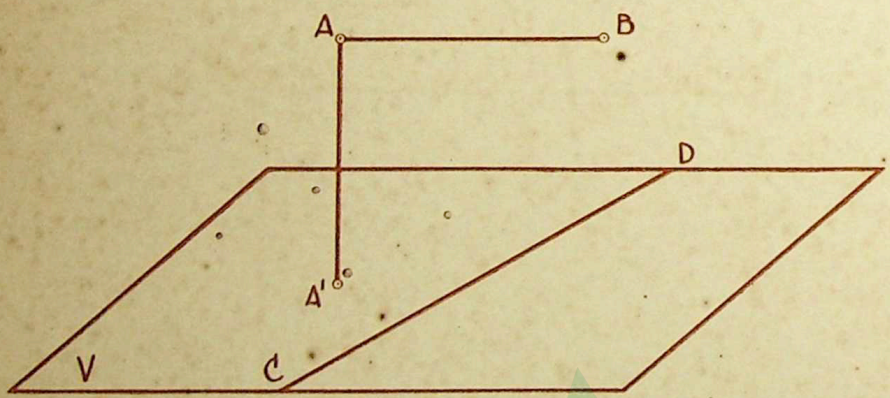



*Geg.:* AB en CD // V.
De projecties van A en C op V zijn A′ en C′.

*Gevr.:* de projecties van AB en CD op V.

Wij merken dus op:
Is een lijnstuk evenwijdig met een plat vlak, dan is zijn projectie op dit vlak gelijk en evenwijdig aan dat lijnstuk.

104.



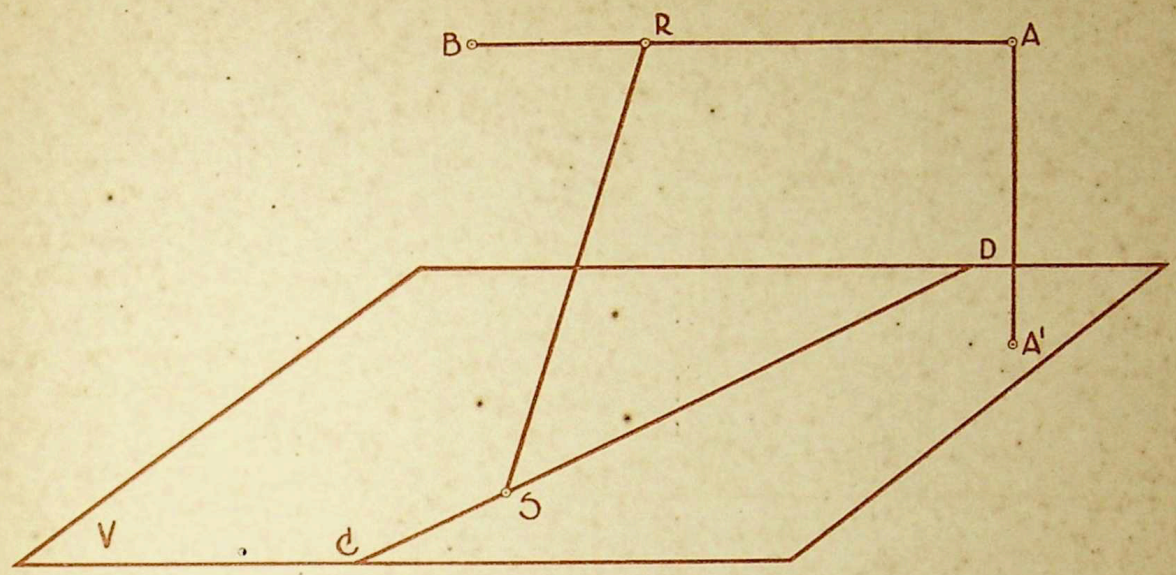

*Geg.:* AB // V,
de projectie van A op V is A′,
CD in V.

*Gevr.:* op AB een punt P en op CD een punt Q te bepalen, zoodat PQ ⊥ V.

Hiermee is een lijn PQ van AB naar CD getrokken, die zoowel loodrecht staat op AB als op CD (verklaar dit).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

105.




*Geg.:* AB // V,
A′ is de projectie van A op V,
CD in V,
R en S op AB en CD.

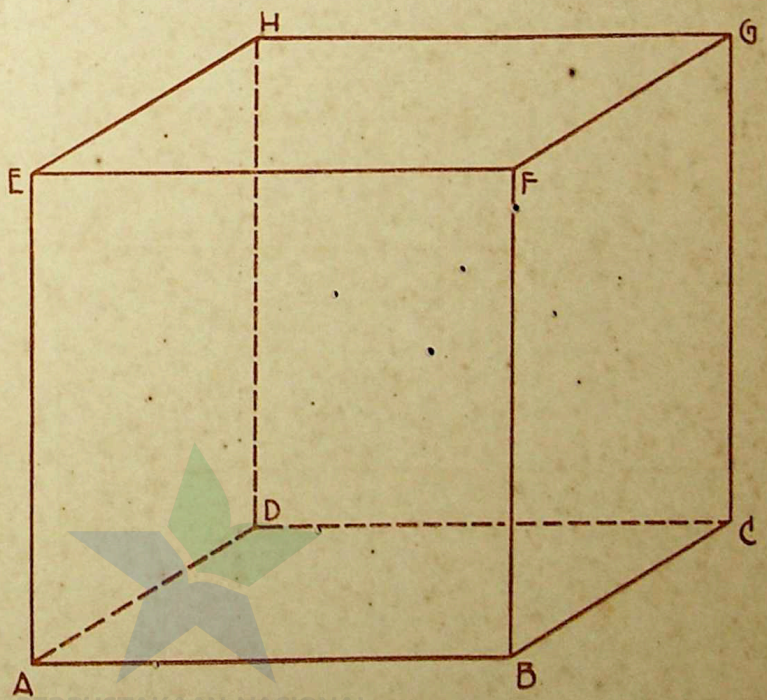
*Gevr.:* een lijn PQ, die van AB naar CD loopt en loodrecht staat op AB en CD.

Toon nu aan, dat PQ de kortste verbindingslijn van AB en CD is, dus bv. korter is dan RS.

106.

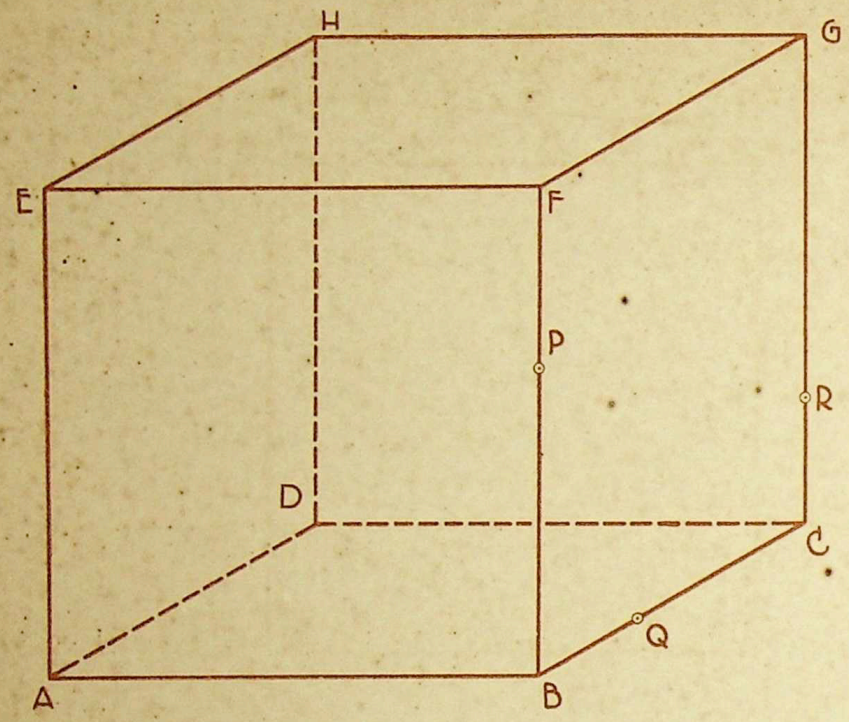
Dit is een kubus.
Een kubus is een parallelepipedum, waarvan iedere ribbe loodrecht staat op twee zijvlakken en waarvan alle ribben gelijk zijn. (Alle zijvlakken zijn dus vierkanten).

*Vragen:* Hoe groot is de hoek
van HD en BC,
van HD en AB,
van HD en AC,
van BG en DE,
van BC en DE,
van AC en AF?




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

107.

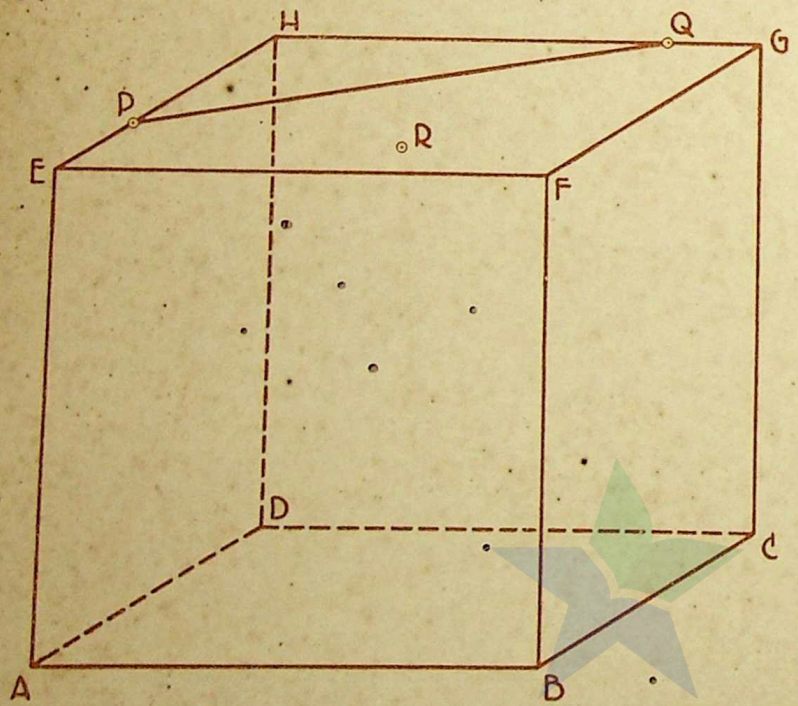



*Geg.:*
een kubus (ABCD) (EFGH),
P, Q en R op BF,
BC en CG.

Teeken de loodlijnen
uit F op HD,
uit P op HD,
uit Q op HD,
uit R op EF.

Wat is de projectie van PE op het grondvlak, van PR op vlak CDHG en van DR op vlak ABFE.

108.



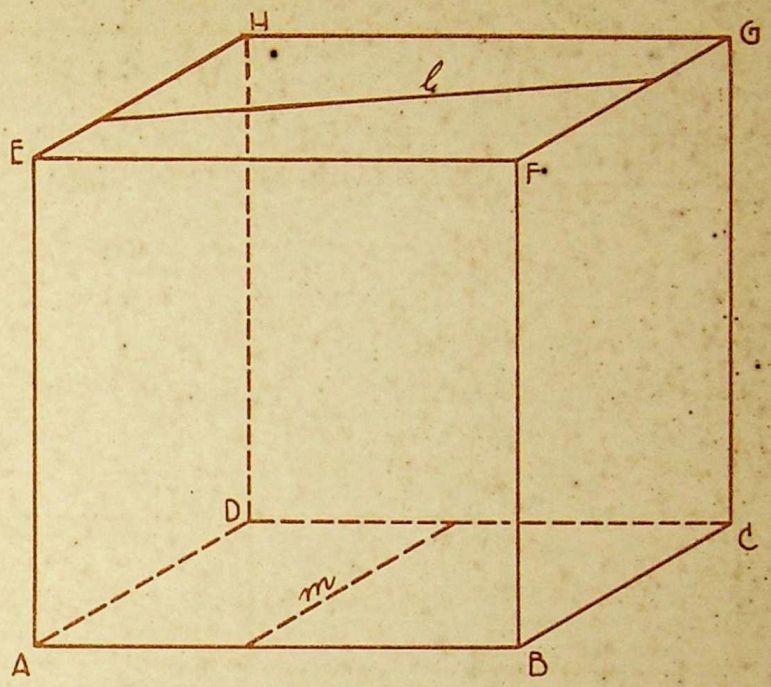

Teeken de projectie P′Q′ van PQ op het grondvlak ABCD van kubus (ABCD)(EFGH).
Wat voor figuur is vierhoek PQQ′P′.
Teeken ook de projectie van een punt R van het bovenvlak op het grondvlak.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

109.

*Geg.:* kubus (ABCD)(EFGH), $l$ in het bovenvlak en $m$ in het grondvlak van den kubus.

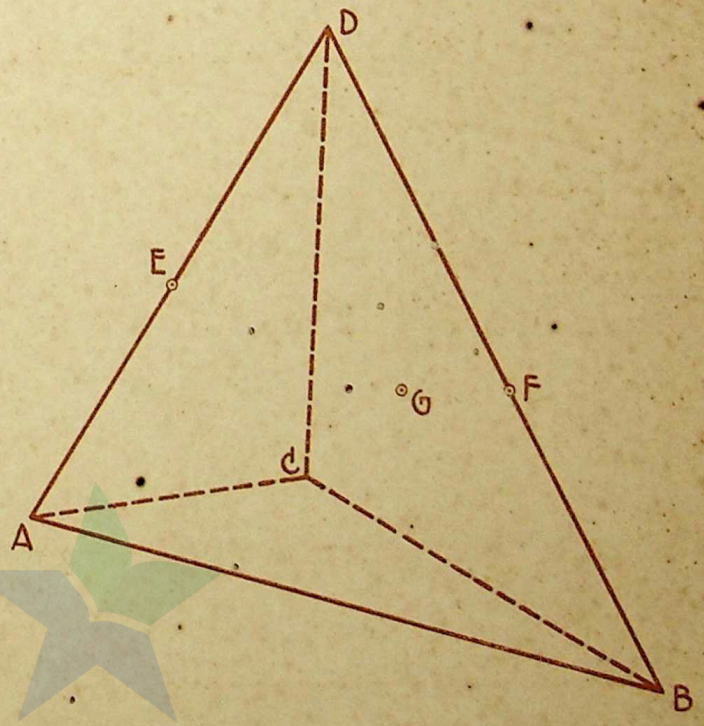
*Gevr.:* de kortste verbindingslijn van $l$ en $m$.




110.

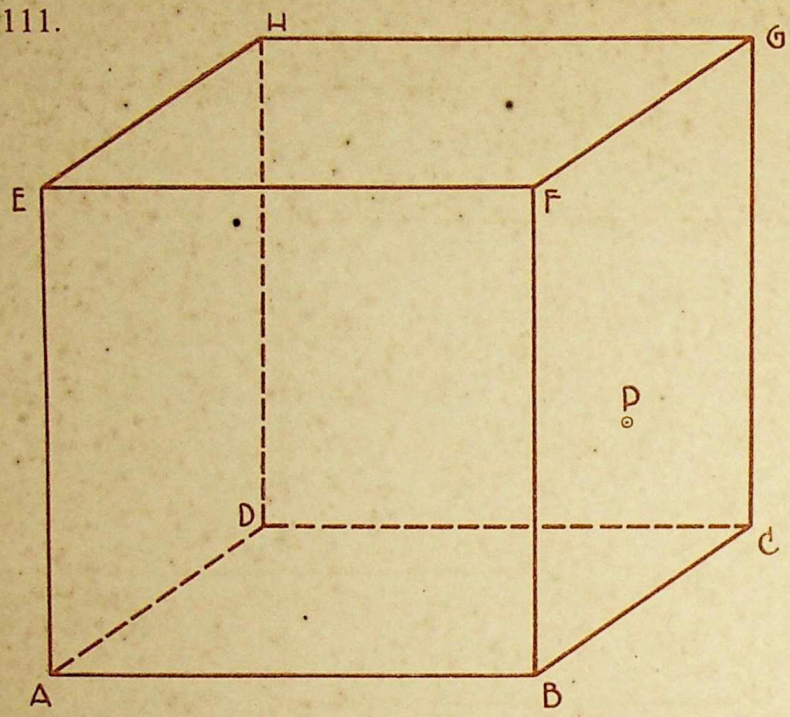
*Geg.:* pyr. DABC,
DC $\perp$ ABC,
E op DA, F op DB,
en G in ABD.

*Gevr.:* de projecties van E, F en G op het grondvlak.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

111.

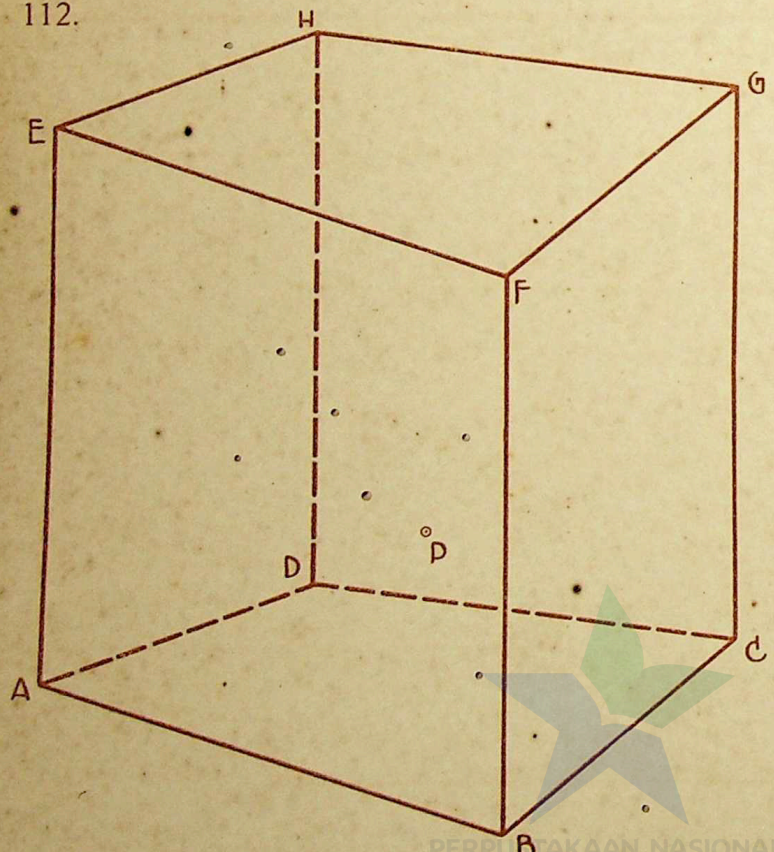



Wij merken op:
alle rechte lijnen, die door een punt P gaan en loodrecht staan op een lijn $l$, liggen in één vlak, nl. in het vlak door P loodrecht op $l$ (P kan op of buiten $l$ liggen).

*Gegeven is nu:*
P in zijvlak BCGF van kubus (ABCD)(EFGH).

*Gevr.:* een lijn door P, die loodrecht staat op GC en AE snijdt, en een lijn door P $\perp$ GC, die DE snijdt.

112.




Een recht prisma is een prisma, waarvan de opstaande ribben loodrecht staan op grond- en bovenvlak.

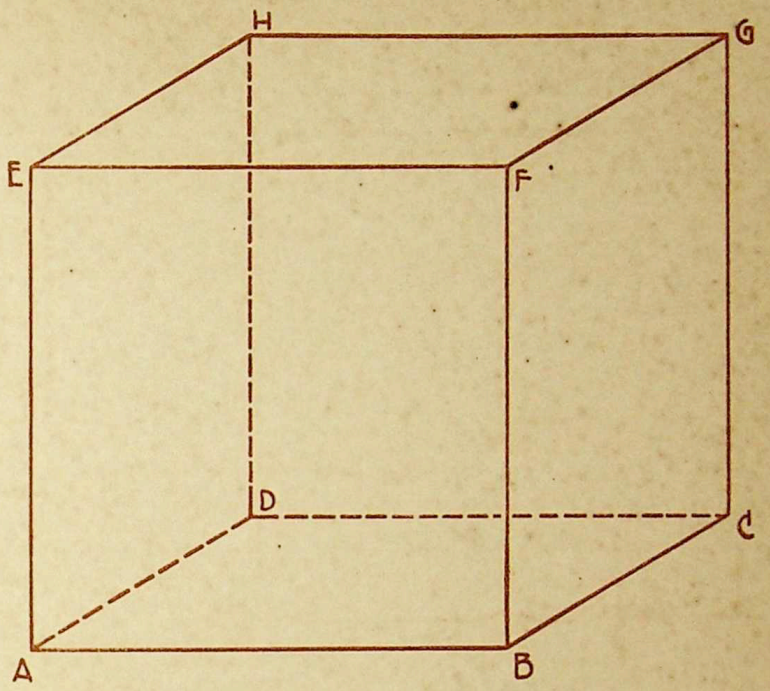
*Geg.:* een recht vierzijdig prisma (ABCD)(EFGH),
P in zijvlak ABFE.

*Te bepalen:* een punt Q in zijvlak ADHE, zoodat PQ CG loodrecht kruist en evenwijdig is met vlak BDHF.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

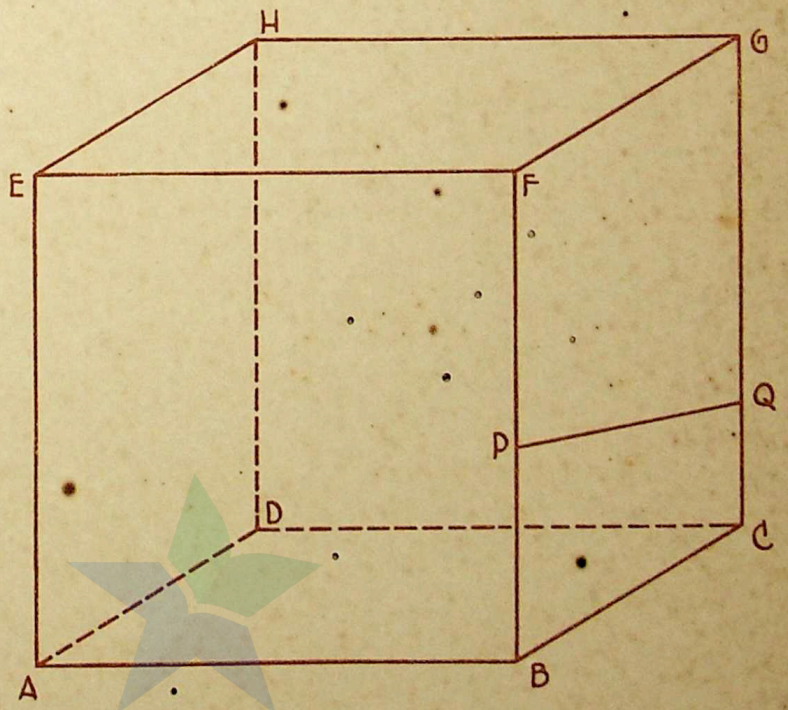
113.

Teeken de doorsnede van den kubus met het vlak dat de ribbe EH loodrecht middendoor deelt. Kies een punt P op AE en een punt Q op CG en bepaal het snijpunt van PQ met het middelloodvlak van EH.
Wat is de m. p. van dit snijpunt, als P en Q zich langs AE en CG bewegen?



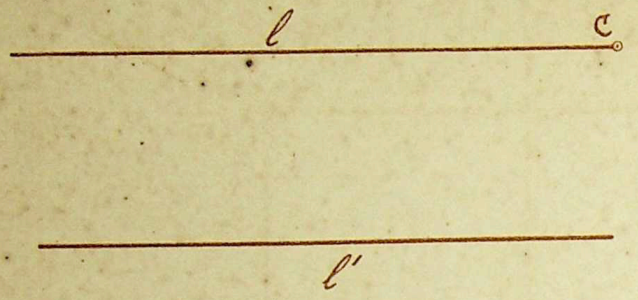

114.

Teeken de doorsnede van den kubus met het middelloodvlak van EH.
Dit vlak is te vullen met middelloodlijnen van EH. Bepaal nu een gelijkbeenigen driehoek met EH als basis en top op PQ.



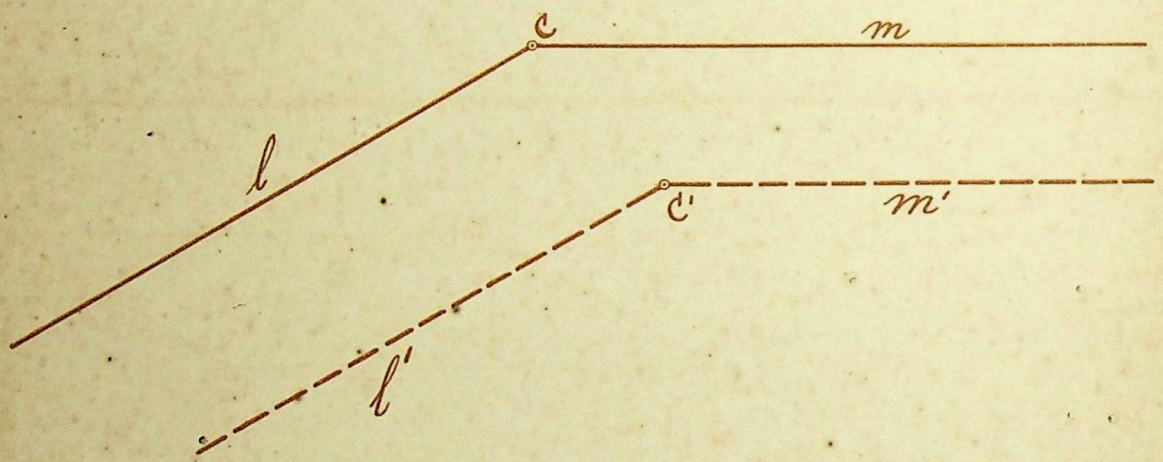

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

115.




Op het papier is een lijn $l$ door C geteekend en een lijn $l' \parallel l$.
Plaats nu je teekendriehoek met het hoekpunt van den rechten hoek in C en met een rechthoekszijde langs $l$ en laat nu dien driehoek wentelen om $l$. De andere rechthoekszijde maakt dan voortdurend een rechten hoek met $l$ en $l'$, maar wij merken op, dat deze bewegende rechthoekszijde slechts in één stand loodrecht op het vlak van het papier staat.

116.

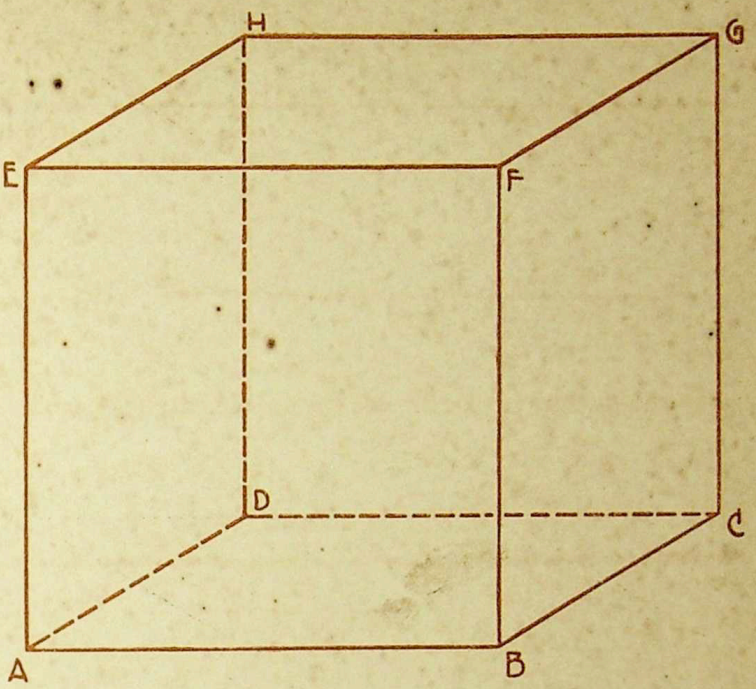



Wij hebben nu op het papier twee elkaar in C snijdende lijnen $l$ en $m$ geteekend en door een punt C' de lijnen $l'$ en $m'$ evenwijdig met $l$ en $m$.
Plaats nu weer je teekendriehoek met het hoekpunt van den rechten hoek in C en met één rechthoekszijde langs $l$ en laat dien driehoek weer wentelen om $l$. De andere rechthoekszijde maakt dan steeds een rechten hoek met $l$ (en $l'$), maar de hoek met $m$ (en $m'$) verandert steeds. Als de hoek met $m$ (en $m'$) ook 90° geworden is, merken wij op, dat de bewegende rechthoekszijde loodrecht staat op het vlak van het papier.
Wij zijn zoo gekomen tot een belangrijk kenmerk van den loodrechten stand van lijn en vlak:
Als een lijn loodrecht staat op twee elkaar snijdende lijnen van een plat vlak, staat de lijn loodrecht op het vlak (wat beteekent ook weer, dat een lijn loodrecht op een vlak staat?).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

117.

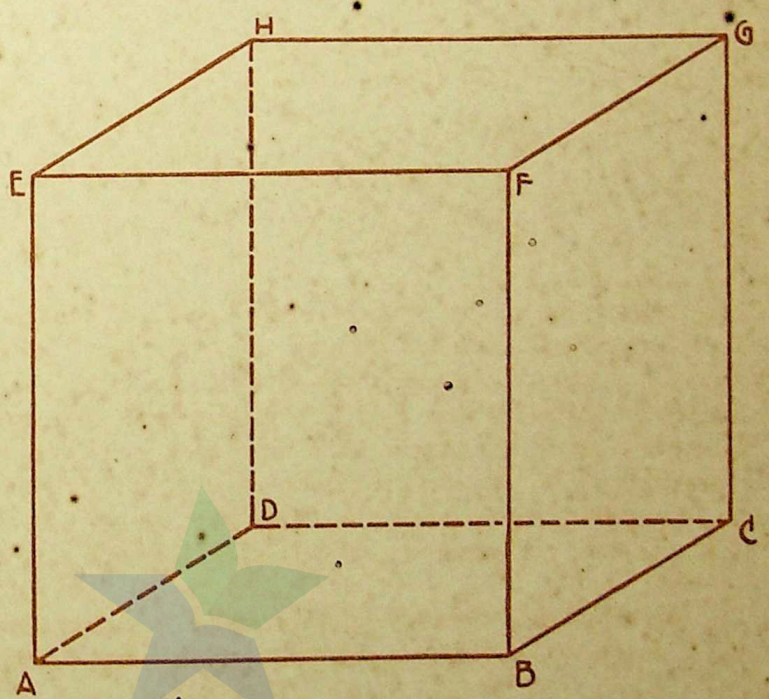
Bewijs nu met behulp van de hoofdstelling van den loodrechten stand, dat AC loodrecht staat op vlak BDHF.
(Dit vlak heet een diagonaalvlak van den kubus). Hieruit volgt dus, dat AC loodrecht staat op DF. DF heet een lichaamsdiagonaal van den kubus en AC een zijvlakdiagonaal.
Wij hebben dus gevonden:
Een lichaamsdiagonaal en een zijvlakdiagonaal, die elkaar kruisen, staan loodrecht op elkaar.




118.

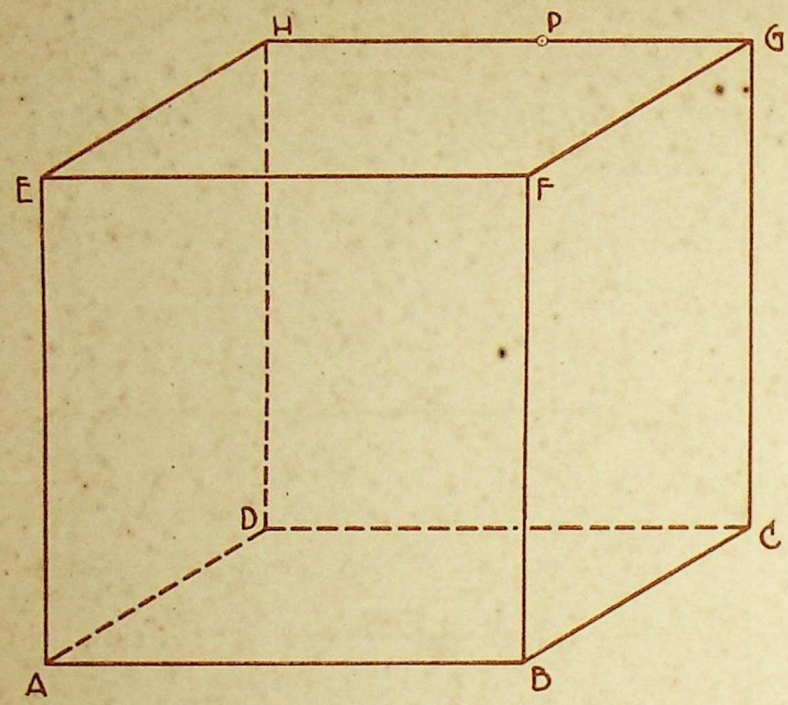
Toon nu aan (op de manier die in 117 gevolgd is), dat DF loodrecht staat op AH.

Uit 117 en 118 volgt nu, dat DF loodrecht staat op vlak ACH.



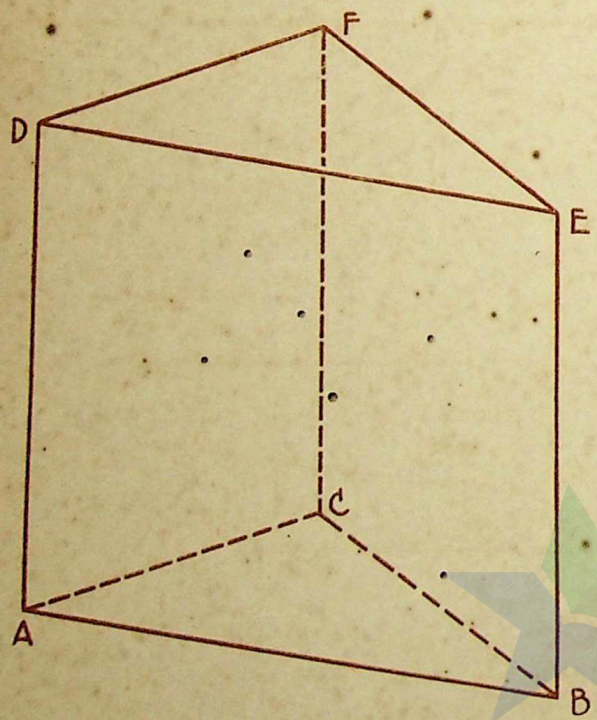

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

119.




Teeken de doorsnede van den kubus met een vlak door P loodrecht op AC.
Teeken de loodlijn uit H op AC en de loodlijn uit P op AC.
Zijn die loodlijnen evenwijdig?

120.




*Geg.:* een recht prisma (ABC)(DEF), AB = AC.

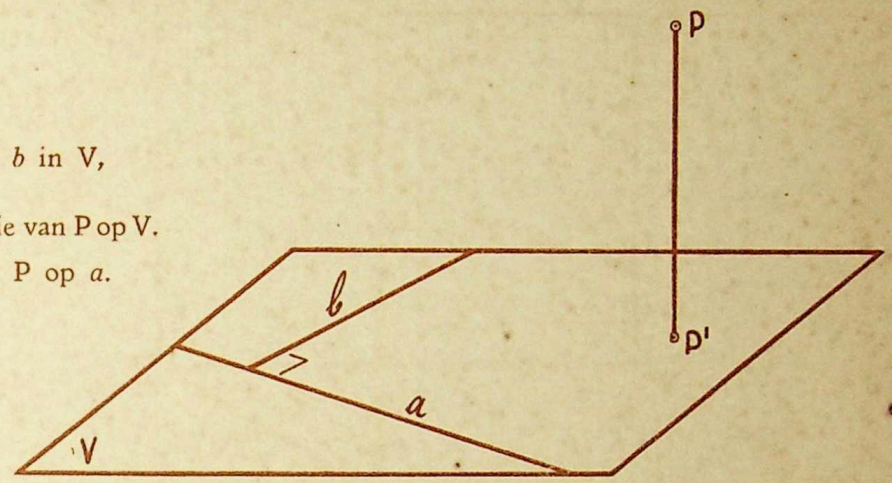
*Gevr.:* de doorsnede van een vlak door A loodrecht op BC met het prisma.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

121.

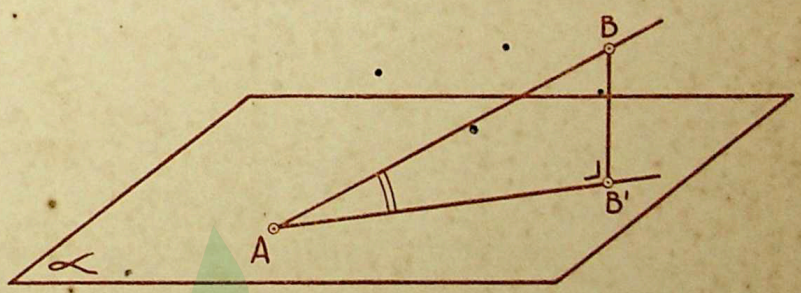
*Geg.:* de lijnen $a$ en $b$ in V,
$a \perp b$,
P′ is de projectie van P op V.

*Gevr.:* de loodlijn uit P op $a$.



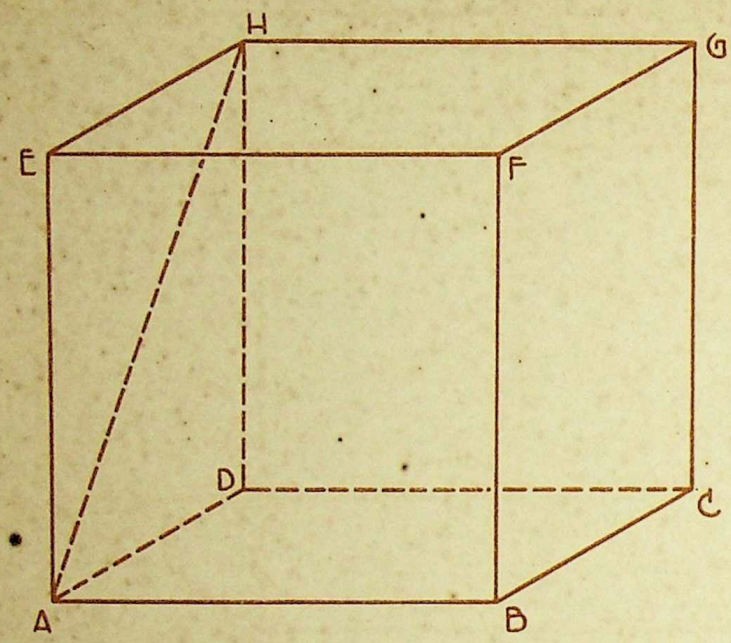

122.

Uit een punt A van vlak $\alpha$ is een lijn AB getrokken. De projectie van AB op $\alpha$ is de lijn AB′.
Men zegt nu, dat B′AB de hoek is, die de lijn AB met het vlak $\alpha$ maakt.




PERPUSTAKAAN NASIONAL

123.




*Geg.:* een kubus (ABCD)(EFGH).

Noem op den hoek, dien

*a*) AH met het grondvlak maakt,

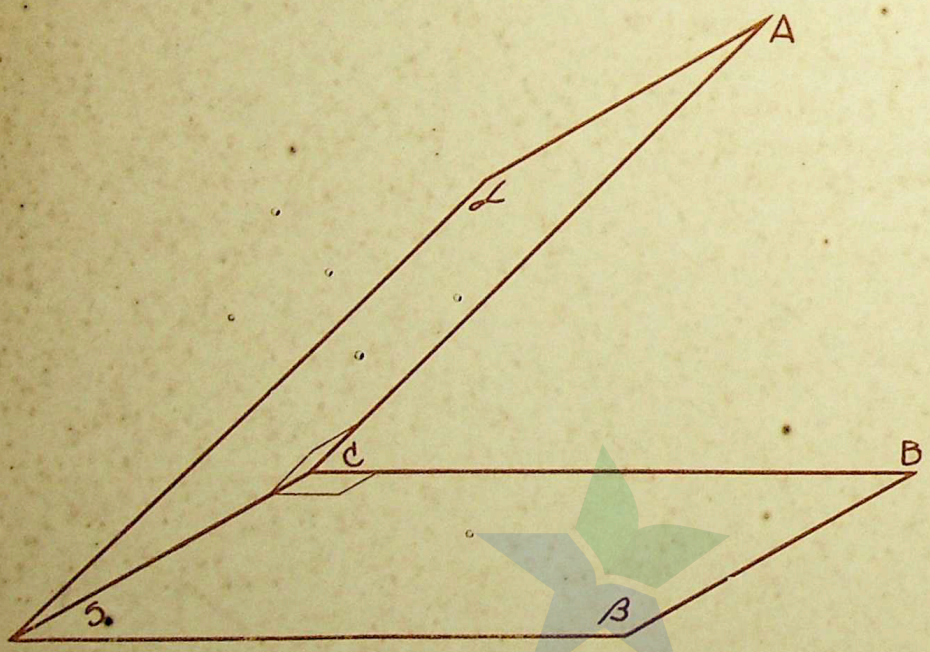
*b*) AH met het achtervlak maakt,

*c*) AH met het voorvlak maakt,

*d*) DF met het grondvlak maakt.

Teeken ook den hoek, dien CF met het diagonaalvlak BFHD maakt.

124.




Hier zijn twee elkaar snijdende vlakken $\alpha$ en $\beta$.

Gegeven is, dat CA in $\alpha$ ligt en loodrecht staat op de snijlijn S, en dat CB in $\beta$ ligt en loodrecht staat op de snijlijn S.

De hoek ACB, die de vlakken $\alpha$ en $\beta$ met elkaar maken, heet de standhoek of de hoek van de vlakken $\alpha$ en $\beta$.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

125.

*Geg.:* een kubus (ABCD) (EFGH).

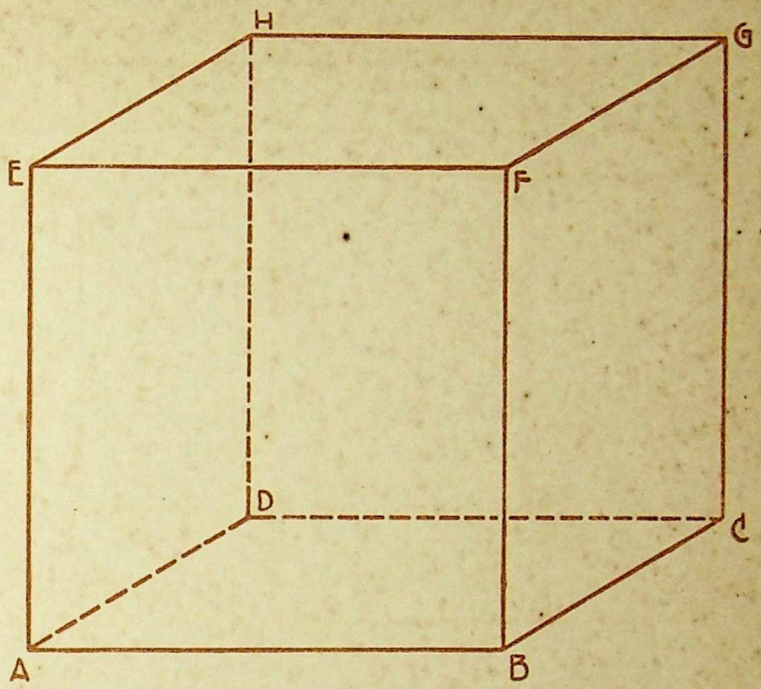
*Gevr.:* hoe groot is de hoek tusschen:

*a*) het vlak ADHE en het grondvlak,

*b*) het diagonaalvlak EBCH en het grondvlak,

*c*) het vlak BDHF met het bovenvlak,

*d*) het diagonaalvlak ABGH met het grondvlak.




126.

Een pyramide heet regelmatig als het grondvlak een regelmatige veelhoek is en als bovendien de projectie van den top op het grondvlak het middelpunt van deze regelmatige veelhoek is.

Dit is nu een regelmatige 4-zijdige pyramide. Het grondvlak ABCD is dus een vierkant en TS staat loodrecht op het grondvlak.

Bewijs nu, dat:

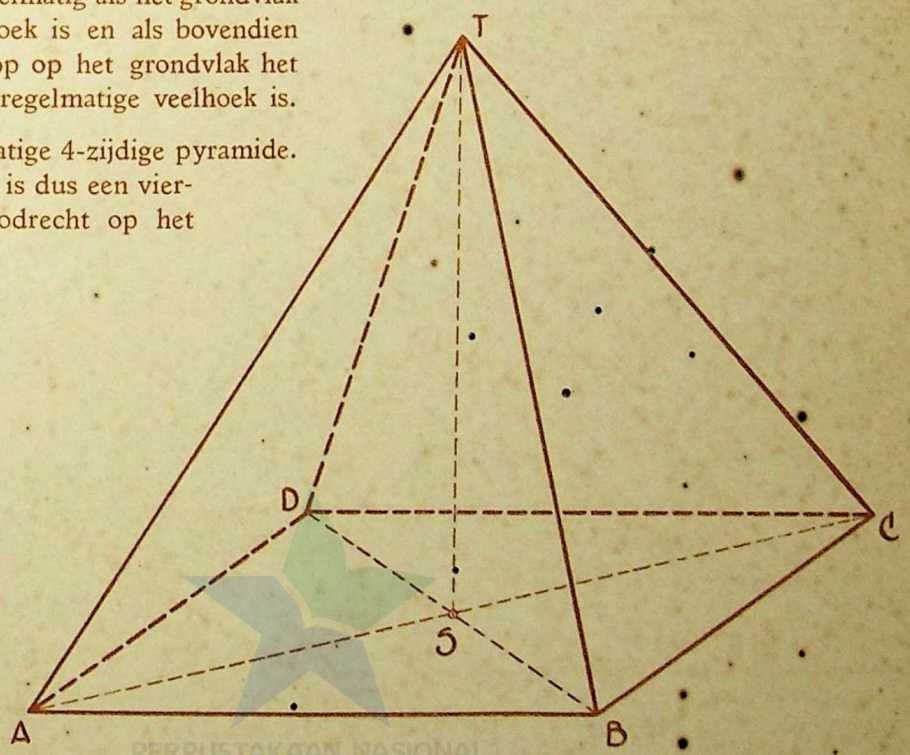
1°. alle opstaande ribben gelijk zijn;

2°. alle zijvlakken congruent zijn;

3°. alle opstaande ribben gelijke hoeken maken met het grondvlak;

4°. alle zijvlakken gelijke hoeken maken met het grondvlak.

(Teeken die hoeken in de figuren.)

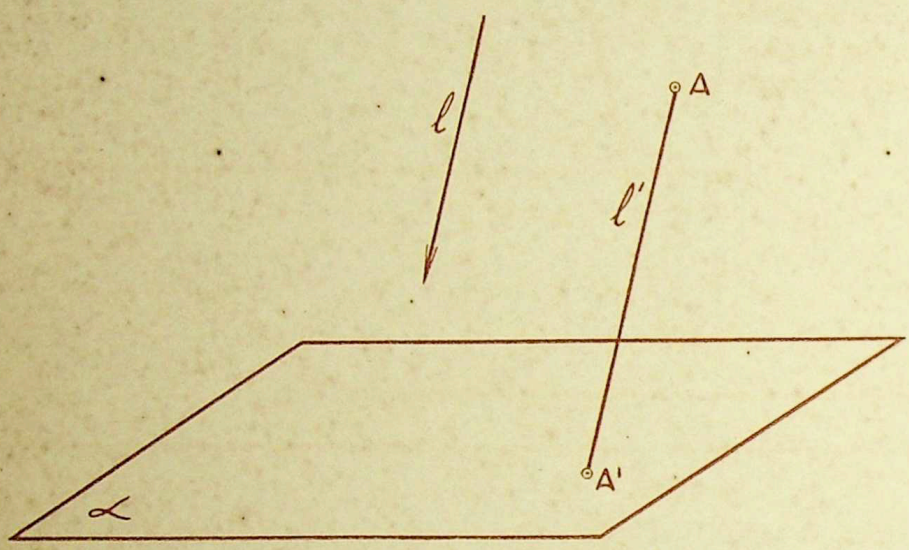



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

# HOOFDSTUK IV.

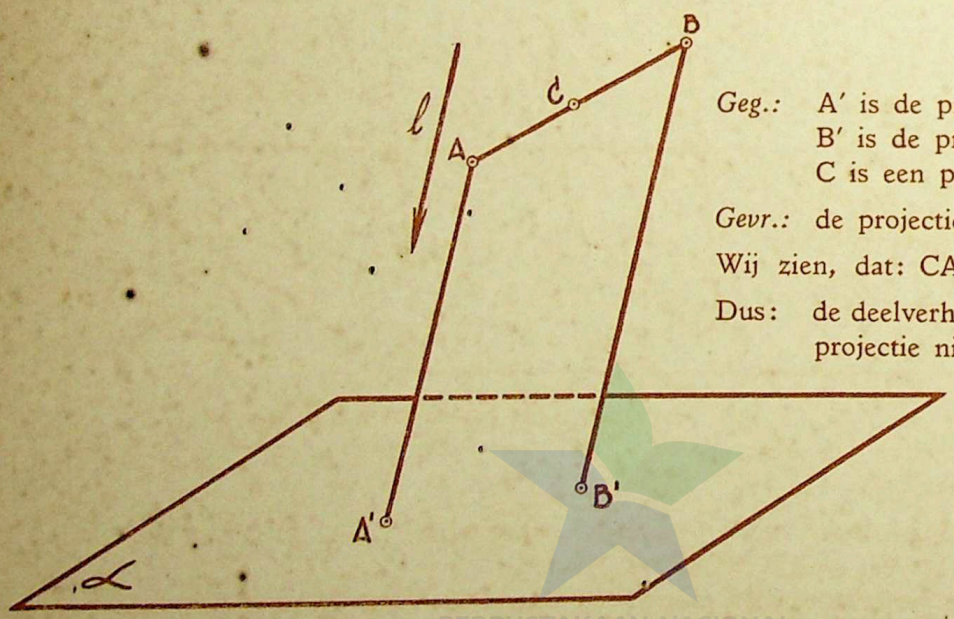
## HET STEREOMETRISCH TEEKENEN.

127.




Door het punt A hebben wij een lijn $l'$ getrokken van een voorgeschreven richting $l$. Deze lijn $l'$ snijdt een gegeven vlak $\alpha$ in een punt A'. $\alpha$ heet het projectievlak, $l$ de projectierichting.
A' heet de scheeve projectie van A op $\alpha$ ($l$ niet loodrecht op $\alpha$). Wij zullen vaak kortweg van projectie spreken.

128.




*Geg.:* A' is de projectie van A,
B' is de projectie van B,
C is een punt van AB.

*Gevr.:* de projectie C' van C.

Wij zien, dat: CA : CB = C'A' : C'B'.

Dus: de deelverhouding verandert door projectie niet.

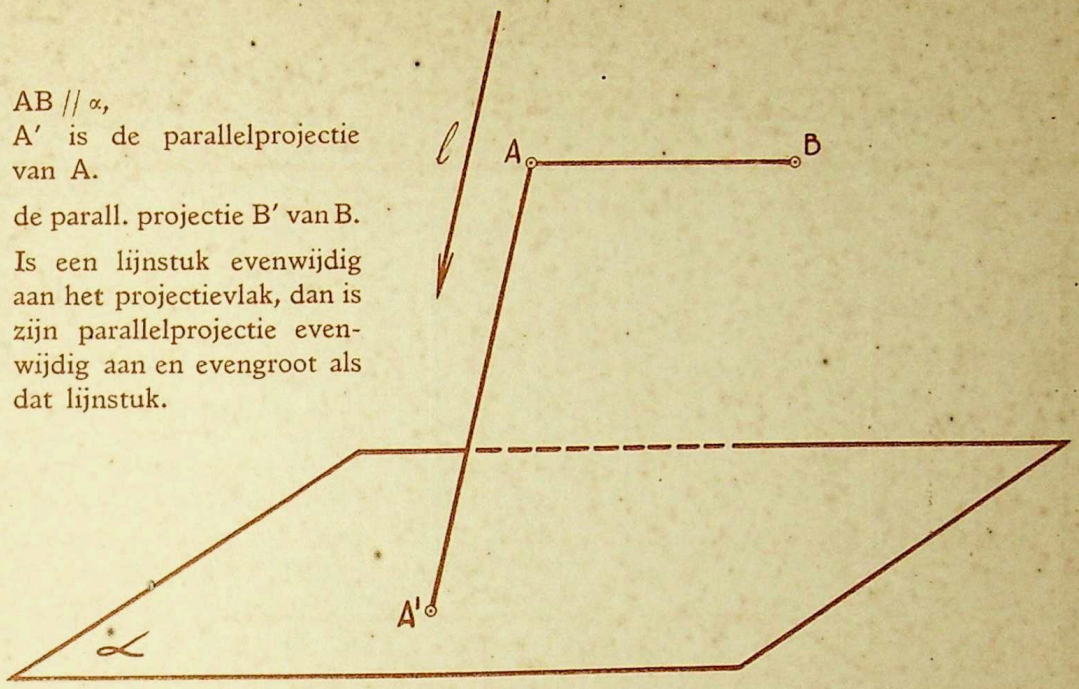
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

129.

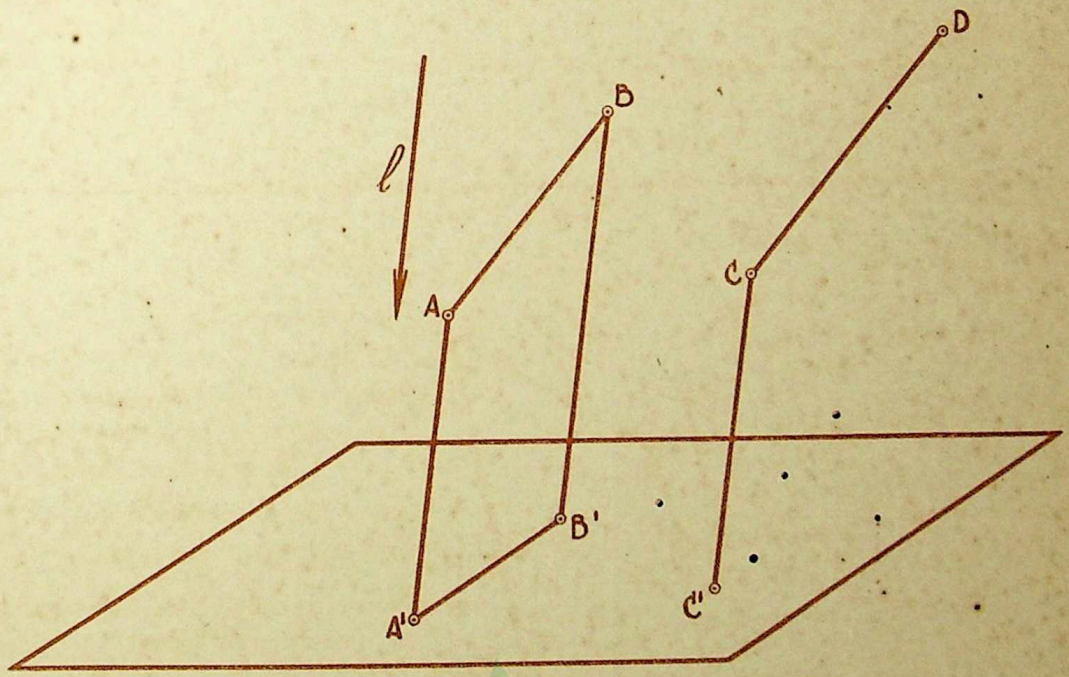
*Geg.:* AB // $\alpha$,
A′ is de parallelprojectie van A.

*Gevr.:* de parall. projectie B′ van B.

Dus: Is een lijnstuk evenwijdig aan het projectievlak, dan is zijn parallelprojectie evenwijdig aan en evengroot als dat lijnstuk.




130.



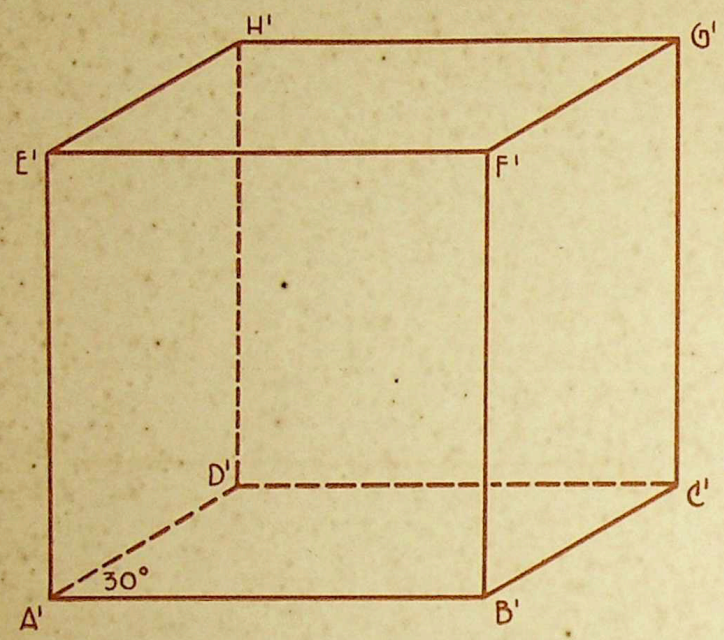

*Geg.:* AB // CD,
A′B′ is de projectie van AB,
C′ is de projectie van C.

*Gevr.:* de parallelprojectie D′ van D.

Wij zien dus: Evenwijdige lijnen hebben evenwijdige projecties.
Bewijs verder, dat: AB : CD = A′B′ : C′D′.
Dus: door een parallelprojectie worden evenwijdige lijnstukken in dezelfde reden verkleind of vergroot.

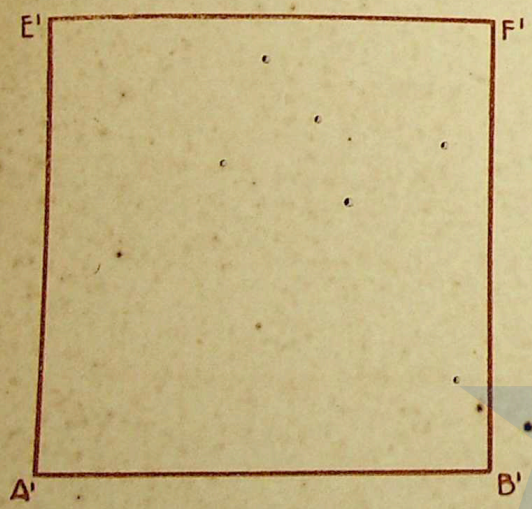
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

131.




Dit is een parallelprojectie van een kubus (ABCD)(EFGH). De kubus zelf is zoo geplaatst, dat de zijvlakken ABFE en DCGH evenwijdig zijn aan het projectievlak.
Daarom zijn A'B'F'E' en D'C'G'H' in onze teekening vierkanten.
Verder zijn alle ribben, die evenwijdig loopen met AD (dus loodrecht staan op het projectievlak) in onze teekening evenwijdig aan A'D' geteekend.
De hoek B'A'D', dien wij den wijkhoek zullen noemen, is hier 30° (in werkelijkheid 90°).
De projecties van al deze ribben zijn half zoo groot geteekend als A'B'. Het getal $\frac{1}{2}$ heet de verkortingsfactor.

132.



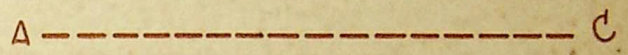

Voltooi de parallelprojectie van den kubus (ABCD)(EFGH).
Neem een wijkhoek van 45° en den verkortingsfactor $\frac{1}{2}$.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

133.

Teeken de (parallel)projectie van een recht driezijdig prisma (ABC)(DEF). Het achtervlak ACFD loopt evenwijdig met het projectievlak.

*Gegeven is verder:*
de projectie van AC (de accenten zijn in de teekening weggelaten),
ACFD is een vierkant,
BC $\perp$ vlak ACFD, BC = AC,
de wijkhoek 45°,
de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$.

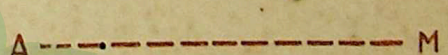



134.

Teeken de projectie van een recht driezijdig prisma (ABC)(DEF).
Het projectievlak loopt evenwijdig met de opstaande ribben en met de zwaartelijn AM van het grondvlak.

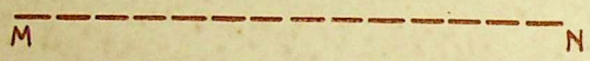
*Gegeven is nog:*
1. de projectie van AM,
2. AD = $1\frac{1}{4}$ AM, BC = 2 AM,
3. AB = AC,
4. de wijkhoek 45°,
5. de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$.

(Ga eerst met behulp van een analyse-teekeningetje na, welke lijn uit de figuur loodrecht op het projectievlak staat).



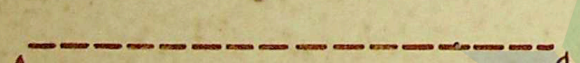

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

135.




Van een regelmatige 4-zijdige pyramide TABCD zijn (de projecties van) de middens M en N van AD en BC gegeven. Het vlak TMN loopt evenwijdig met het projectievlak.
Teeken (de parallelprojectie van) deze pyramide, als de wijkhoek 30°, de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is.
Gegeven is nog, dat de hoogte TS gelijk is aan MN.
(Maak weer eerst een analyse-teekeningetje).

136.

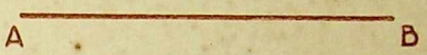



Van een regelmatige 4-zijdige pyramide TABCD loopt het vlak TAC evenwijdig aan het projectievlak.
Teeken deze pyramide, als AC gegeven is, de wijkhoek 45°, de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is en de hoogte TS = $\frac{3}{4}$AC (welke lijn staat loodrecht op het projectievlak?) (wat is bedoeld met „AC is gegeven"?).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

137.

Van een regelmatige vierzijdige pyramide TABCD is gegeven de ribbe AB. Het projectievlak loopt evenwijdig met AB en met de hoogtelijn uit T.
De zijvlakken maken met het grondvlak hoeken, waarvan de tangens $\frac{3}{2}$ is.
Teeken deze pyramide, als de wijkhoek 30° en de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is.




138.

Van een regelmatige 4-zijdige pyramide is de ribbe van het grondvlak gelijk aan $a$.
Het projectievlak loopt evenwijdig met een ribbe van het grondvlak en met de hoogtelijn uit den top.
De hoek tusschen twee niet aangrenzende zijvlakken is 60°. Teeken deze pyramide, als de wijkhoek 30°, de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is.




PERPUSTAKAAN NASIONAL

139.




Van een regelmatige 4-zijdige pyramide TABCD, waarvan alle ribben gelijk zijn, is AB een ribbe.
Het projectievlak loopt evenwijdig met de hoogtelijn uit den top, en met een ribbe van het grondvlak.
Teeken deze pyramide, als de wijkhoek 30° en de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is.

140.

Teeken nu een pyramide, die congruent is met de bovenstaande. Nu loopt echter het vlak TAC evenwijdig met het projectievlak.
Wijkhoek 45°.
Verkortingsfactor $\frac{1}{2}$.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

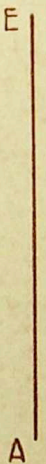
141.

Van een kubus (ABCD)(EFGH) is AE een opstaande ribbe.
Het projectievlak loopt evenwijdig met het diagonaalvlak door AE.
Teeken dezen kubus, als de wijkhoek 45° en de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is.



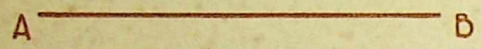

142.

Van een recht parallelepipedum (ABCD)(EFGH) is AE een opstaande ribbe.
Het grondvlak is een vierkant en de diagonaal EC maakt een hoek van 30° met het grondvlak.
Teeken dit lichaam, als het projectievlak evenwijdig loopt met AE en EC.
Wijkhoek 45°.
Verkortingsfactor $\frac{1}{2}$.




PERPUSTAKAAN NASIONAL

139.




Van een regelmatige 4-zijdige pyramide TABCD, waarvan alle ribben gelijk zijn, is AB een ribbe.
Het projectievlak loopt evenwijdig met de hoogtelijn uit den top, en met een ribbe van het grondvlak.
Teeken deze pyramide, als de wijkhoek 30° en de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is.

140.

Teeken nu een pyramide, die congruent is met de bovenstaande. Nu loopt echter het vlak TAC evenwijdig met het projectievlak.
Wijkhoek 45°.
Verkortingsfactor $\frac{1}{2}$.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

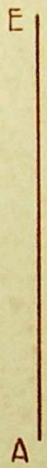
141.

Van een kubus (ABCD)(EFGH) is AE een opstaande ribbe.
Het projectievlak loopt evenwijdig met het diagonaalvlak door AE.
Teeken dezen kubus, als de wijkhoek 45° en de verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ is.




142.

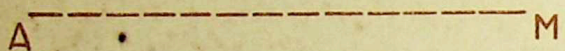
Van een recht parallelepipedum (ABCD)(EFGH) is AE een opstaande ribbe.
Het grondvlak is een vierkant en de diagonaal EC maakt een hoek van 30° met het grondvlak.
Teeken dit lichaam, als het projectievlak evenwijdig loopt met AE en EC.
Wijkhoek 45°.
Verkortingsfactor $\frac{1}{2}$.



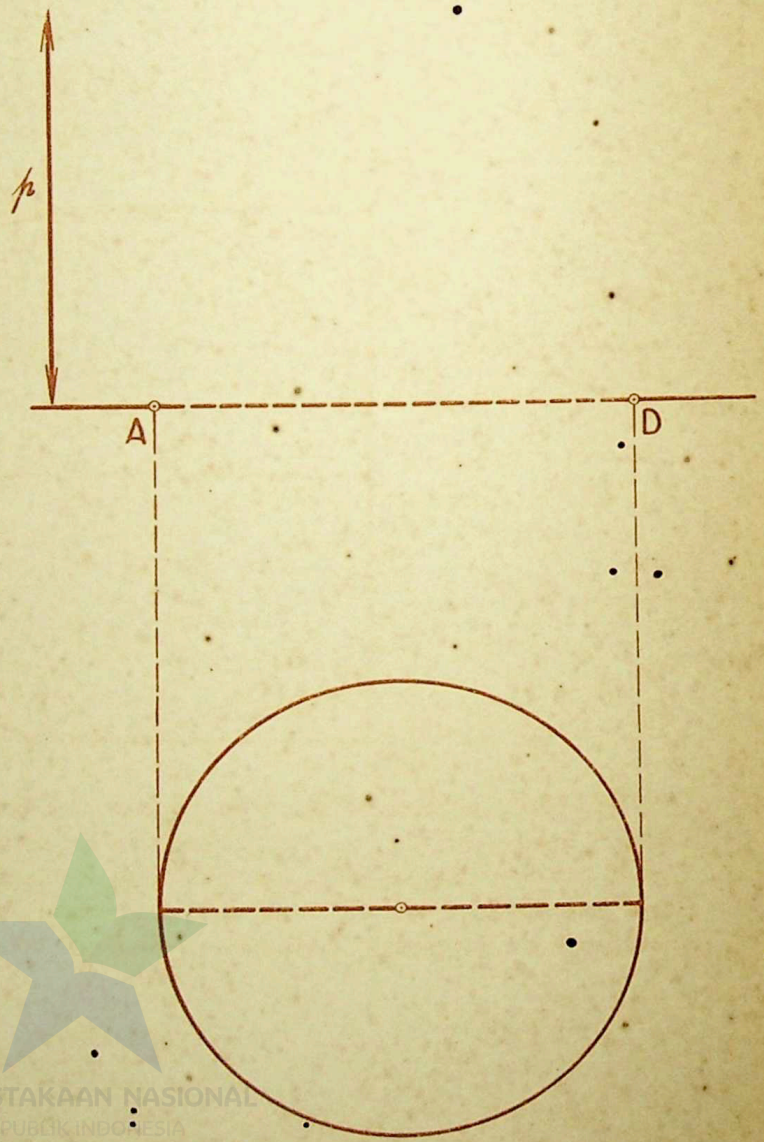

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

143.

Een regelmatige 3-zijdige pyramide TABC, waarvan alle ribben gelijk zijn, heet een regelmatig viervlak.
Teeken zoo'n regelmatig viervlak, als het vlak TAM (waarvan M het midden van BC is) evenwijdig is aan het projectievlak.
Neem een verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ en een wijkhoek van 45°.



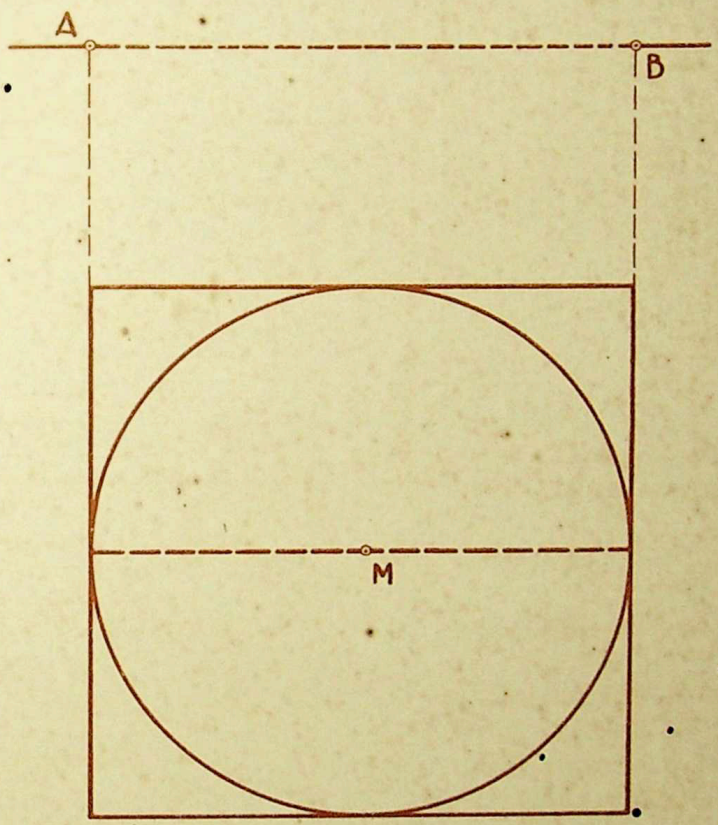

144.




Teeken de parallelprojectie van een recht zeszijdig prisma (ABCDEF) (GHIJKL).
Het grondvlak ABCDEF is een regelmatige zeshoek.
Het vlak ADJG is evenwijdig met het projectievlak.
Gegeven is verder de diagonaal AD van het grondvlak, wijkhoek 45°, de verkortingsfactor is $\frac{1}{2}$ en de hoogte van het prisma is gelijk aan $p$.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

145.



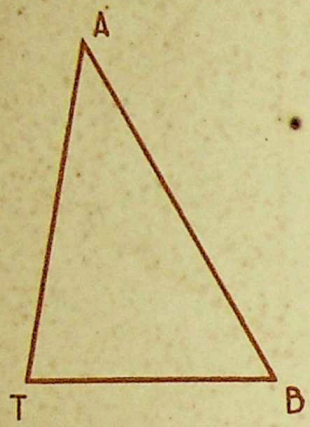

Teeken de parallelprojectie van een rechten cirkelkegel (definitie!).
Gegeven is, dat AB een middellijn van den grondcirkel is.
T is de top van den kegel en het vlak TAB is evenwijdig met het projectievlak.
Neem een wijkhoek van 45°, den verkortingsfactor $\frac{1}{2}$ en de hoogte van den kegel gelijk aan AB.
Teeken ook de doorsnede TAB en de doorsnede door de as loodrecht erop.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

# HOOFDSTUK V.

## WENTELEN. — NETWERKEN.

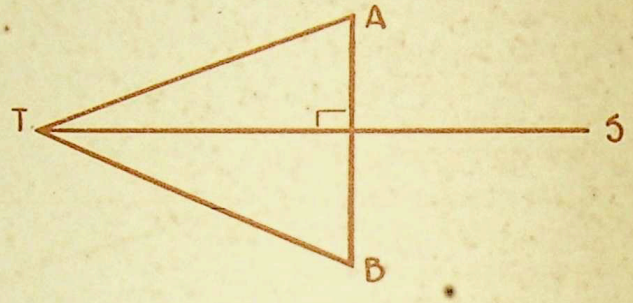
146.




Als △ ABT om AB wentelt, wat voor baan beschrijft het punt T dan?

Hoe beweegt zich de projectie van het punt T op het vlak van het papier?

147.



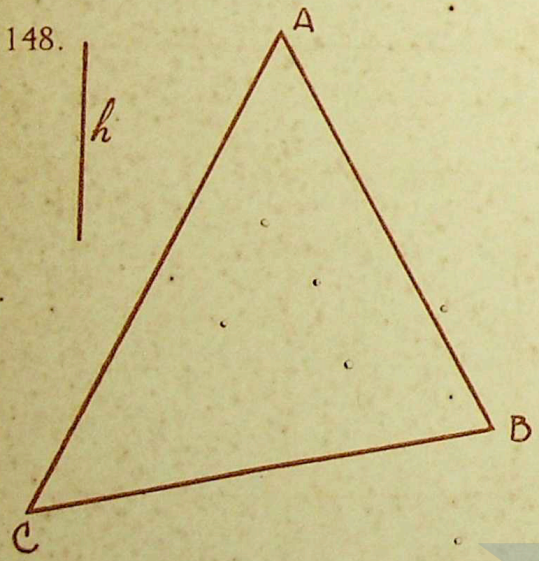

*Geg.:* TS ⊥ AB.

Men wentelt △ ABT om AB naar boven, totdat de projectie van T op het papier in S komt.

*Gevr.:* 1°. de lengte van TS in dien stand.

2°. de standhoek van het vlak van den driehoek met het vlak van het papier.

148.



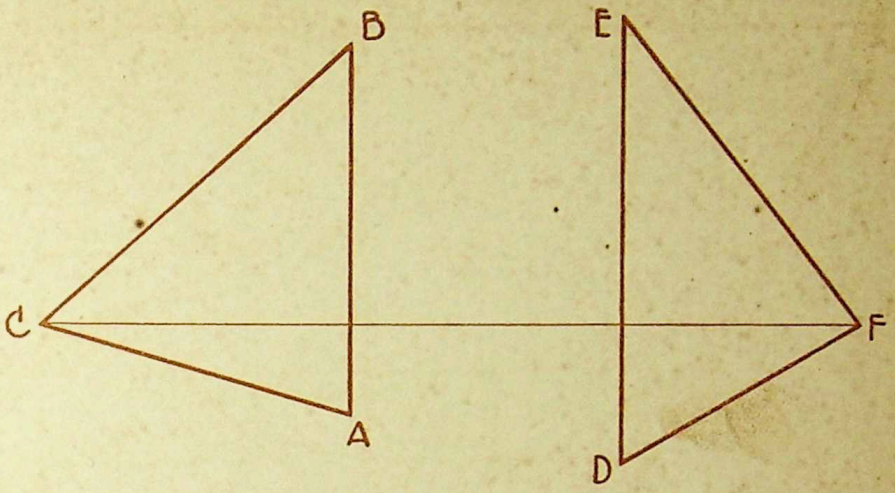

Men wentelt △ ABC om AB, totdat C op een afstand $h$ boven het papier ligt (rechts van AB). Bepaal in dien nieuwen stand de projectie C′ van C op het papier.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

149..

*Geg.:*
AB // DE, CF ⊥ AB.
Men wentelt △ ABC om AB naar boven en △ DEF om DE naar boven, totdat C en F elkaar ontmoeten.

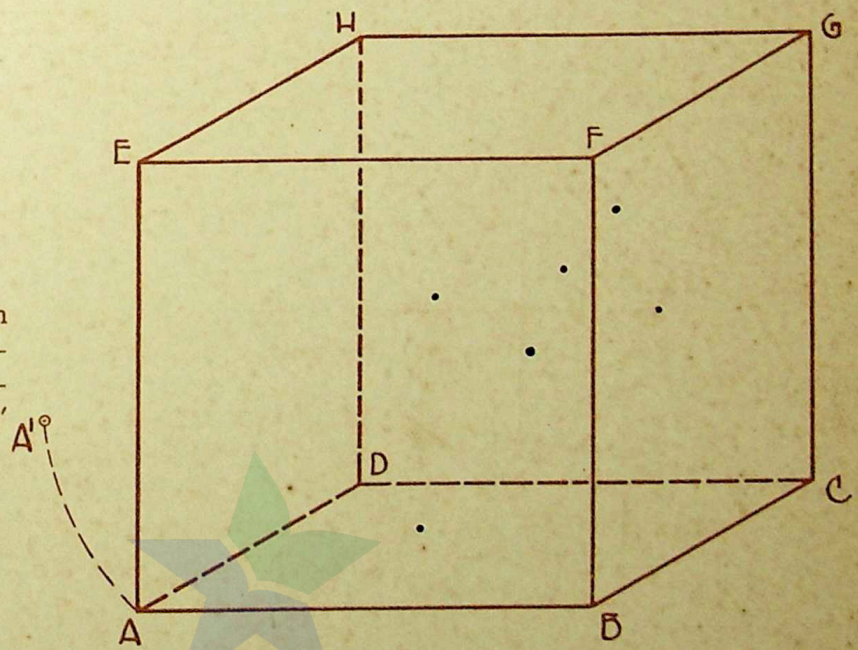
*Te construeeren:*
de hoogte van dit ontmoetingspunt boven het papier.




150.

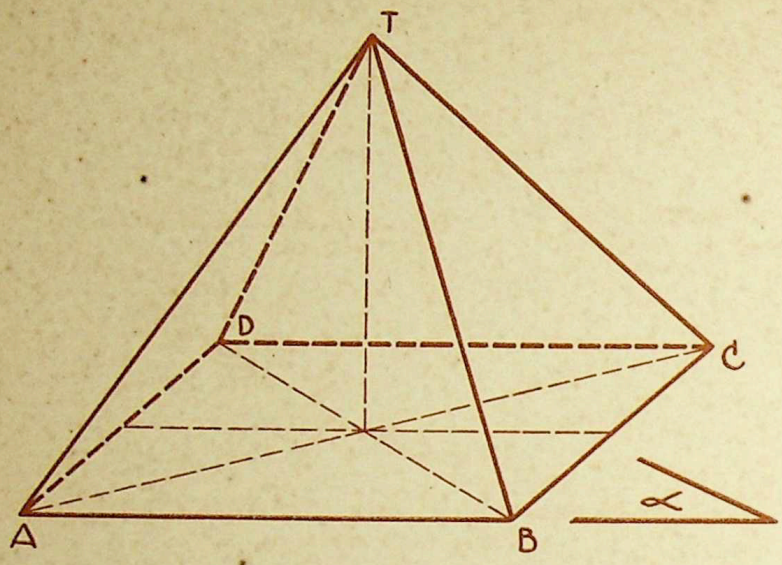
*Geg.:*
kubus (ABCD)(EFGH).

*Gevr.:*
den kubus te draaien om de lijn, die de middelpunten van voor- en achtervlak verbindt, tot A in A′ komt.




PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

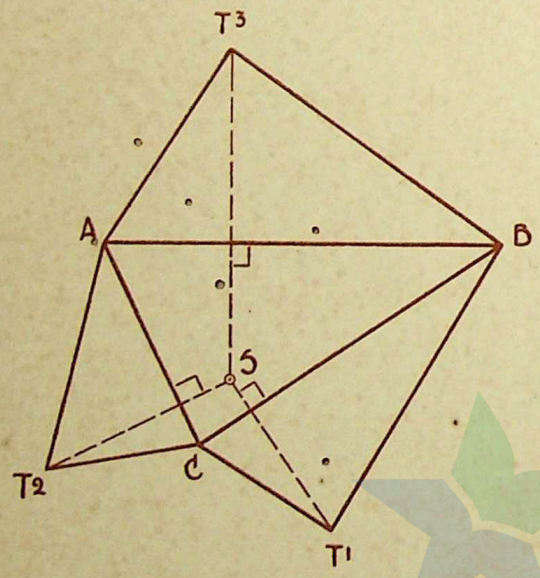
151.




*Geg.:* een regelmatige vierzijdige pyramide TABCD.
(Welk vlak is // het projectievlak).

*Gevr.:* de pyramide te draaien om BC over een gegeven hoek $\alpha$ naar boven.

152.

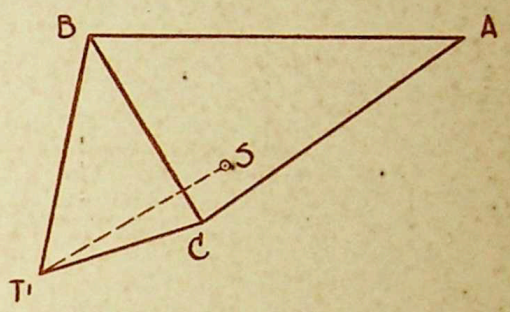



Dit is het netwerk van een pyramide TABC. Verklaar deze figuur (zie vraagstuk 146).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

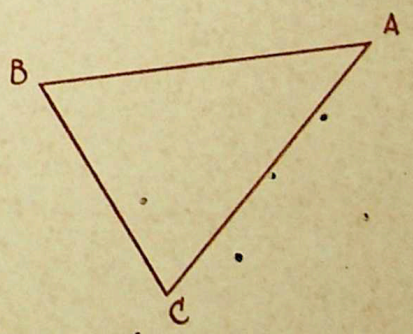
153.

Voltooi het netwerk van de driezijdige pyramide TABC, als S de projectie is van T op het grondvlak.



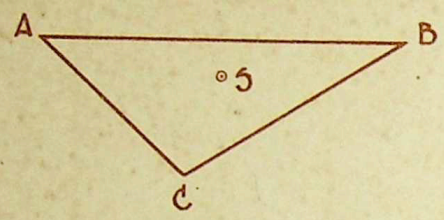

154.

Voltooi het netwerk van een driezijdige pyramide TABC, waarvan het grondvlak ABC gegeven is.
Verder is △ TBC een gelijkzijdige △ en is de standhoek tusschen vlak TBC en vlak ABC gelijk aan 45°.



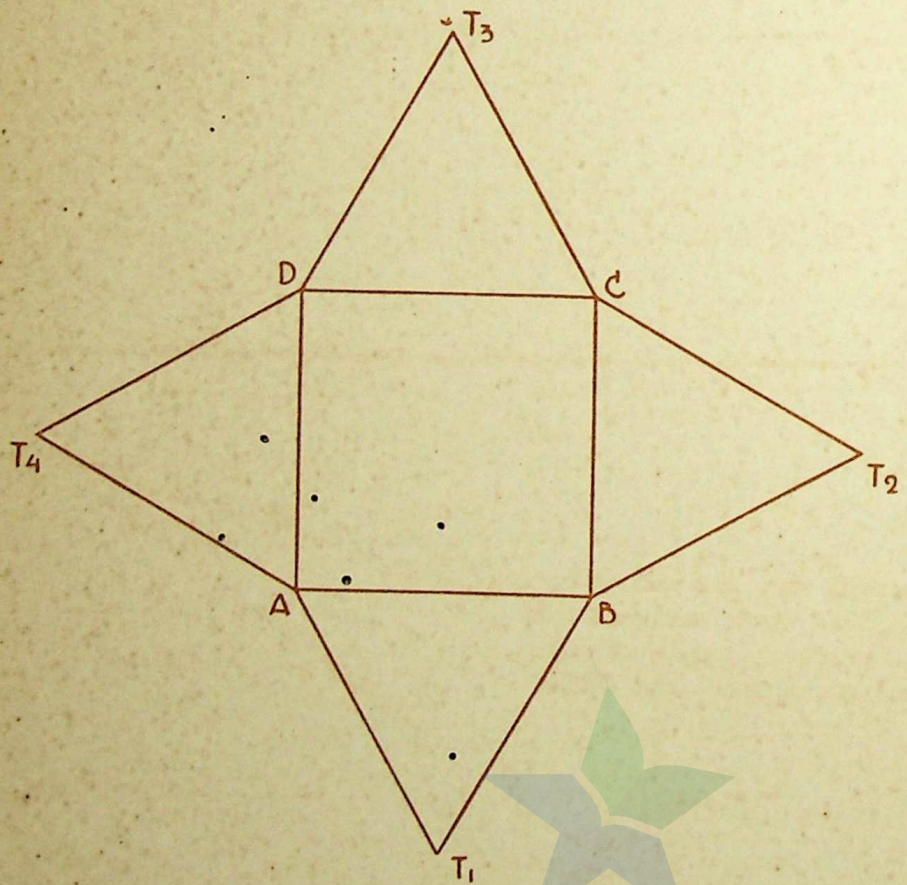

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

155.




Voltooi het netwerk van een driezijdige pyramide TABC, als gegeven is het grondvlak ABC, de projectie S van T op het grondvlak en als nog gegeven is dat $\angle$ ATC = 60°.

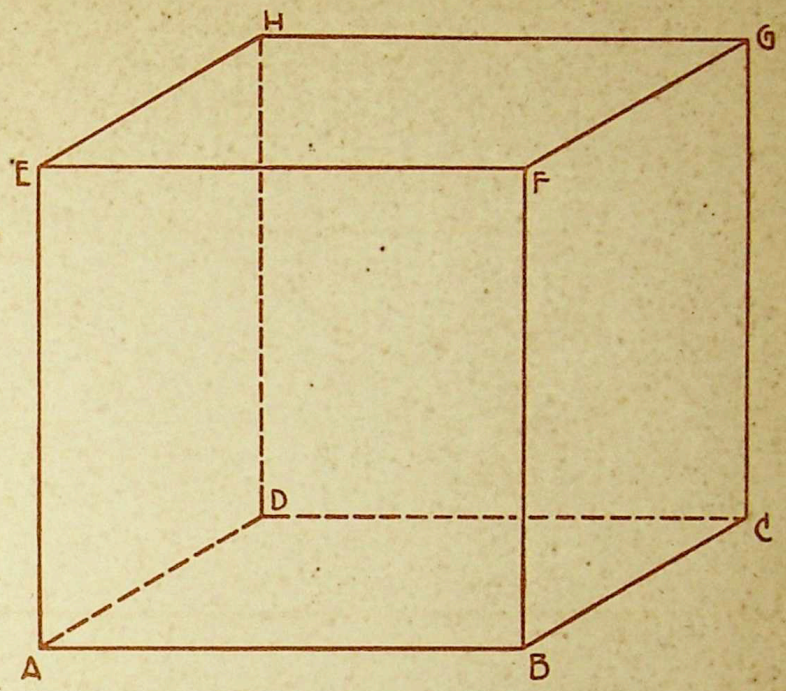
156.




Dit is het netwerk van een regelmatige 4-zijdige pyramide TABCD.
Construeer:
1°. de ware grootte van $\triangle$ TBD,
2°. de ware grootte van $\triangle$ TEF. (E en F zijn de middens van AD en BC).
Hierdoor worden bekend de hoogte van de pyramide, de hoek van een opstaande ribbe met het grondvlak en de standhoek van een zijvlak met het grondvlak.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

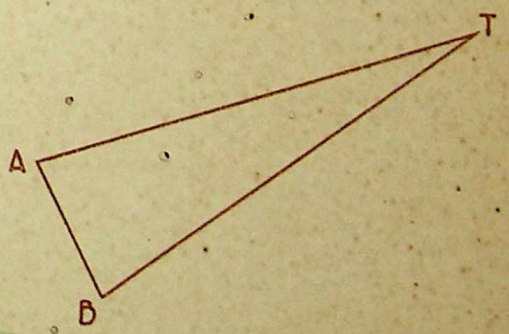
157.




*Geg.:* een kubus (ABCD)(EFGH).

Construeer met behulp van deze figuur de ware lengte van de lichaamsdiagonaal en van de lijn die het midden van AE met het midden van BC verbindt.

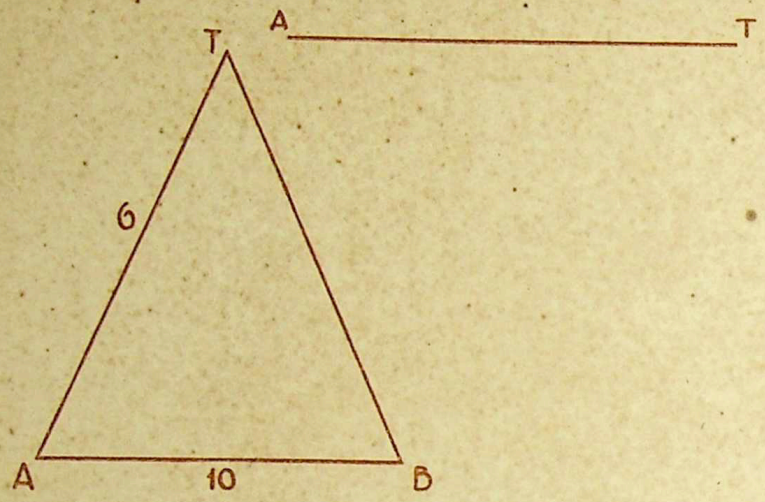
158.




Het zijdelingsche oppervlak van een regelmatige 4-zijdige pyramide TABCD wordt opengesneden langs TA en daarna uitgespreid in een plat vlak. Teeken de figuur die dan ontstaat. Het zijvlak TAB is gegeven.

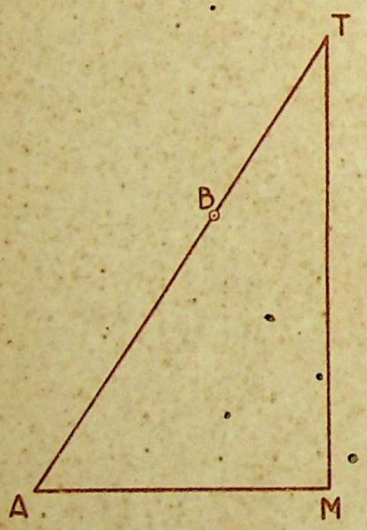
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

159.




△ TAB is de doorsnede van een rechten cirkelkegel met een vlak door de as.
TA = 6, AB = 10.
Ontwikkel dezen kegel (hoe groot wordt de tophoek van den sector?).

160.



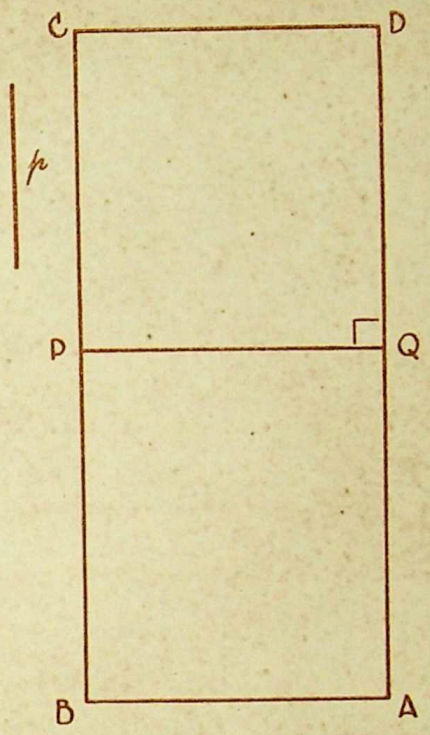

Men wentelt △ TMA om TM.
Welke baan beschrijft het punt A?
Wat voor oppervlak doorloopt TA?

Teeken de projecties $A_1$, $A_2$ enz. van A op het papier, als △ TAM gewenteld is over een hoek van:
*a*) 45°, *b*) 90°, *c*) 135°, *d*) 180°, *e*) 225°, *d*) 270°, *e*) 315°.

Teeken ook de projectie van een punt B (op TA) op het papier, als de driehoek over een hoek van 45° gewenteld is.
Wat valt op te merken over de punten $A_1$, $B_1$ en T.

PERPUSTAKAAN NASIONAL

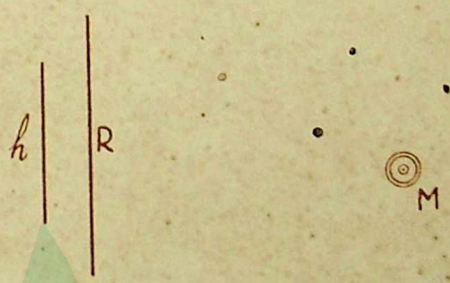
161.




Een rechthoek ABCD wentelt om AD.
Welke baan beschrijft het punt B?
Wat voor oppervlak doorloopt BC?
PQ // AB (P op BC, Q op AD).
Een lijn $m$ loopt // PQ op een afstand $p$ er van en het vlak door PQ en $m$ staat loodrecht op AD.
Bepaal de projectie op het papier van de snijpunten van $m$ met den cylinder.

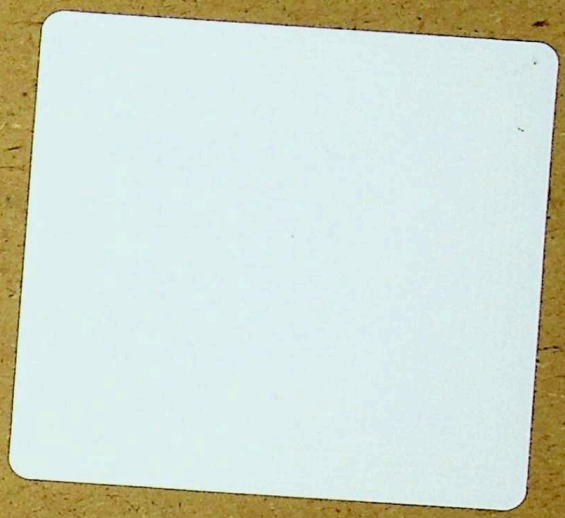
162.

Een boloppervlak is de verzameling van de punten, die op eenzelfden afstand van één punt verwijderd zijn.
Dat punt heet het middelpunt en die afstand heet de straal van het boloppervlak.




Het punt M dat op het papier ligt, is het middelpunt van een boloppervlak, waarvan de straal R gegeven is.
Een aantal lijnen, die den bol snijden, loopen alle evenwijdig aan het vlak van het papier op een afstand $h$ er van.
Bepaal de meetkundige plaats van de projecties dezer snijpunten op het vlak van het papier.

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.



UITGAVEN VAN J. B. WOLTERS – GRONINGEN, DEN HAAG, BATAVIA

S. C. TH. VAN DER PAARDT en I. ABRAM

# RUIMTE-CONSTRUCTIES

EEN VERZAMELING OPGAVEN TEN GEBRUIKE BIJ HET ONDERWIJS IN DE STEREOMETRIE AAN DE MIDDELBARE SCHOLEN

TWEEDE DRUK

MET 46 FIGUREN

Prijs . . . . . f 0,75

Bij ieder der 46 opgaven is de ruimteteekening gegeven, waarin de oplossing geconstrueerd kan worden.

---

S. C. TH. VAN DER PAARDT,
Ir. S. J. RICHTER en Dr. H. W. WOUDSTRA

# VERZAMELING SCHRIFTELIJKE OPGAVEN

VAN DE EINDEXAMENS DER AFDEELINGEN B DER H.B.S.sen V IN NEDERLAND EN INDIË EN DER AFDEELING B DER ALGEMEENE MIDDELBARE SCHOLEN IN INDIË

| | |
|---|---|
| WISKUNDE | 1922–1932 |
| MECHANICA | 1931–1932 |
| NATUURKUNDE | 1922–1932 |
| SCHEIKUNDE | 1916–1932 |
| BOEKHOUDEN | 1915–1931 |

TWEEDE DRUK

Prijs . . . . . f 1,70

UITGAVEN VAN J. B. WOLTERS – GRONINGEN, DEN HAAG, BATAVIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA