DE REKENLINIAAL

DOOR

Ir. J. M. HAVER

Kembagag Kebudajaan
Indonesia

V-199.

F-KOLFF N.V. — BATAVIA-C.
LAAN HOLLE 7.

51 hal.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

V 199

DE REKENLINIAAL

DOOR

Ir. J. M. HAVER



Prijs f 0.90

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.

NOORDHOFF-KOLFF N. V. — BATAVIA-C.
LAAN HOLLE 7.

BAT. GENOOTSCHAP VAN K. EN W.

2

PERPUSTAKAAN NASIONAL REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL R.I
Tanggal : 22-6-2011
Nomor Induk : 277/PN-Mus
BIB-ID : 0010-32695960
ITEM-ID : 0209082951
Asal : Museum Pusat

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

HOOFDSTUK XIII.

Theorie en Gebruik van de Rekenlineaal.

---

§ 110. Beschrijving.

De rekenlineaal bestaat uit een vast gedeelte, de eigenlijke lineaal, een daarin heen en weer verschuifbaar gedeelte, de schuif, en een over beide deelen verschuifbaren ,,looper'' met een of meer insteldraden.

Op iedere rekenlat bevinden zich 2×2 hoofdschalen n.l. een vaste bovenschaal A, een vaste onderschaal D en op de schuif hiermee geheel overeenkomende schalen B(boven) en C (onder).

Is de lineaal in gesloten toestand, dan liggen de congruente schalen A en B met overeenkomstige cijfers tegen elkaar aan; het zelfde geldt dan voor C en D.

Op verschillende linealen komen nog andere schalen voor; voorloopig bemoeien we ons alleen met de genoemde vier verdeelingen; met hun hulp kan men de meest voorkomende bewerkingen (vermenigvuldigen, deelen, kwadrateeren, worteltrekken) (*niet* optellen en aftrekken!) verrichten met een voor de praktijk meestal ruim voldoende nauwkeurigheid.

§ 111. Over de logarithmische lijn.

De op het uitslagblad afgebeelde krommen stellen alle vier voor een grafiek $y = \log x$, d.w.z. de y-waarde, die bij de een of andere getalwaarde (x-waarde) behoort, is gelijk aan de Briggsche logarithme van dat getal*).

Nu weten we dat ieder positief getal maar één Briggsche logarithme bezit; immers er is maar één macht, waartoe we 10 kunnen verheffen om het betreffende getal te krijgen.

Hoe komen er hier dan vier lijnen geteekend?

---

*) Alvorens verder te lezen, kleure de leerling twee schaalverdeelingen en twee krommen op het uitslagblad rood, volgens de daar gegeven aanwijzingen

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Dat komt, omdat er langs de X- en langs de Y-as elk twee schalen zijn aangebracht, die in combinatie met elkaar telkens een lijn $y = \log x$ opleveren. Zoo is de zwarte getrokken lijn geteekend op de zwarte getallen schaal (langs de abscissen-as) en op de zwarte ordinatenschaal, waarmede dus de logarithmen worden gemeten; de roode gestippelde lijn is eveneens op de zwarte getallenschaal, doch nu op de roode ordinaatschaal geteekend. We verkrijgen de zwarte stippellijn met behulp van de roode getallen-schaal en de zwarte Y-schaal, terwijl de roode getrokken lijn de functie in beeld brengt, als men de beide roode schalen combineert.

Men vergelijke in deze grafiek allereerst de geteekende plaats van verschillende punten der krommen met de waarden, die de logarithmentafel voor de ordinaten hunner ,,x-en'' oplevert.

Men ga b.v. na voor de zwarte getrokken lijn:
$\log 1 = 0$; $\log 2 = 0{,}301$; $\log 3 = 0{,}477$; $\log 6 = 0{,}778$; $\log 7 = 0{,}845$; $\log 10 = 1{,}0$; $\log 11 = 1{,}041$; $\log 0{,}5 = 0{,}699-1$; we lezen dit $-1 + 0{,}699$; d.w.z. het betreffende punt ligt op een afstand 0,699 boven de lijn $y = -1$, evenals het punt, dat log 5 in beeld brengt, op denzelfden afstand boven de lijn $y = 0$ (d.i. de X-as) ligt ($\log = 0{,}699 = 0 + 0{,}699$). Zoo lezen we ook andere punten, waarvoor y negatief is, b.v.:

$$\log 0{,}2 = 0{,}301 - 1 = -1 + 0{,}301$$
$$\log 0{,}05 = 0{,}699 - 2 = -2 + 0{,}699, \text{ enz.}$$

Voor de roode stippellijn gaan we b.v. de ligging van dezelfde punten na en bedenken dat ze op een twee maal zoo kleine ordinatenschaal zijn geteekend.

Dezelfde waarden zoeken we op bij roode abscissen en zwarte ordinaten en moeten dan punten van de zwart gestippelde komme vinden; controleer ook $\log 20 = 1{,}301$; $\log 60 = 1{,}778$; enz.

We merken op $1{,}301 = 1 + 0{,}301 = \log 10 + \log 2$.

Noemen we de *zwarte getrokken lijn* de grafiek van de logarithme van alle positieve getallen, dan kunnen we de *zwarte stippellijn* beschouwen als de lijn die de logarithmen van hun tienvouden afbeeldt. Hun y-waarden verschillen overal 1, beide krommen zijn dus congruent en snijden elkaar nergens; overal loopt de gestippelde 4 cm boven de getrokken lijn.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Gaan we nu eindelijk nog een paar punten van de roode getrokken kromme na, o.a. log 1 = 0; log 10 = 1; log 20 = 1,301; log 40 = 1,602; log 80 = 1,903; log 100 = 2; log 110 = 2,041. Ook hier blijken de beide roode krommen congruent te zijn, met een ordinaatverschil van 2 cm, d.i. de eenheid op de roode Y-schaal. Ook deze twee lijnen kunnen dus geen enkel gemeenschappelijk punt bezitten.

Bij de roode getrokken en de zwarte gestippelde lijnen behoort een gemeenschappelijke abscisschaal (de roode); de ordinaatschaal van de zwarte is twee maal zoo groot als die van de roode. Maar dan is de *roode getrokken lijn de m.p. van de middens der ordinaten van de zwarte stippellijn*. Evenzoo halveert overal de *roode stippellijn* de ordinaatlengten van de *zwarte getrokken kromme*.

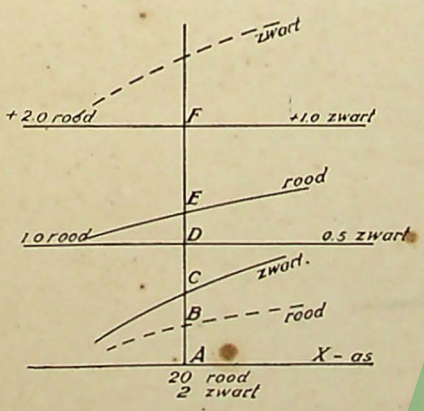
Met deze gegevens laat zich meetkundig bewijzen[1]), dat de roode getrokken lijn eveneens halveert alle lijnen, die men krijgt door, ter plaatse van een willekeurige zwarte x een loodlijn van de lengte 1 (zwart) te verminderen met de bij die x-waarde behoorende ordinaat. Dat zijn dus lijnen van de lengte log $\frac{10}{x}$ (zwart), gemeten vanaf de lijn y = + 1 (neg. naar beneden, pos. naar boven) (*Vergelijk dit later met het feit dat op de rekenlineaal een getal en zijn reciproke door complementaire lengten zijn vastgelegd op de schalen*; *zie pag. 176*).

Een overeenkomstig verband bestaat er tusschen de beide gestippelde lijnen, die elkaar op de lijn y = —1 snijden. Hier halveert ook de roode lijn een serie vertikale lijnen, nu van de lengte log 10 x (zwart), gemeten vanaf y = —1 (weer neg. naar beneden pos. naar boven).

De volgende tabel geeft een overzicht van de reeds genoemde eigenschappen.

---

[1]) Probeer dit zelf. Het volgt ook uit de volgende redeneering:



CF = AF—AC = 1,0 —0,301 = log 10—log 2 (zwart).

EF = AF — AE = 2,0 — 1,301 = log 100—log 20 (rood).

Nu is $\frac{10}{2} = \frac{100}{20}$, dus ook log 10—log 2 = log 100—log 20 m.a.w. CF (zwarte schaal) = EF (roode schaal).

Er daar de roode Y-schaal twee maal zoo klein is als de zwarte, beteekent dit dat E den afstand CF moet halveeren. Dezelfde redeneering geldt voor ieder ander punt van de roode getrokken lijn; deze loopt dus midden tusschen de zwarte getrokken kromme en de lijn y = 1 (zwart).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

	zwart getrokken x zwart; y zwart	rood getrokken x rood; y rood	zwart gestippeld x rood; y zwart	rood gestippeld x zwart; y rood
zwart getrokken (C- en D-schaal)	—	snijden elkaar in $x_r = 100$ $y_r = 2$ $=$ $x_{zw} = 10$ $y_{zw} = 1$	congruent geen snijding	snijden elkaar in $x_{zw} = 1$ $y_r = 0$ $=$ $x_{zw} = 1$ $y_{zw} = 0$
rood getrokken (A- en B-schaal)	snijden elkaar in $x_{zw} = 10$ $y_{zw} = 1$ $=$ $x_r = 100$ $y_r = 2$	—	snijden elkaar in $x_r = 1$ $y_{zw} = 0$ $=$ $x_r = 1$ $y_r = 0$	congruent geen snijding
zwart gestippeld	congruent geen snijding	snijden elkaar in $x_r = 1$ $y_r = 0$ $=$ $x_r = 1$ $y_{zw} = 0$	—	snijden elkaar in $x_{zw} = 0.01$ $y_r = -2$ $=$ $x_r = 0.1$ $y_{zw} = -1$
rood gestippeld	snijden elkaar in $x_{zw} = 1$ $y_{zw} = 0$ $=$ $x_{zw} = 1$ $y_r = 0$	congruent geen snijding	snijden elkaar in $x_r = 0.1$ $y_{zw} = -1$ $=$ $x_{zw} = 0.01$ $y_r = -2$	—

halveert, ter plaatse x_r:

1e. de ordinaatlengte v. d. zwart gestippelde kromme,

2e. de verticale lijnen, lang $\log \frac{10}{x}$ (zwart), gemeten vanaf $y = +1$ (zwart).

halveert, ter plaatse x_{zw},

1e. de ordinaatlengte van de zwart getrokken kromme,

2e. de vertikale lijnen, lang $\log 10x$ (zwart), gemeten vanaf $y = -1$ (zwart).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

§ 112. Inrichting van de schaalverdeelingen.

Bij beschouwing van de boven elkaar geschoven schalen C en D ziet men, dat daarop een serie cijfers is geplaatst van links naar rechts achtereenvolgend: 9,1 (rood), 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (rood), 1. Het gedeelte tusschen de roode strepen is de eigenlijke schaal. Laten we de onderverdeeling tusschen 1 en 2 buiten beschouwing en houden we voorloopig alleen in het oog de cijfers 1 (rood), 2 (±7½cm verder), 3, 4, enz. t.m. 10 (rood). We zien dat de afstand tusschen twee opeenvolgende cijfers hoe langer hoe kleiner wordt: *de cijfers zijn n.l. zóó geplaatst dat de afstand van het begin der schaal* (roode 1) *tot de bij eenig cijfer behoorende streep recht evenredig is met de mantisse der logarithme van het bijgeschreven getal*. Daar log 1 = 0 en dus nul tot mantisse heeft, is de afstand van het begingpunt der schaal tot het cijfer 1 natuurlijk = 0, d.w.z. de schaal moet met het cijfer 1 beginnen.

De C- (en D-) schaal van 1 tot 10 is gewoonlijk 250 mm lang; deze afstand stelt voor de eenheid van de logarithme der getallen. Meet nu na met een duimstok met mm-verdeeling, dan blijkt *). b.v.

de afstand van 1—2 te zijn ruim 75,2mm	250×0,30103 = 75,26
,, ,, ,, 1—3 ,, ,, ongv. 119,3 ,,	250×0,47712 = 119,28
,, ,, ,, 1—4 ,, ,, ,, 150,5 ,,	250×0,60206 = 150,51
,, ,, ,, 1—5 ,, ,, ,, 174,7 ,,	250×0,69897 = 174,74
,, ,, ,, 1—6 ,, ,, ,, 194,5 ,,	250×0,77815 = 194,54
,, ,, ,, 1—7 ,, ,, ,, 211,2 ,,	250×0,84510 = 211,27
,, ,, ,, 1—8 ,, ,, ,, 225,7 ,,	250×0,90309 = 225,77
,, ,, ,, 1—9 ,, ,, ,, 238,4 ,,	250×0,95424 = 238,56
,, ,, ,, 1-10 ,, ,, ,, 249,8 ,,	250×1,00000 = 250,00

Vergelijking met de er achter geplaatste logarithmische verdeeling van 250 doet direct in het oog springen, dat de schalen C en D inderdaad logarithmisch zijn verdeeld, zooals hierboven werd aangegeven.

*) Verschillende linealen zullen zeer kleine afwijkingen vertoonen.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Beschouwen we nu nog een oogenblik onze zwart en rood getrokken logarithmische krommen. Wanneer men op de zwarte kromme het gedeelte tusschen x = 1 en x = 10 (zwart) zou voorzien van cijfers, die overeenkwamen met de absciswaarden dier punten op de volgende wijze:

1,00; 1,01; 1,02; 1,03; enz. tot 2,00
2,00; 2,02; 2,04; 2,06; enz. tot 4,00
4,00; 4,05; 4,10; 4,15; enz. tot 10,00

en men daarna hetzelfde zou doen op de roode kromme met het gedeelte tusschen x = 1 en x = 100(rood), daarop telkens aanteekenend de punten met een x =

1,00; 1,02; 1,04; 1,06; enz. tot 2,00
2,00; 2,05; 2,10; 2,15; enz. tot 5,00
5,00; 5,10; 5,20; 5,30; enz. tot 10,00
10,0 ; 10,2 ; 10,4 ; 10,6 ; enz. tot 20,0
20,0 ; 20,5 ; 21,0 ; 21,5 ; enz. tot 50,0
50,0 ; 51,0 ; 52,0 ; 53,0 ; enz. tot 100,

dan zouden, indien we al deze punten projecteerden op de Y-as, hierop twee verdeelingen ontstaan, *die geheel zouden overeenkomen resp. met de schalen C en D en met de schalen A en B van een rekenlineaal, speciaal als men bij het teekenen van de krommen de eenheid van de zwarte ordinaatschaal 250 mm zou hebben gemaakt* (in plaats van onze 40 mm) en men de roode Y-schaal dus 125 mm tot eenheid zou hebben gegeven.

Natuurlijk kan men de verdeelingen op de krommen ook buiten de genoemde grenzen voortzetten en op geheel analoge wijze hetzelfde voor de andere intervallen tusschen de termen van de tientallige schaal doen, dus b.v. tusschen 0,01 en 0,1 (zwart) aanteekenen alle punten met een x = 0,0100; 0,0101; 0,0102; enz. tot 0,0200, dan 0,0200; 0,0202; 0,0204; enz. tot 0,0400 en verder 0,0400; 0,0405; 0,0410; 0,0415 enz. tot 0,1000 en zoo analoog tusschen 0,1 en 1, tusschen 10 en 100, tusschen 100 en 1000, enz. enz.

Projecteert men dan al deze punten op de Y-as, dan moet natuurlijk *de afstand van den oorsprong tot eenig punt op de Y-as in beeld brengen de logarithme van het er bijgeschreven getal.*

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Eveneens is het gemakkelijk in te zien, dat deze verdeeling uit groepen moet bestaan, die zich periodiek en congruent herhalen. Immers de getalintervallen 0,01 –0,1; 0,1—1; 1—10; 10—100; enz. komen overeen met de logarithmische intervallen —2 tot —1; —1 tot 0; 0 tot + 1; 1 tot 2; enz.

In verband hiermede is het duidelijk, dat, bij het praktisch gebruik van de rekenlineaal bij vermenigvuldigen en deelen, geen rekening wordt gehouden met de plaats van de komma in de getallen, waarmee men de bewerking uitvoert, *doch dat alleen de cijfervolgorde dier getallen voor ons van belang is*. Onze D-schaal geeft één der vele congruente groepen van de Y-as verdeeling, en, of we ons nu den oorsprong denken samen te vallen met het beginpunt (roode 1) van die schaal, dan wel dat we ons dien oorsprong denken te liggen één of meer schaallengten (van 250 mm) naar links of naar rechts, dat is voor de practische uitvoering geheel onverschillig. Immers we zeiden reeds, dat de plaats van de komma buiten beschouwing blijft, dat we ons dus niet bemoeien met den wijzer, doch alleen met de mantisse van de logarithme.

De op de lineaal aangebrachte getallen stellen dus, voor hun producten met 10^n, waarin n iedere willekeurige positieve of negatieve, geheele exponent voorstelt.

Zoo beteekent dus 7 zoowel 700.000, als 70, als 7, als 0,7, als 0,07, enz. Immers al deze getallen hebben dezelfde mantisse 84510 in hun logarithme.

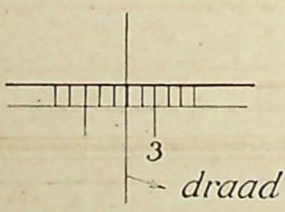
§ 113. Voordat we nu de verschillende handgrepen bespreken, moeten we eerst nog iets nader de onderverdeeling van de C- en D-schalen beschouwen. De getallen tusschen 1 en 2 (of tusschen 10 en 20, 100 en 200, 1000 en 2000, enz.) zijn in honderdsten van hun grootte onderverdeeld; de tiende-deelen zijn met een hulpcijfertje aangegeven. De tweede 1 op de C- en D-schaal stelt dus voor 1,1; 11; 110; 1100; enz.; de kleine 2 stelt voor 1,2; 12; 120; 0,012; enz. enz.

De door streepjes aangegeven honderdsten laten tusschenruimten over, die door middel van den insteldraad in den looper nog weer kunnen worden onderverdeeld, waarbij met eenige oefening een nauwkeurigheid van $\frac{1}{1000}$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

van de bedoelde getallen kan worden verkregen. Feitelijk zou men bij het schatten der afstanden moeten blijven bedenken dat de verdeeling van de staaf logarithmisch is; echter zal schatting van een tusschenwaarde evenredig aan de afstandsverschillen met de direct links en rechts gelegen schaalstrepen geen merkbare afwijking van de juiste waarde geven, althans niet binnen de grenzen van de met dit rekenapparaat te bereiken nauwkeurigheid. Dezelfde kwestie doet zich voor bij het evenredig interpoleeren van niet in de tafel voorkomende logarithmen; daar is het 5e cijfer van het getal (of van de mantisse) eenigszins twijfelachtig, op het zooeven besproken gedeelte van de rekenlat is dit reeds met het vierde, en op het meestrechtsche deel van de C- en D-schaal reeds met het derde cijfer het geval.

Het gedeelte van de schaal tusschen 2 en 4 is in tienden en deze zijn weer in vijven verdeeld, zoodat de afstand tusschen twee opeenvolgende schaaldeelen hier met 2 eenheden van de derde plaats in het getal overeenkomt. *Hieraan moet bij het schatten van afstanden met behulp van den insteldraad terdege worden gedacht.*



Een instelling van den looper zooals hiernaast is afgebeeld, waarbij de afstanden van den draad tot de naastbijgelegen schaaldeelen op resp. $^4/_5$ en $^1/_5$ van den afstand tusschen de schaaldeelen wordt geschat, moet dus worden afgelezen als 2956 (spreek uit: twee negen vijf zes); de beide links en rechts van den draad gelegen schaaldeelen stellen n.l. de getallen 2940 en 2960 voor (of 2,940 en 2,960 enz.).

Op dit gedeelte van de lineaal wordt de te bereiken nauwkeurigheid ongeveer 2 à 3 eenheden van het vierde cijfer, d.i. weer ongeveer 0,1% van het getal gevormd door de cijfers.

De getallen tusschen 4 en 10 zijn in tienden en deze weer in de helft verdeeld. In het begin, ongeveer van 4 tot 7 laten zich van deze twintigsten nog weer tiende deelen

PERPUSTAKAAN NASIONAL
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

schatten; in het meest rechtsche deel van de schaal wordt dit moeilijker; daar komt men hoogstens tot vijfden van deze twintigsten, zoodat daar het 3e cijfer van het getal nog met voldoende zekerheid is vast te stellen. Tusschen een aflezing 976 en 977 is nog duidelijk verschil te maken; doch de instelling laat hier geen mogelijkheid om 5 van een volgend cijfer te schatten, iets wat beneden de 600 of 700 nog wel mogelijk is. Ook hier is de instellingsnauwkeurigheid dus bijna 0,1 %, zoodat we kunnen zeggen dat overal op de lineaal getallen kunnen worden afgelezen nagenoeg nauwkeurig tot op 0,1 % van de afgelezen waarde. Dit beteekent dus dat van een antwoord 0,00378 de 8 met zekerheid vaststaat: immers $\frac{0,1}{100} \times 0,00378 =$ $= 0,00000378$ of rond 0,000004. Er is dus onzekerheid over 4 eenheden op de 6e plaats achter de komma, m.a.w. het cijfer 8 (op de 5e plaats achter de komma) is niet twijfelachtig. Zou daarentegen het antwoord 37800 luiden, dan zijn we er geenszins zeker van, dat de uitkomst precies een honderdtal is, het antwoord laat n.l. speling tusschen alle getallen tusschen ongeveer 37780 en 37820. Als het niet gaat over geldelijke verantwoordingen, die tot op de cent moeten kloppen (wel dus voor begrootingen e.d.), dan is in de meeste gevallen de te bereiken nauwkeurigheid ruim voldoende en het werken met de rekenlineaal is in veel gevallen juist een handig middel om te waken tegen z.g.n. schijnnauwkeurigheid. Wat hieronder is te verstaan, blijkt duidelijker als we eerst een paar handgrepen hebben behandeld, en zal nader in § 124 worden besproken.

§ 114. Principe waarop de werking berust.

a. Vermenigvuldigen en deelen. Doordat de schalen C en D (die congruent zijn) langs elkaar verschoven kunnen worden, zijn we in staat twee logarithmen (of eigenlijk hun mantissen) bij elkaar op te tellen of van elkaar af te trekken. Daar de bijgeschreven cijfers de abscis-waarden, en de afstanden vanaf 't beginpunt der betreffende schaal de mantissen hunner logarithmen aangeven, kunnen we een vermenigvuldiging uitvoeren door de mantisse-lijnen naast elkaar te plaatsen en meetkundig op te tellen.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De som der afstanden is dan de mantisse van de logarithme van het gezochte product (eventueel te verminderen met 1, zie beneden) en we lezen, in het bij die somafstand geplaatste schaaldeel van de D-schaal, meteen de bijbehoorende absciswaarde af, d.w.z. het getal, dat het gezochte product is.

Evenzoo vinden we het quotient door de mantisse van het deeltal met die van den deeler te verminderen; op de vaste schaal vinden we dan als meetkundig verschil de mantisse van de logarithme van het gevonden quotient (eventueel te vermeerderen met 1, zie lager); ook nu lezen we natuurlijk op het betreffende schaaldeel meteen het gezochte quotient af.

b. Kwadrateering en worteltrekking.

Beschouwen we eerst nog eens de roode en de zwarte getrokken lijnen uit onze grafiek. Voor punten van beide lijnen, die in de teekening op dezelfde horizontale lijn liggen (wier ordinaten dus *lineair* gelijk zijn), geldt dat de ordinaat*waarde* van het punt op de roode lijn het dubbele is van de ordinaat*waarde* van het overeenkomstige ,,zwarte'' punt. Omdat nu de nulpunten van de beide ordinaatschalen samenvallen, is dus altijd — waar de punten overigens op beide krommen gelegen mogen zijn (mits op dezelfde horizontale) — de logarithme van het ,,roode'' punt het dubbele van de logarithme van het ,,zwarte'' punt. Maar dan moet de abscis-waarde van het ,,roode'' punt het kwadraat zijn van die van het evenhoog gelegen ,,zwarte'' punt, en omgekeerd moet de laatste de vierkantswortel zijn uit de eerste. In deze logarithmische schaalverdeelingen op heele en halve grootte heeft men dus een handig middel tot kwadrateeren en worteltrekken. Natuurlijk moeten beide schalen t.o.v. elkaar een vasten stand innemen. Op de rekenlineaal zijn zij (schaal A en D) zoodanig aangebracht, dat hun nulpunten samenvallen, d.w.z. dat de bij die nulwaarden behoorende absciscijfers (van elke schaal dus de 1) zich zuiver boven elkaar bevinden.

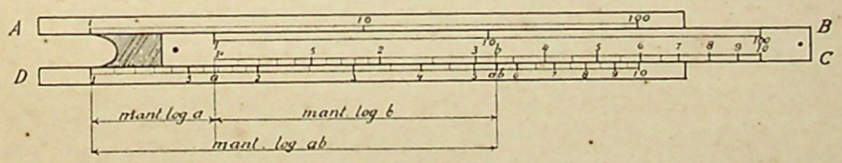
PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Wil men dus kwadrateeren, dan plaatst men den insteldraad op het te kwadrateeren getal in de D-schaal en leest er recht boven op A het kwadraat af; de worteltrekking is de omgekeerde bewerking, dus 't getal in de A-schaal zoeken; den wortel vindt men er onder in de D-schaal.

Het spreekt verder vanzelf, dat men ook logarithmische verdeelingen zou kunnen maken met behulp van andere gelijkvormigheidsfactoren dan ½. Kiest men b.v. ⅓ of ¼ enz., dan heeft men in deze schalen in combinatie met de D-schaal een middel om direct 3e of 4e machten van een getal af te lezen en om omgekeerd 3e en 4e machts-wortels te trekken. Op sommige rekenlinealen komt zoo'n ,,kubeerschaal'' wel voor; hiervoor wordt dan de afstand van 250 mm in drie onderling congruente logarithmische verdeelingen onderverdeeld.

§ 115. Bij het uitvoeren van de vermenigvuldiging en deeling houde men steeds in het oog dat men slechts mantissen optelt en aftrekt. De plaats van de komma levert de lineaal niet, er bestaat wel een methode om ook die kommaplaats te bepalen — we komen er volledigheidshalve straks nog even op terug — doch men doet practisch het eenvoudigst om door een ruwe benaderende berekening de orde van grootte der uitkomst even vast te stellen.

§ 116. Uitvoering van een vermenigvuldiging b.v. 16,73 × × 3,285 = ...? 3,. × 17 = iets meer dan 51, ...; het antwoord zal dus 2 cijfers voor de komma vertoonen.



Rechtsche vermenigvuldiging.

Plaats nu den looper zóó, dat de insteldraad een der factoren b.v. 1673 (een zes zeven drie) op schaal D aangeeft en plaats daarna de 1 van schuif C onder den insteldraad. In dezen stand geeft de lineaal een ,,tafel van vermenigvuldiging'' van 1673; we kunnen dus direct op schaal D aflezen hoeveel x × 1673 is. In ons geval is de vermenig-

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

vuldiger 3285 (drie twee acht vijf); plaats nu den insteldraad boven dat getal in schaal C en lees er onder (op D) het antwoord af: de draad blijkt iets links van 550 te liggen, op $\pm \frac{1}{10}$ van den afstand tusschen de schaaldeelen 545 en 550. We lezen dus af 5495 en bepalen in verband met onze ruwe berekening het product op 54,95, waarbij het laatste decimaal geen aanspraak op nauwkeurigheid kan maken. Inderdaad levert de gewone vermenigvuldiging 54,95805 op; de overeenkomst is hier toevallig zeer fraai, we zouden op deze plaats van de lineaal zeker verschillen van 3 of 4, ja zelfs van 5 of 6 eenheden van het vierde cijfer mogen verwachten.

Zooeven spraken we van den stand waarin de lineaal zich op het oogenblik bevindt als van ,,de tafel van 1673''; deze stand kan dienst doen voor alle vermenigvuldigers tusschen 1000 (een nul nul nul) en 670 (zes zeven nul), deze laatste grens als gevolg van het feit dat men schaal D voorbij de 10 nog een eindje heeft voortgezet (tot 1120).

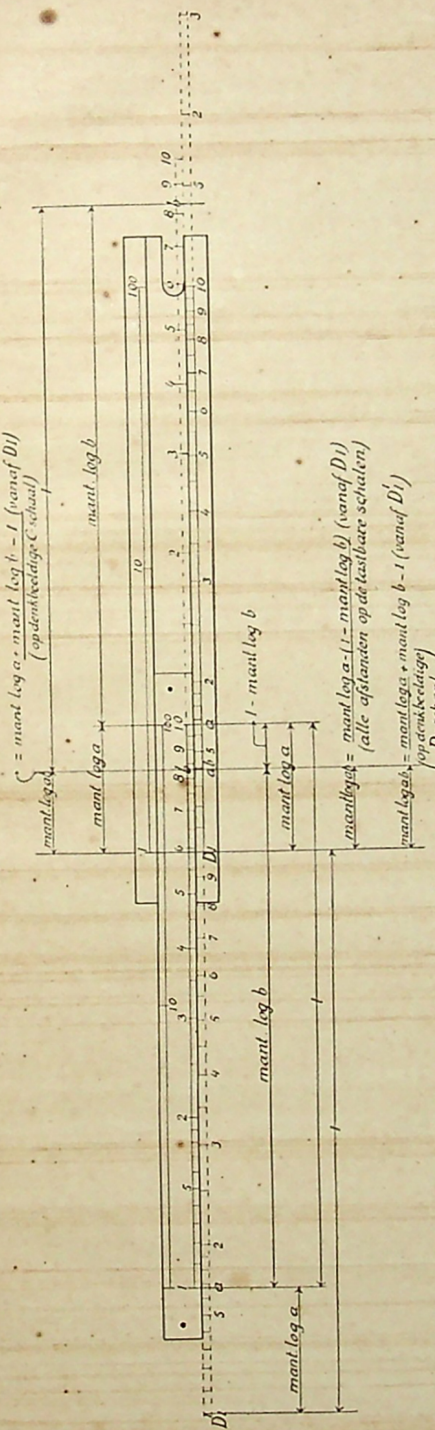
Hoe moet men dan handelen als 16,73 eens met een grooter getal (hieronder te verstaan een getal met een grootere mantisse) moest worden vermenigvuldigd, b.v. met 0,0833? (acht drie drie).

Optelling der mantissen levert een punt, dat voorbij het eindpunt van schaal D ligt, *blijkbaar is de mantisse van de log. van het product de eenheid kleiner dan deze afstand.* (Ga deze bewering met de logarithme-tafel na:

$$\begin{aligned} \text{mant. log } 16{,}73 &= {,}22350 \\ \text{mant. log } 0{,}0833 &= {,}92065 \\ & \quad 1{,}14415 \; + \\ \text{mantisse log product} &= {,}14415 \; \underline{\quad 1 \quad} \; -) \end{aligned}$$

We hebben dus niets anders te doen dan onze berekening een schaallengte meer naar links te beginnen, d.w.z. we schuiven, in plaats van C 1, C 10 boven 1673 en lezen nu onder C 833 op D het product af. Feitelijk hebben we door C 10 boven 1673 te schuiven en de berekening bij C 1 te beginnen, dit getal door 10 gedeeld, en daarna de mantisse van log 0,0833 er bij opgeteld. Daar een tien maal

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA



Linksche vermenigvuldiging.

zoo klein getal dezelfde mantisse in zijn logarithme heeft, maakt dit in de uitkomst geen verschil, te meer omdat we ons toch niet bekommeren over de plaats van de komma.

Als we C 10 boven 1673 hebben staan komt C 1 overeen met 1673 van de denkbeeldige congruente schaal links van D. De afstand van de 1 dezer denkbeeldige schaal tot aan 833 op de schuif C is dan de som der beide mantissen (de 1,14415 uit onze berekening van zooeven); de mantisse van de log van het product is dus de afstand van de 1 der tastbaar aanwezige D-schaal tot aan C 833; we vinden op de lineaal bij dit punt 1394. 16, .. $\times$ 0,08 $\simeq$ 16 $\times \frac{1}{10} \simeq$ 1,6; het product is dus 1,394. Gewone vermenigvuldiging levert 1,393609.

Dezelfde berekeningen zijn natuurlijk ook uit te voeren op de A- en de B-schaal, die voor beginnelingen het voordeel bieden dat ze uit twee tastbare schalen naast elkaar bestaan, waardoor men van de een in de ander kan

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

overgaan als dat wenschelijk is. Met deze schalen is echter niet dezelfde nauwkeurigheid te bereiken als met de C- en D-schalen; daarom doet men goed om, na een eerste orienteering op de bovenschalen, zich verder in 't vermenigvuldigen en deelen op de C- en de D-schaal te oefenen. Beschouw verder de figuren aandachtig; zij geven zonder veel woorden de beste verklaring van wat we eigenlijk doen.

We krijgen dus het volgende *Recept voor een vermenigvuldiging*:

Zet het *vermenigvuldiglal op D* op; laat dan — afhankelijk van de betreffende getallen — **één der uiteinden** *van schaal C samenvallen met het vermengvuldiglal op D*, schuif den *looper op den vermenigvuldiger op C* en *lees* dezen **stand van den draad** *op D af*.

Oefening:

Vermenigvuldig eerst met A en B, daarna met C en D

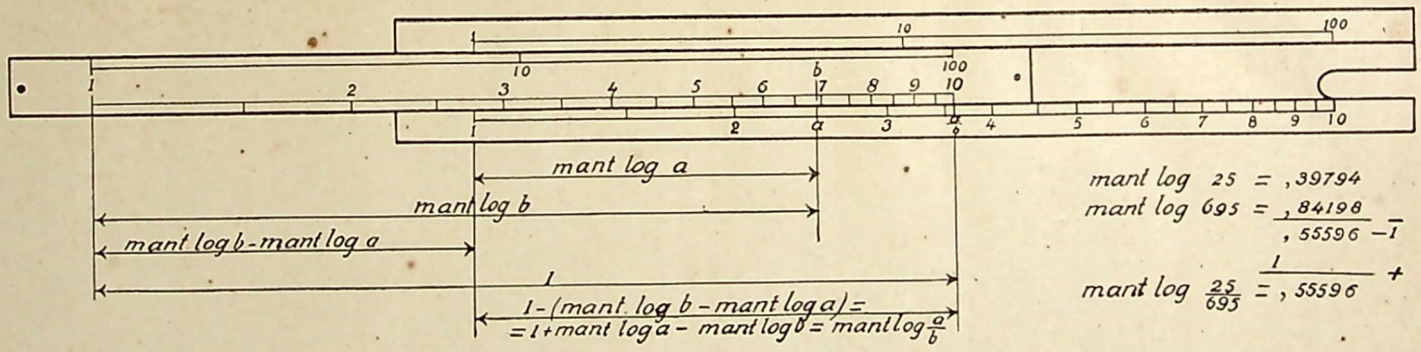
	met boven-schalen	met onder-schalen	gewone vermenigvuldiging
13×47	611	611	611
26×67	1740	1742	1742
$21{,}7 \times 3{,}74$	81,1	81,15	81,158
$6{,}35 \times 41{,}4$	263	262,8	262,89
$4{,}67 \times 1{,}72 \times 0{,}674 \times \times 0{,}423$	2,28	2,29	2,2900533048
$36{,}4 \times 7{,}82$	285	284,6	284,648
$34{,}5 \times 0{,}00183$	0,0631	0,06315	0,063135
62×37	2290	2294	2294
162×23	3730	3726	3726
77×82	6320	6324	6324
$12{,}3 \times \pi$	38,6	38,64	38,642.....

§ 117. Uitvoering van een deeling, bv. $\frac{0{,}25}{69{,}5} = \ldots\ldots ?$ Deze berust zooals we reeds zagen op $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$.

Het recept zal zonder meer duidelijk zijn:

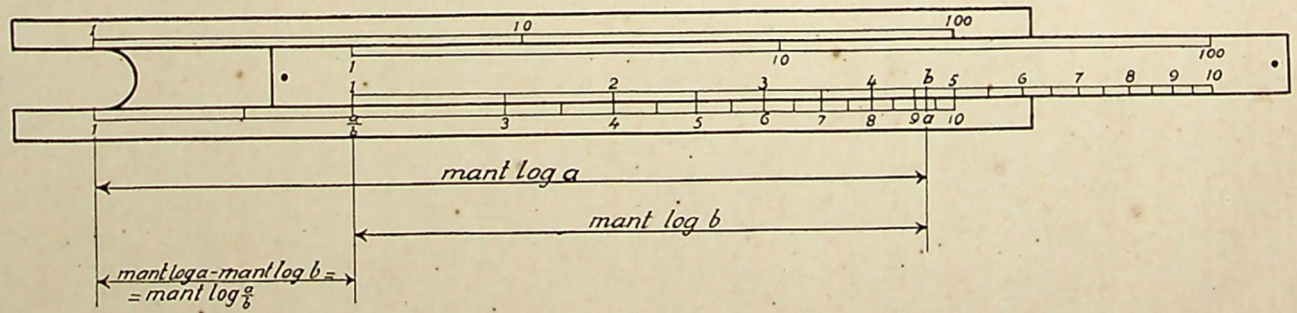
Zet het *deellal* (2500) *op D* op met behulp van den looperdraad. Schuif nu C zóó, dat de **deeler** 695 **onder den looperdraad** komt en *lees* het *quotient op D af*, hetzij **onder C 1**, hetzij **onder C 10.**

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA



mant log 25 = ,39794
mant log 695 = ,84198
,55596 −1
mant log 25/695 = ,55596 1 +

Links-deeling $\frac{a}{b} = \frac{0,25}{69,5} = 0,003596$



Rechts-deeling $\frac{a}{b} = \frac{92,5}{4,625} = 20,0$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

In dit getallenvoorbeeld wordt het meetkundig verschil der mantissen negatief, C 1 bevindt zich dus boven een punt van een denkbeeldige D-schaal; we moeten bij dit antwoord dus weer 1 optellen (d.i. de lengte van schaal C) en kunnen dan op de tastbare D-schaal aflezen (dus onder C 10).

Als antwoord wordt 3596 agelezen op de lineaal; daar $\frac{25}{75} = \frac{1}{3} \approx 0{,}3$, is $\frac{0{,}25}{75} \approx 0{,}003$ en $\frac{0{,}25}{69{,}5}$ is dus $= 0{,}003596$.

Gewone deeling levert op 0,0035972; ook hier dus weer een overeenkomst binnen de toelaatbare foutengrens.

Men beschouwe vooral de beide figuren aandachtig.

Oefening: Deel met behulp van de C- en D-schalen:

$729 : 9 = 81$
$611 : 13 = 47$
$77{,}2 : 34{,}6 = 2{,}23$
$42{,}7 : 63{,}5 = 0{,}672$
$\frac{1}{8} = 0{,}1250$
$\frac{1}{7} = 0{,}1428$
$\frac{1}{6} = 0{,}1667$
$\frac{1}{\pi} = 0{,}3182$
$\frac{25}{\pi} = 7{,}955$

§ 118. We willen nu nog even terugkomen op de reeds eerder genoemde methode om de komma te bepalen.

Denken we ons twee getallen p en q resp. met a en b cijfers voor de komma (a en b kan ieder geheel positief of negatief getal zijn).

Bij vermenigvuldiging van p met q zal het product òf a+b, òf a+b—1 cijfers voor de komma bezitten.

Immers log $p = a-1+\text{mant}_p$
log $q = b-1+\text{mant}_q$ +
log $pq = a+b-2+(\text{mant}_p+\text{mant}_q)$

Is nu $\text{mant}_p+\text{mant}_q \geqq 1$, dan wordt de wijzer van log pq = a+b—1 en pq heeft dan a+b cijfers voor de komma.

De som der mantissen > 1 beteekent op de lineaal „links vermenigvuldigen"; steekt dus de schuif naar links uit, dan heeft men dus a+b cijfers voor de komma.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Was de som der mantissen < 1, dan is $a+b-2$ de wijzer van log pq en het product heeft dan $a+b-1$ cijfers voor de komma. Bij vermenigvuldiging op de rekenlat steekt nu de schuif rechts uit.

Bij rechtsche vermenigvuldiging moeten we $a+b$ dus met 1 verminderen om 't aantal cijfers voor de komma te krijgen.

Bij deeling van p door q zal het quotient òf $a-b$ òf $a-b+1$ cijfers voor de komma vertoonen, immers de aftrekking levert op:

$$\begin{array}{l} \log p = a-1+\text{mant}_p \\ \log q = b-1+\text{mant}_q \\ \hline \log \frac{p}{q} = a-b+(\text{mant}_p - \text{mant}_q) \end{array}$$

Is nu $\text{mant}_p - \text{mant}_q < 0$, dan moet men bij de aftrekking één leenen van de $a-1$, de wijzer van $\log \frac{p}{q}$ wordt dan $a-b-1$ en $\frac{p}{q}$ heeft $a-b$ cijfers voor de komma. Dit is het geval bij linksdeeling op de lineaal, de schuif steekt dan links uit.

Is echter $\text{mant}_p - \text{mant}_q \geqq 0$, dan wordt de wijzer van $\log \frac{p}{q} = a-b$ en $\frac{p}{q}$ krijgt dan $a-b+1$ cijfers voor zijn komma. Bij positief verschil der mantissen steekt de schuif naar rechts uit: in dat geval moeten we dus $a-b$ met 1 vermeerderen.

Op schaal D bevinden zich de aanwijzingen „Prod—1" en „Quot+1"; *beide moeten alleen toegepast worden bij* **rechts** *uitslekende schuif*.

§ 119. Hebben we een breuk te berekenen waarvan de teller een product is, dan bekorten we de bewerking door eerst een der factoren door den noemer te deelen en die uitkomst (we behoeven haar niet af te lezen en de lineaal staat met een in den goeden stand voor de verdere bewerking) met den tweeden factor te vermenigvuldigen. Dit geldt nog sterker voor vormen van de gedaante $\frac{a\,b\,c\,d}{p\,q\,r}$, die men doelmatig behandelt als volgt:

$$\frac{\frac{\frac{a}{p}\times b}{q}\times c}{r}\times d.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Telkens wisselt men hierbij deeling en vermenigvuldiging af. Hieronder een voorbeeld ter nawerking:

$$\frac{0{,}0858 \times 736 \times 13{,}57 \times 2{,}562}{182{,}3 \times 61{,}8 \times 0{,}00354} = \ldots\ldots ?$$

$$\frac{\frac{858}{618} \times 1357}{\frac{1823}{354}} \times 736 \times 2562 = 550$$

Plaats v.d. komma $\frac{736}{62} \backsim 10$

$\frac{10 \times 13}{182} \backsim 1$, blijft dus $\frac{0{,}1 \times 2{,}5}{0{,}003}$

$\frac{0{,}25}{0{,}003} = \frac{250}{3} \backsim 80$. Het antwoord wordt 55,0.

Gaan we ook volgens de methode van § 118 de plaats van het decimaal-teeken na, dan krijgen we: aantal cijfers voor de komma van de verschillende getallen in den teller — idem in den noemer $= (-1+3+2+1) - (3+2+ + (-2)) = 5-3 = 2$.

Bij de achtereenvolgende bewerkingen:

1e deeling stond de schuif rechts, dit geeft		+1
2e verm.	,,	—1
3e deeling	,,	+1
4e verm.	,,	—1
5e deeling	,,	+1
6e verm.	,,	+1
		0 +

Er komen dus 2+0 = 2 cijfers voor de komma.

N.B. Bij de uitvoering der bewerking werd de volgorde der factoren in teller en noemer gewijzigd. Hierdoor werd bereikt dat minder vaak behoefde te worden verschoven. Hadden we den vorm in de gegeven volgorde behandeld, dus

$$\frac{\frac{858}{1823} \times 736}{\frac{618}{354}} \times 1357 \times 2562,$$

dan hadden we achtereenvolgens gehad:

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

1 rechtsdeeling $\left(\frac{858}{1823}\right)$	+1
2 verplaatsen van de schuif naar links	—
3 linksvermenigvuldigen (× 736)	0
4 linksdeeling (: 618)	0
5 verplaatsen van de schuif naar rechts	—
6 rechtsverm. (× 1357)	—1
7 rechtsdeeling (: 354)	+1
8 rechtsverm. (× 2562)	—1
antwoord 550	0 +

Ook nu vinden we 2 + 0 = 2 cijfers voor de komma, dus antwoord = 55,0.

Dergelijk onnoodig verschuiven van de schuif moet zooveel mogelijk vermeden worden omdat het een bron van extra fouten is een bovendien noodeloos tijd kost.

Ook had men wijziging kunnen brengen in de volgorde deelen, verm., deelen, verm., enz. b.v. als volgt:

$$\frac{\left(\frac{858}{1823} : 618\right) \times 736}{354} \times 1357 \times 2562$$

dit brengt echter ook noodeloos verschuiven van den insteldraad mee, wat ook een bron van fouten kan zijn en dus altijd moet worden voorkomen. De leerling schuive al deze voorbeelden op de lineaal uit; de practijk leert hier spoedig het juiste inzicht kennen.

§ 120. Kwadrateering.

Door vergelijking van de D met de A schaal zien we direct $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, enz $10^2 = 100$.

De eenige moeilijkheid die zich voordoet is de plaatsing van de komma.

Heeft een getal a cijfers voor de komma, dan heeft zijn logarithme a—1 tot wijzer. Zijn kwadraat heeft dan tot logarithme 2 (a—1+mant) = 2(a—1)+2 mant.

Zoodra dus de mantisse grooter is dan (of gelijk aan) 0,5, wordt de wijzer 2a—1, anders is hij 2a—2. In verband hiermee komen we tot den regel:

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Wordt het kwadraat afgelezen op de linkerhelft van A, dan heeft het 2a—1 cijfers voor de komma; wordt het op de rechterhelft van A gevonden, dan heeft het 2a cijfers voor het decimaalteeken.

Bij het instellen met den looperstreep wil het wel eens voorkomen dat men geen zeer mooie overeenkomst tusschen grondtallen en kwadraten waarneemt. Dit vindt dan meestal zijn oorzaak in het minder zuiver werken van het stalen veertje in den looper, waardoor de draad niet zuiver loodrecht op de schaalrichting staat. Dit is voor het gewone werk niet van belang omdat de schalen direct tegen elkaar aanliggen; is de afstand echter grooter, zooals bij D en A, dan wordt de afwijking merkbaar en men doet in zoo'n geval beter de 1- of de 10-streep van de schuif als overbrenger tusschen D- en A-schaal te gebruiken. Voorbeelden:

$2,9^2 = 8,41$	$87^2 = 7570$ [daar $7^2 = 49$, dus 7569]
$31^2 = 961$	$0,123^2 = 0,0151$
$32^2 = 1024$	$0,0056^2 = 0,0000314$
$5,5^2 = 30,25$	$0,0027^2 = 0,00000729$

De leerling controleere vooral de komma-plaatsing aan de hand van den gegeven regel.

§ 121. Worteltrekking.

Hierbij is het vooral van belang dat we goed nagaan in welke der beide A-schalen we het getal moeten instellen. In verband met het bovenstaande zal het duidelijk zijn dat een getal met een oneven aantal cijfers voor de komma (2a—1 is oneven) op de linkerschaalhelft en dat getallen met een even aantal cijfers voor de komma in de rechterhelft thuis behooren (nul behoort tot de even cijfers).

We verdeelen dus evenals bij de gewone worteltrekking het getal, te beginnen bij de komma in groepen van 2 cijfers; heeft nu de eerste groep links één cijfer, dan moeten we het getal op de linkerhelft van A instellen (bij tiendeelige breuken als de eerste groep, die niet uitsluitend uit nullen bestaat, één ander cijfer heeft). We vinden dan den wortel op D onder het ingestelde getal op A.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Had het getal n cijfers voor de komma en was n oneven (getal in de linkerhelft van A), dan vindt men het aantal cijfers voor 't decimaal teeken in den wortel als $\frac{n+1}{2}$; is n even (getal in de rechterhelft), dan zijn er $\frac{n}{2}$ cijfers voor de komma in den wortel. De leerling ga deze formules na en vergelijke ze met de uitdrukkingen 2a—1 en 2a voor 't aantal cijfers voor de komma in de kwadraatgetallen.

Voorbeelden:

$\sqrt{}$ 53 (n = 2, rechterhelft)	=	7,28
$\sqrt{}$ 31600 (n = 5, links)	=	177,8
$\sqrt{}$ 6,25 (n = 1, links)	=	2,5
$\sqrt{}$ 0,16 (n = 0, rechts)	=	0,4
$\sqrt{}$ 0,000000449 (n = —6, rechts)	=	0,000670
$\sqrt{}$ 0,000656 (n = —3, links)	=	0,02562

Men controleere vooral de decimaalplaatsing door substitutie van n in de formules $\frac{n+1}{2}$ of $\frac{n}{2}$.

§ 122. Rekenen op beide verdeelingen; contstanten.

Als de hoogst te bereiken nauwkeurigheid niet vereischt wordt, kan men vermenigvuldigingen, waarin o.a. een factor gekwadrateerd moet worden, met voordeel gedeeltelijk op de onder- en op de bovenschalen uitvoeren.

Moet men b.v. berekenen opp. cirkel = πr^2. Men plaatst dan de 1 of 10 van C boven de r-waarde op schaal D, dan vindt men op A r^2. De lineaal staat nu in den goeden stand om op A meteen de vermenigvuldiging met π uit te voeren. We schuiven dus den looper op de π-waarde van A (de linker π is met een streepje aangegeven) en lezen *op B* het antwoord af!

Als de diameter gegeven was, moesten we d^2 met $\frac{\pi}{4}$ vermenigvuldigen; deze constante is op de rechter A-schaal aangebracht bij 785. We plaatsen dus weer C 1 of C 10 boven d op schaal D, schuiven den looper op A 785; schaal B levert dan het oppervlak.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Wordt een cylinderinhoud gevraagd, dan zou het zoo berekende cirkeloppervlak nog moeten worden vermenigvuldigd met de hoogte. Deze bewerking kan iets worden bekort door van de constanten c en c_1 op de C-schaal (of van een driedradigen looper) gebruik te maken.

Die bekorting wordt n.l. verkregen doordat we de vermenigvuldiging $d^2 \times \frac{\pi}{4}$ vervangen door een deeling $d^2 : \frac{4}{\pi}$ of eigenlijk door $(d : \frac{2}{\pi}\sqrt{\pi})^2$ hetgeen op hetzelfde neerkomt. Immers $\left(\frac{d}{\frac{2}{\pi}\sqrt{\pi}}\right)^2 = \frac{d^2}{\frac{4}{\pi}} = \frac{\pi d^2}{4}$. Hebben we het grondvlak aldus berekend, dan zal blijken dat de lineaal direct in den goeden stand staat om op A de vermenigvuldiging met h te kunnen uitvoeren.

Hoe voeren we nu die berekening $\left(\frac{d}{\frac{2}{\pi}\sqrt{\pi}}\right)^2$ uit?

Dit gebeurt met de constanten c en c_1 op schaal C; deze zijn n.l. resp. $= \frac{2}{\pi}\sqrt{\pi}$ en $= \frac{2}{\pi}\sqrt{10\,\pi}$. Om dit te controleeren plaatsen we de schuif zóó, dat π op schaal A door 4 (van linker B) gedeeld wordt. Bekijken we nu dezen stand wat nader, dan zien we dat de 1, 10 en 100 van B correspondeeren met 785 op A (dit was immers $\frac{\pi}{4}$; met het oog op worteltrekking uit 0,785 is alleen de 785 op de rechter A schaal met een streepje aangegeven (natuurlijk ook in de roode linker voorverdeeling; 785 is daar de meest linksche streep)).

Onder de 1, 10 en 100 van A staan nu op schaal C resp. de constanten c, c_1 en c (in de rechter na-verdeeling) c is dus $\sqrt{\frac{4}{\pi}} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\pi}$; c_1 ligt een halve schaallengte meer naar rechts op schaal C en is dus $\sqrt{10} \times \frac{2}{\pi}\sqrt{\pi} = \frac{2}{\pi}\sqrt{10\pi}$.

Waarom heeft men die c_1 op de lineaal geplaatst?

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Omdat die handiger is dan C; we zullen dit met een getallen-voorbeeld aantoonen:

Gevraagd: de inhoud van een cylinder die 5,7 cm diameter en 7.3 cm hoogte heeft.

Zouden we C boven 57 (op D) plaatsen dan levert B 1 op A het oppervlak van het grondvlak (25.5 cm^2).

We moeten nu dit oppervlak met 7.3 vermenigvuldigen en bemerken dat we daarvoor eerst de 10 of de 100 van B met A255 moeten laten samenvallen, m.a.w. we moeten den looperdraad op het oppervlak stellen en de schuif in een nieuwen stand brengen. Dit voorkomt men door altijd met C_1 te werken; we kunnen dan onder alle omstandigheden direct den inhoud aflezen (Ga dit na voor groote (99) en kleine (101) waarden voor d; dank zij de verlengde schaal links van A, ligt er nu altijd een volledige halve schaal B tegen A aan). We plaatsen dus C_1 boven 57 (op D), vinden op A het grondvlak zoowel bij B 10 als bij B 1.

We lezen niet af maar zetten direct den looperdraad boven B 7,3 en lezen als inhoud af (op A) 186,0 cm^3.

N.B. Er bestaan loopers met drie draden, die telkens op ruim 13,1 mm afstand evenwijdig aan elkaar loopen. Deze afstand is juist = mant. log C (op C) = 1— mant. log$\frac{\pi}{4}$(op A). Nu is toevallig het soortelijk gewicht van ijzer (vloeiijzer, vloeistaal, gietstaal) ook omstreeks 0,785 en heeft dus op de A schaal een even groote mantisse als $\frac{\pi}{4}$. Daardoor kunnen we met deze loopers op eenvoudige manier het gewicht van een (massieve) ijzeren cylinder vinden uit een gegeven diameter en hoogte. Zet n.l. den rechterdraad op de diameter-waarde op schaal D; schuif nu de 1, 10 of 100 van de B-schaal onder den meest linkschen draad (op schaal A is hierdoor d^2 met $\frac{\pi}{4}$ en met 0.785 vermenigvuldigd; het grondvlak is desgewenscht af te lezen op A onder den middendraad). Verplaats nu den looper en zet b.v. den middendraad op de cylinderhoogte (schaal B). Hierboven geeft A dan het gewicht aan. Willen we tevens het volume weten, dan lezen we dit, bij onveranderden stand, onder den rechterdraad op A af.

§ 123. Een rekenlineaal geeft groot gemak als men de bij elkaar behoorende waarden moet uitrekenen van twee grootheden, die in recht- of omgekeerd evenredig verband tot elkaar staan. Een tweetal voorbeelden mogen dit toelichten.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Hebben we bv. 1 kg *stikstof*, en willen we nagaan wat daarvoor bij elkaar behoorende temperaturen, spanningen en volumens zijn.

De toestandsvergelijking (wet van Boyle — Gay Lussac) geeft *voor een bepaalde gewichtshoeveelheid van een gas* het verband tusschen deze drie veranderlijke grootheden in den vorm pv = RT, of algemeen juister p v = C.T, waarin dan C de constante voor die bepaalde hoeveelheid van het beschouwde gas is. Deze constante kunnen we uitrekenen met behulp van de z.g.n. gewichtsformule:

$$G = v \times \frac{p}{76} \times \frac{273}{T} \times d \times 0{,}09,$$

waarin G voorstelt het gewicht v.h. beschouwde gas in grammen,
v zijn volume in liters,
p zijn spanning in cm kwik,
T zijn absolute temperatuur (= gr. Celcius + 273),
d zijn dichtheid t.o.v. waterstof,
0,09 het gewicht in grammen van 1 liter normale waterstof (d.w.z. waterstof van 76 cm en 0° C), zoodat
d × 0,09 het gewicht in g van 1 liter van het beschouwde normaal-gas, of 1000 × zijn soortelijk gewicht is.

Voor stikstof is d = 14; het litergewicht in grammen van normale stikstof bedraagt dus 14 × 0,09 = 1,26 gram. Substitueeren we de gegevens voor onze 1 kg stikstof in de gewichtsformule, dan krijgen we

$$1000 = v \times \frac{p}{76} \times \frac{273}{T} \times 1{,}26 \text{ (gram)}$$

of $\frac{1000 \times 76}{273 \times 1{,}26} = \frac{v \times p}{T} = C$, de constante van Boyle-Gay Lussac voor onze 1 kg stikstof.

Nu is 1,26 het aantal g dat 1 liter normale stikstof weegt,
dus is $\frac{1{,}26}{1000}$,, ,, kg ,, 1 liter ,, ,, ,, .

Maar dan moet onze 1 kg normale stikstof (d.i. $\frac{1000}{1{,}26} \times \frac{1{,}26}{1000}$ kg) ook een $\frac{1000}{1{,}26}$ maal zoo groot volume hebben, m.a.w. we mogen onze evenredigheidsconstante C lezen als: $\frac{\frac{1000}{1{,}26} \times 76}{273} =$

$$= \frac{\text{normaalvolume (in liters)} \times \text{normaal-spanning (in cm kwik)}}{\text{normaal temperatuur}} =$$

$$= \frac{76000}{344} = 221{,}0.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Volgens Boyle Gay-Lussac is dus voor 1 kg stikstof onder alle omstandigheden pv = 221 T.

Het product pv. is dus recht evenredig met T en, door nu de 1 (of de 10) van schaal C boven D 221 te plaatsen, lezen we voor iedere waarde van T de bijbehoorende pv-waarde af. Willen we dan voor een dezer temperaturen (b.v. 27° C = 300° absoluut) de afhankelijkheid van p en v nagaan, dan stellen we de insteldraad op het product 300 × 221.0 = 66300, zetten een *vrijwillig te kiezen* p-waarde op schaal C onder den draad en lezen op D onder C 1 of C 10 de *bijbehoorende waarde* van v (als functie van p) af. De omgekeerd evenredigheid van p en v komt hierdoor duidelijk voor den dag en zoo kunnen we voor iedere temperatuur een gelijkzijdig-hyperbolische kromme construeeren, die het verband tusschen het volume en de spanning van onze 1 kg stikstof bij die bepaalde temperatuur aangeeft.

Een tweede voorbeeld van evenredige afhankelijkheid vinden we in het *omrekenen van maten* in een teekening: zijn deze b.v. in Eng. duimen opgegeven en willen we ze in mm weten, dan vinden we in de tabellen aan de achterzijde van de lineaal o.a. „1 Eng. dm. = 25,3995 mm". 25,3995 wordt bij instellen op de lineaal 2540. Plaatsen we dus C 1 (zoo noodig C 10) boven D 2540, dan vinden we onder iedere duim-waarde op C het overeenkomstig aantal mm op D, bv 17" = 432 mm; 33" = 838 mm.

We lezen dus alle maten van de teekening die kleiner zijn dan 43" achter elkaar bij den eersten stand, en daarna alle maten > 40" bij den tweeden lineaalstand af.

Willen we omgekeerd weten hoeveel Eng. duim overeenkomen met bv. 146, 226, 348, 643 en 828 mm, dan zouden we al deze getallen moeten deelen door 25,4. Dat zou op de lineaal meer schuifwerk geven dan noodig is; daarom maken we er een vermenigvuldiging van en deelen eerst 10 door 254 (de lineaal staat dan met C 1 boven D 394 en we kunnen nu meteen aflezen: 146 mm = 5,75" en 226 mm = 8,90".

Nu schuiven we C 10 boven 394 en lezen verder af: 348 = 13,71"; 643 mm = 25,35" en 828 mm = 32,66"

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Nu moeten we de verkregen decimale breuken nog in de gebruikelijke $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ of $\frac{1}{16}$ gedeelten van een duim omrekenen. We hebben dus de evenredigheid $\frac{75}{100} = \frac{x}{16}$ of $x = \frac{16 \times 75}{100}$.

Hierin zijn 16 en 100 weer constanten; we plaatsen dus C 10 boven D 1600 en lezen op D direct af:

$$0{,}75'' = \frac{12''}{16} = \frac{3''}{4}$$

$$0{,}90'' = \frac{14.4''}{16} \backsimeq \frac{7''}{8}$$

$$0{,}71'' = \frac{11.36''}{16} \backsimeq \frac{11''}{16}$$

$$0{,}66'' = \frac{10.56''}{16} \backsimeq \frac{11''}{16}$$

daarna plaatsen we C 1 boven D 1600 en lezen af $0{,}35'' = \frac{5{,}6''}{16} \backsimeq \frac{3''}{8}$.

De in mm gegeven lengten zijn dus respectievelijk: $5^3/_4''$; $8^7/_8''$; $13^{11}/_{16}''$; $25^3/_8''$ en $32^{11}/_{16}''$.

N.B. *Moeten achtereenvolgens verschillende getallen door een bepaald getal a worden gedeeld, dan vermenigvuldigt men hen met* $\frac{1}{a}$.

Moeten we achtereenvolgens *van eenige getallen de reciproke waarden weten*, dan verdient het, bij de linealen zonder reciproke-schaal, aanbeveling de schuif zoo in de lineaal te plaatsen, dat C 1 onder A 100 staat; de C-schaal loopt dan van rechts naar links en staat op zijn kop. Door den looperdraad op eenig getal op D te stellen, vinden we er recht boven op C direct de reciproke van dat getal (v.g.l. ook pag 153).

In dezen stand lezen we dus ook op B, direct boven eenig getal op D, het quadraat van zijn reciproke af.

Oefening:

1 yard = 91,4382 m

$1'$ (voet) $= \frac{1}{3}$ yard $= \frac{91{,}4382}{3} = 0{,}3048$ m.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$1''$ (inch) $= \frac{1}{36}$ yard $= \frac{1}{12}$ voet $= 0{,}0254$ m.

$17'' = 0{,}432$ m.
$21{,}5'' = 0{,}546$ m.
$28'' = 0{,}711$ m.
$68'' = 1{,}728$ m.

587 mm = (*niet* deelen door 25,4, maar ..... ?) $= 23{,}12'' = 23\frac{1}{8}''$
392 mm = $= 15{,}43'' = 15\frac{7}{16}''$
745 mm = $= 29{,}32'' = 29\frac{5}{16}''$
1312 mm = $= 51{,}65'' = 51\frac{5}{8}''$

§ 124. Over werkelijke- en schijn-nauwkeurigheid.

Ter toelichting van wat wij aan het eind van § 113 beweerden, zullen we hier een paar voorbeelden geven van berekeningen, zooals ze niet, en zooals ze wel behooren te worden uitgevoerd.

Zij gevraagd hoeveel gram 950 cm³ zuurstof van 75 cm spanning en 27°C wegen.

De ,,gewichtsformule''

$G = v \times \frac{p}{76} \times \frac{273}{T} \times d \times 0{,}09$ levert, na substitutie op:

$$G = 950 \times \frac{75}{76} \times \frac{273}{300} \times 16 \times 0{,}09 \text{ mg} =$$

$$= 19 \times 50 \times \frac{75}{19 \times 4} \times \frac{273}{75 \times 4} \times 16 \times \frac{9}{100} =$$

$$= 273 \times \frac{9}{2} = 1229{,}5 \text{ mg} = 1{,}2295 \text{ gram}.$$

Hierin behoort het laatste cijfer zeker niet te worden vermeld; wij behooren n.l. te bedenken dat de constante 0,09 uit de formule een afkorting is van het aantal mg, dat 1 cm³ normale waterstof weegt, en dat het juiste getal hiervoor is 0,08995, zoodat het antwoord feitelijk 1,2278 gram zou moeten zijn. Met den rekenlineaal zouden we 1,229 hebben gevonden, een antwoord dat ook 1,228 of 1,230 zou kunnen zijn.

Nu geldt het in ons voorbeeld een z.g.n. ,,mooi uitkomende som'', maar vele leerlingen onzer middelbare scholen zien er geen been in om, indien in hetzelfde vraagstuk een volume-waarde voorkwam, die geen factor 19 bevatte, het antwoord te versieren met een eindeloos aantal cijfers achter de komma, zonder dat het in hun op-

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

komt te bedenken, dat de nauwkeurigheidsgrens van de allerfijnste wegingen ligt bij 0,01 mg, zoodat een vermelding van een gevraagd gewicht in grammen, met meer dan vier of vijf cijfers achter de komma, onzinnig moet worden genoemd. Dit geldt iets minder sterk als het berekende gewicht geen einduitkomst is, maar door een verder te verrichten bewerking (vermenigvuldiging), sterk vergroot moet worden; we dienen dan toch te bedenken dat we na vermenigvuldiging niet meer cijfers aanhouden, dan we kunnen verantwoorden..

Een ander voorbeeld zal ons eveneens toonen dat men maar al te vaak decimalen zonder einde berekent, die zelfs tenéénen male foutief zijn. Kiezen we bv. een oppervlakte- of inhoudsberekening van een omwentelingslichaam. Zij bv. van een afgeknotten kegel gegeven de hoogte = 83,5 cm, de straal van het bovenvlak = 34,7 cm en die van het grondvlak = 78,2 cm.

De inhoud is dan $= {}^1/_3\,\pi\,h\,(R^2 + r^2 + Rr)$, en waar de lengte-maten tot in mm nauwkeurig zijn opgemeten, kan men den inhoud nauwkeurig tot in ..?.. verwachten. Wij zullen zien hoe ver het met die nauwkeurigheid staat. Voeren we eerst de berekening eens uit op de manier zooals vele leerlingen dit zouden doen:

$34{,}7^2 = 1204{,}09$

$78{,}2^2 = 6115{,}24$

$34{,}7 \times 78{,}2 = 2713{,}54$

$10032{,}87 +$

$83{,}5 \times$

$5016\,435$

$30098\,61$

$802629\,6$

$837744{,}645$

$\pi = 3{,}14 \times$

$33509\,78580$

$83774\,4645$

$2513233\,935$

$2630518{,}18530$

$: 3$

gevraagde inhoud $= 876839{,}39510\ cm^3$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Iemand, die nu heel erg durft, geeft de gevraagde inhoud op als 876839,4 cm³, doch *ziet daarbij over het hoofd, dat het vierde cijfer voor de komma reeds twijfelachtig is.*

Een hoogte van 83,5 cm laat n.l. speling tusschen 83,450 en 83,549 cm, evenzoo zou een straal 34,7 cm in werkelijkheid 34,650 of 34,749 cm hebben kunnen zijn, terwijl de straal 78,2 cm eveneens alle waarden tusschen 78,150 en 78,249 cm zou kunnen hebben gehad.

In elk der opgegeven maten zit dus een speling van 1 mm, en, berekenen we eenvoudigheidshalve den inhoud als alle maten 1 mm grooter zijn, dan levert $\frac{1}{3} \times 3{,}14 \times$ $\times$ 83,6 $\times$ (34,8² + 78,3² + 34,8 $\times$ 78,3) een uitkomst 880855, 79736 cm³ op. Deze uitkomst is dus ruim 4016 cm³ grooter dan de uit de gegevens becijferde inhoud 876839,39510 cm³, m.a.w. men kan een inhoud verwachten tusschen ongeveer 874,8 en 878,8 dm³ en een antwoord: 877 *dm*³ — of, als men aan de gemiddelde waarde der beide uitersten nog iets meer rechten wil toekennen, *876,8 dm*³ — is volkomen gemotiveerd.

Bij dit laatste antwoord dient men dan wel voor oogen te houden dat de 8 achter de komma *hier niet* beteekent: ,,alle waarden tusschen ,75 en ,85''.

Wel is waar is de kans, dat alle afwijkingen van de opgegeven maten maximaal zijn en in eenzelfde richting liggen, gering, maar de mogelijkheid bestaat niettemin dat deze afwijkingen naar boven zoowel als naar beneden zich voordoen. Zeker zal het vaak gebeuren dat b.v. een afwijking naar boven door een andere naar beneden grootendeels wordt te niet gedaan, waardoor de werkelijkheid meestal niet zoo ver van het berekende volume zal afliggen, als bij samenwerking van alle factoren in denzelfden zin mogelijk is.

Er is dus in dit vraagstuk een uiterste speling van ongeveer 0,2% naar boven en naar beneden in het antwoord te verwachten. Niet ten onrechte zegt Hagen in zijn Wasserbaukunst III, dat het gebrek aan wiskundige ontwikkeling door niets zoo opvallend aan het licht treedt, als door een matelooze ,,nauwkeurigheid'' bij het cijferen (vrij vertaald).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Had men deze berekening met de rekenlineaal uitgevoerd, dan zou men het antwoord niet nauwkeuriger kunnen aflezen dan 876 of 877; de nauwkeurigheidsgrens van dit rekenapparaat beschermt ons dus ook hier tegen schijnnauwkeurigheid.

Nog op een ander punt, waartegen eveneens veelvuldig gezondigd wordt, moeten we de aandacht vestigen.

Indien het in de bedoeling van den ontwerper had gelegen, dat zijn opgegeven maten inderdaad precies de waarden moesten voorstellen, die men door achtervoeging van eenige nullen zou krijgen (dus h = 83,5 cm te lezen als h = 83,500 cm), zou men veel meer cijfers in het antwoord als betrouwbaar kunnen aanzien, indien men de voorzorg genomen had *een voldoend aantal decimalen van* π *in de vermenigvuldiging te betrekken*.

Dit geldt in het algemeen voor meetbare of onmeetbare constanten (zooals π, e, $\sqrt{2}$, enz), vergelijk ook de constante 0,09 uit de gewichtsformule in het eerste voorbeeld.

Zouden wij het volume van onzen afgeknotten kegel tot in cm^3 *nauwkeurig* willen weten, dan dienen we nog 4 decimalen aan de gebruikte waarde van π toe te voegen en dus 837744,645 te vermenigvuldigen met 3,141593 (Ga dit na; een 7e decimaal (de laatste 3 zou dan 27 worden) is overbodig, omdat er later nog door 3 gedeeld wordt).

We kunnen dan met zekerheid zeggen dat de inhoud van een afgeknotten kegel, waarvan de hoogte precies 83,500 cm en de stralen van grond- en bovenvlak resp. 78,200 en 34,700 cm zijn, 877284 cm^3 plus een nog onbepaalde fractie van 1 cm^3 bedraagt. Dit antwoord is nauwkeurig tot in cm^3; het eerst verkregen antwoord 876839,39510 cm^3 maakt een veel nauwkeuriger indruk doch blijkt geheel foutief, nl. 445 cm^3 te klein, te zijn. Dat is dus ook schijnnauwkeurigheid!

Het duidelijkst vertoont zich het nut van de rekenlineaal bij het berekenen van de uitkomsten van proeven, waarbij grootheden, die men door eigen meting of waarneming heeft bepaald, als factoren optreden. Wij merken dan dat er in elke waarneming een grootere of kleinere fout schuilt (zij schommelen bij veelvuldige herhaling

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

om een zeker gemiddelde) en wij krijgen nu, bij het instellen van de verschillende factoren op de lineaal, telkens duidelijk het afstandsverschil voor oogen, dat die speling bij elk dier grootheden vertegenwoordigt. Daardoor krijgen wij een helder inzicht op den invloed, die de verschillende — met grooter of kleiner nauwkeurigheid te bepalen — factoren op het antwoord uitoefenen en dus over de nauwkeurigheid van het berekende antwoord.

§ 125. Aan haar achterzijde bezit de schuif meestal de volgende drie — eveneens 250 mm lange — schaalverdeelingen:

1. een bovenste schaal (gelegen onder de C-schaal!), links en rechts voorzien van een S, die ,,sinus'' beteekent,
2. een onderste schaal (gelegen onder de B-schaal!), links en rechts voorzien van een T, die ,,tangens'' beteekent,
3. een middelste schaal, verdeeld in halve millimeters, links en rechts voorzien van een L, die ,,logarithme'' beduidt.

De begin- en eindpunten van de beide eerste schalen liggen zuiver onder de begin- en eindpunten der C- en B-schalen, terwijl het beginpunt van de L-schaal overeenkomt met het eindpunt van B en C (de L-schaal loopt van rechts naar links).

Deze schalen stellen ons instaat, binnen de nauwkeurigheid van de rekenlineaal, trigonometrische berekeningen uit te voeren en logarithmen op te zoeken; zij worden betrekkelijk zelden gebruikt.

§ 126. Sinus-schaal.

Kennen we b.v. een zijde c en de aanliggende hoek A, dan weten we de hoogtelijn op de andere aangrenzende zijde $h_b = c \sin A$. We zouden een dergelijke vermenigvuldiging kunnen uitvoeren, wanneer we over een schaal beschikten, waarin de afstanden vanaf het nulpunt evenredig waren verdeeld met log sin x, mits de eenheid op deze schaal even lang werd gekozen òf als die op de A- en B-schaal, òf als die op de beide onderste schalen. Dit is evenwel onmogelijk, want de

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

sinus is een functie, die voor hoeken in het eerste quadrant door de waarden 0 en 1 wordt begrensd, zijn logarithme omvat dus het gebied der negatieve getallen van $-\infty$ tot 0, en de bedoelde schaal zou dus oneindig lang worden. Bezien we nu nog een oogenblik de grafiek $y = \log x$ met de roode y-as-verdeeling (want de S-schaal wordt in combinatie met A en B gebruikt), dan hebben we dus de keus tusschen twee willekeurige, aan elkaar grenzende, congruente groepen de op y-schaal en het ligt voor de hand die zoo hoog mogelijk in de grafiek te kiezen; immers dan bestrijkt men met de beschikbare 25 cm lengte het grootst mogelijke getallen-gebied tusschen 0 en 1. Dit beteekent dus dat *nu de getallen op de B-schaal van 1, via 10, tot 100 niet langer waarden voorstellen, waarin de komma geen bepaalde plaats heeft*, **maar speciaal de getallen tusschen 0,01 en 1**; *de bijgeschreven cijfers moet men zich dus door 100 gedeeld denken.*

Men zoeke nu op in de log sin.-tafel:
$\log \sin x = -2 = 8{,}00000 - 10$; $x = 0° 34' 23''$
$\log \sin x = -1 = 9{,}00000 - 10$; $x = 5° 44' 21''$
(controleer dit).

Op de S-schaal heeft men de hoeken aangegeven, wier sinus tusschen 0,01 en 1 ligt, dat zijn dus de hoeken tusschen $0° 34' 23''$ en $90°$. We bestrijken met deze schaal dus bijna het geheele quadrant. De afstanden van het beginpunt der schaal tot eenige deelstreep x heeft men gemaakt evenredig aan de ,,mantisse'' van log sin x, met dien verstande dat we in dit geval onder ,,mantisse'' moeten verstaan: het gewone begrip mantisse voor hoeken tusschen $0° 34' 23''$ en $5° 44' 21''$ en de gewone mantisse + 1 voor hoeken x vanaf $5° 44' 21''$ tot $90°$. Verstaan we nu voor dit gebruik van de B-schaal eveneens onder ,,mantisse'': de gewone mantisse voor de linker- en 1 + de gewone mantisse voor de rechterhelft, dan kunnen we ook hier zeggen dat de afstand van 0,01 tot eenig punt y der schaal eveneens evenredig is met die ,,mantisse'' van log y. Nu heeft men verder de beginpunten van beide schalen in eenzelfde vlak $\perp$ de lengterichting van de schuif aangebracht, dus moeten zich overal, in daaraan evenwijdige vlakken aan beide zijden der lineaal, bij elkaar behoorende

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

waarden van den hoek (op S) en van zijn sinus (op B) bevinden. Slagen we er dus in dergelijke bij elkaar behoorende punten van beide schalen in een stand te krijgen, waarin wij kunnen constateeren dat zij zich in een vlak $\perp$ op de lengterichting bevinden, dan kunnen we de aflezingen verrichten. Daartoe heeft men aan beide zijden van de lineaal een uitholling gemaakt en aan de achterzijde van de lineaal de doorsneden aangebracht (in den vorm van index-strepen) van het achtervlak met de beide $\perp$ op de lengte-as staande vlakken, die resp. door de begin- en eindpunten van de schalen A en D kunnen worden gedacht.

Omdat de lengte-assen van schuif en lineaal evenwijdig zijn, zal een vlak $\perp$ op de laatste as tevens $\perp$ de eerste zijn en we hebben daarin dus een middel om, aan beide zijden van de lineaal, de eindpunten der afstanden „mant" log sin x op S en „mant" log der bijbehoorende getalwaarde op B tegenover correspondeerende indexpunten (d.w.z. zich in een vlak $\perp$ de lengte-as van de schuif bevindende punten) te brengen en tegenover die vaste indexstrepen onze aflezingen te verrichten.

Men mele nu allereerst *op*, op schaal S: „mant" log sin 30° = ruim 212 mm, terwijl op schaal B „mant" log 0,5 te berekenen is als 1,69897 × 125 mm of eveneens 212 mm.

Verder controleere men (zoowel bij rechts- als bij linksuitgetrokken schuif):
sin 2°25′ = 0,0422; sin 9°26′ = 0,164; sin 30° = 0,500; sin 38°20′ = 0,620. Men merke op dat op het meest linksche deel van de S-schaal een hoekverschil van 5′ met ±7 mm overeenkomt, terwijl de afstand van 80° tot 90° nog geen mm lang is. Deze afstand is zelfs niet onderverdeeld; 85° valt op ongeveer $\frac{1}{4}$ van dien afstand voor de 90°-streep.

De sinusregel kan aanleiding geven tot twee typen van berekeningen, n.l. sin B $= \frac{a}{b}$ sin A en b $= \frac{a \sin B}{\sin A}$, die in praktische uitvoering verschillen.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

1e type. Van △ ABC is gegeven twee zijden a en b en de hoek A tegenover één dier zijden (het z.g.n. twijfelachtige geval). Gevraagd: de andere hoeken. Zij bv. a = 31,7 cm, b = 37,5 cm en ∠A = 42°15′.

Men heeft dus $\sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{37.5 \sin 42°15'}{31.7}$

Men rekent dan (met de C- en D-schalen) het quotient $\frac{37.5}{31.7}$ uit en noteert dit. Daarna plaatst men den hoek 42°15′ onder den index en den looperdraad op het gevonden quotient 1,183, doch nu in de A-schaal. Schaal B geeft dan onder den draad sin B = 0,795 en door dit getal onder A_1 te plaatsen lezen we op S af ∠B = 52°40′, waarbij we dan bedenken dat de supplementwaarde hier ook voldoet. We krijgen dus òf

		òf	
∠A =	42° 15′	∠A =	42° 15′
∠B =	52° 40′	∠B =	127° 20′
∠C =	85° 5′	∠C =	10° 25′
	180°		180°

N.B. Het gevonden aantal minuten is maar een ruwe schatting.

2e type. Van △ ABC zijn de hoeken en 1 zijde bekend; gevraagd de beide andere zijden.

Zij gegeven: ∠A = 44° 50′
∠B = 72° 50′
∠C = 62° 20′
zijde c = 106,9 m.

We moeten dan berekenen $a = \frac{c}{\sin C} \sin A$ en $b = \frac{c}{\sin C} \sin B$.

Voor deze bewerkingen kan men gemakkelijker *de schuif geheel uit de lineaal halen en haar achterste voren er weer inzetten* zóó, dat de S- nu tegen de A-schaal aanloopt! *Bij geheel ingeschoven schuif zien we dan tegenover de verschillende hoeken S* **op A** *natuurlijk direct hun sinus staan.*

Een vermenigvuldiging $a = \frac{c \sin A}{\sin C}$, wordt nu uitgevoerd door hoek C (schaal S) onder c (op A) te schuiven en daarna den draad op ∠A (schaal S) te zetten; we vinden dan a daarboven op de A-schaal.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$a = \frac{106{,}9}{\sin 62° 20'} \times \sin 44° 50' = 85{,}05 \text{ m}.$$

$$b = \frac{106.9}{\sin 62°20'} \times \sin 72° 50 = 115{,}3 \text{ m}.$$

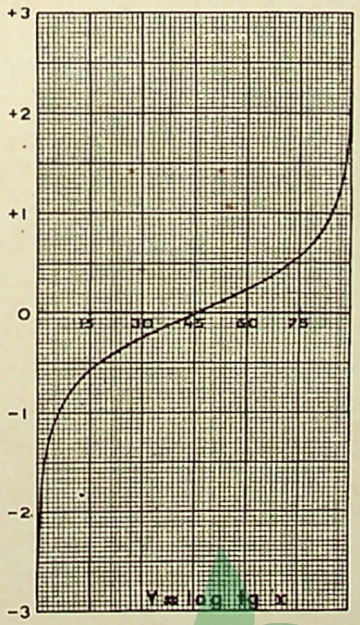
Heeft men dus eenmaal 62° 20′ onder 1069 staan, dan hoeft men maar af te lezen, eerst boven 44° 50′, daarna boven 72° 50′.

De leerling werke al deze voorbeelden na.

§ 127. Tangens-schaal.

In den zooeven besproken stand van de geheel dichtgeschoven lineaal konden we op de A-schaal direct den sinus aflezen van alle hoeken tusschen 0° 34′ 22″ en 90°. In dezen stand zien we echter tegenover D de T-schaal staan: blijkbaar kunnen we hier de tangenten vinden van hoeken tusschen bijna 6° en 45°. Waarom heeft men T met D gecombineerd, die toch slechts één der congruente groepen uit de zwarte ordinaatschaal bevat, en dat nog wel waar de tangenten van de hoeken in het eerste quadrant van 0 tot $+ \infty$, hun logarithmen zelfs van $- \infty$ tot $+ \infty$ varieeren?

Beschouwen we aan de hand van de tafel $y = \log \text{tg } x$ eens eenige bij elkaar behoorende waarden van y en x.



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

We zien dan dat:

voor log tg x = — 4	x = 0° 0′ 20,6″
voor log tg x = — 3	x = 0° 3′ 26,3″
voor log tg x = — 2	x = 0° 34′ 22,6″
voor log tg x = — 1	x = 5° 42′ 38″
voor log tg x = — 0,5	x = 17° 32′ 55″
voor log tg x = — 0,2	x = 32° 15′ 0″
voor log tg x = 0	x = 45°
voor log tg x = + 0,2	x = 57° 45′ 0″
voor log tg x = + 0,5	x = 72° 27′ 5″
voor log tg x = + 1	x = 84° 17′ 22″
voor log tg x = + 2	x = 89° 25′ 37,4″
voor log tg x = + 3	x = 89° 56′ 33,7″
voor log tg x = + 4	x = 89° 59′ 39,4″

Dit verloop vertoont duidelijk een symmetrie t.o.v. $x = 45°$, zoodat log tg $(45° - \alpha)$ + log tg $(45° + \alpha) = 0$ of anders geschreven log tg x + log tg $(90° - x) = 0$ hetgeen feitelijke het gevolg is van tg x. tg $(90° - x) = 1$ of tg x. cotg x = 1.

Dank zij deze eigenschap behoeven wij dus ons hoekgebied niet ter weerszijde van 45° uit te strekken en natuurlijk kiezen we dan *die* eenheidsgroep van de zwarte Y-schaal, waarbij de kromme y = log tg x zoo flauw mogelijk helt. Het ligt dus voor de hand dat men het hoekgebied van 5° 42′ 38″ tot 45° heeft gekozen en deze hoeken zoodanig op de 250 mm lange T schaal heeft gebracht, dat hun afstand tot het beginpunt der schaal weer evenredig is gemaakt aan de mantisse van de logarithme van hun tangens.

Kunnen we dus de tangenten der hoeken tusschen 5° 42′ 38″ en 45° bij achterste voren gestelde schuif direct op de D-schaal aflezen, ook kunnen we op overeenkomstige manier als bij den sinus de hoekverdeeling op T aan den achterkant van de lineaal laten loopen en de tangenswaarde *aflezen op C, tegenover het linkeruileinde van D* (instellen met behulp van een hiermede correspondeerende indexstreep aan den achterkant). Men leze op deze wijze af: tg 7° 5′ = 0,1242; tg 15° 15′ = 0,2726; tg 38° 10′ = 0,786.

De 1 van schaal D en C stelt dus als we tangenten van hoeken **beneden 45°** opzoeken speciaal het cijfer 0,1 voor;

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

alle aangegeven cijfers moeten bij dit gebruik van de schalen door 10 gedeeld worden gedacht.

Op overeenkomstige wijze zoeke men den hoek terug: tg x = 0,1475, x = 8°23′; tg y = 0,539, y = 28° 20′ tg x = 0,07 kan men dus op deze manier niet opzoeken, 0,07 is kleiner dan 0,1 het beginpunt der schaal.

De tangenten van hoeken kleiner dan 5° 42′ 38″ kan men het eenvoudigst via de S en B schaal vinden; binnen de nauwkeurigheid der rekenlineaal zijn voor hoeken beneden 3° de sin en de tg even groot; voor hoeken tusschen 3° en 3° 40′ telle men 1, tusschen 3° 40′ en 4° 30′ : 2, tusschen 4° 30′ en 5° : 3 en voor hoeken tusschen 5° en 5° 40′ 4 eenheden van het vierde decimaal bij de op B afgelezen sinuswaarde om de tangens te vinden. Theoretisch zou men bv. tg 4° kunnen berekenen als $\sqrt{\frac{\sin^2 4°}{1-\sin^2 4°}}$, doch dit wordt door de vele bewerkingen zeker niet nauwkeuriger.

Hoeken > 45°. Daar log tg x + log tg (90—x) = 0, moet de som der mantissen van log tg x en van log tg (90—x) altijd = 1 zijn (controleer dit in de tafel!).

Op de schuif beteekent dit dat bv. 10° op een afstand 0,24632 × 250 = 61,58 mm van het beginpunt ligt en dat de overige 250 — 61,58 = 188,42 mm van de schuif mant. log tg 80° moeten voorstellen (vgl. ook de tafel 0,75368 × 250 = 188.42). Maar dan kunnen we tangenten van hoeken tusschen 45° en 84° 17′ 22″ ook direct aflezen, *door nl. den complementshoek boven den index in te stellen* (achterzijde) (zóó dat we dus op de C-schaal boven D1 de tangens van dien complementshoek zouden kunnen vinden). We *lezen echter af onder C 10 op D*, en zien daar de *gevraagde tangens van den hoek* tusschen 45° en 84° 17′ 22″. Men bedenke dat de cijfers van de D schaal nu onveranderd gelden!

Lees af: tg 50° = 1,192; de tafel geeft 1,19175
tg 60° = 1,732; ,, ,, ,, 1,73205
tg 70° = 2,746; ,, ,, ,, 2,74748
tg 75° = 3,733; ,, ,, ,, 3,73205
tg 80° = 5,67 ; ,, ,, ,, 5,67128
tg 84° = 9,52 ; ,, ,, ,, 9,51436

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

§ 128. Cosinus en cotangens.

a. Cosinus. Om den cosinus van een hoek te vinden bedenke men dat $\cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\text{tg } \alpha}$ en dat $\cos \alpha = \sin (90-\alpha)$.

De eerste methode kan men met voordeel toepassen bij kleinere hoeken, de laatste is beter voor groote hoeken.

Zoo vindt men bv. voor $\cos 18° 40' = \frac{\sin 18°40'}{\text{tg } 18°40'}$

$\sin 18°40' = 0{,}3203$ (tafel 0,32006)

$\text{tg } 18°40' = 0{,}3377$ (tafel 0,33783)

$\cos 18°40' = \frac{0{,}3203}{0{,}3377} = 0{,}948$ (tafel 0,94740)

Iets eenvoudiger is het om de afgelezen sinuswaarde (0,3203) door middel van den looper op D op te zetten en er daarna, bij omgekeerde schuif 18°40′ boven te plaatsen; we lezen dan onder 45° op D af: $\cos 18°40'' = 0{,}948$.

Bij een grooteren hoek berekenen we als volgt:

$\cos 62°45' = \sin 27°15' = 0{,}458$ (tafel 0,45787).

b. colangens. Deze vindt men voor hoeken tusschen 5°42′ 38″ en 84°17′ 22″ als de tangens van het complement; dit is dus reeds onder *langens* behandeld.

§ 129. Logarithmenschaal.

Deze kan aan de achterzijde op een index aan de rechterzijde van de lineaal worden ingesteld en afgelezen. De schaal bestaat uit een verdeeling in 10 gelijke deelen van 25 mm, die elk nog in 50 gelijke deelen onderverdeeld zijn. Zij wordt in combinatie met de D-schaal gebruikt.

Trekt men de schuif over een zekeren afstand naar rechts uit, dan bevindt zich C1 boven een getal a op de D-schaal en de afstand D1 C1 stelt voor mant. log. a. Diezelfde afstand vinden we terug in D10 C10 en tusschen de met deze punten correspondeerende punten aan de achterzijde van de lineaal. Dit zijn de vaste indexstreep en het beginpunt der L-schaal. Omdat op deze schaal de logarithmische eenheid (250 mm) tientallig is onderverdeeld, lezen we op L, in den afstand van L0 tot den index, welk gedeelte mant log a van de logarithmische eenheid is, m.a.w. we

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

vinden de mantisse der logarithme van het getal a op D, dat zich onder C1 bevindt. Den wijzer moet men op de bekende manier zelf bepalen. Lees op deze wijze af log 2 = 0,301, log 300 = 2,477 enz.

De toepassing van deze schaal ligt in het berekenen van hoogere machten en bij de hoogere machts worteltrekking: de resultaten der machtsverheffing zijn over het algemeen onzuiver, vooral als de exponent hoog is (hoe komt dat?). De uitvoering vereischt zeer nauwkeurig instellen.

Voorbeelden: Bereken 3^5 (=243) en 3^{10} (= 59049).

Plaats C1 boven D 3, lees af mant. log 3 = 477. Dan is log 3 = 0,477.

5 × 0,477 = 2,385	10 × 0,477 = 4,77
Plaats 385 boven index, lees af op D (onder C1) 2428. De mantisse was 2, dus $3^5 = 242{,}8$	Plaats 77 boven index en lees af op D: 589. De mantisse was 4, dus $3^{10} = 58900$

De resultaten zijn te klein doordat we log 3 (= 0,47712) niet verder dan 0,477 konden aflezen.

Betere resultaten krijgt men bij worteltrekking, waar de exponent dus < 1.

Voorbeeld: bereken $\sqrt[7]{341{,}5^4} = ?$

Zoek op (als boven) mant. log 3415 = 534, dan is log 341,5 = 2,534.

Op C en D uitgeschoven (2534 : 7) × 4 = 1448 dus log $341{,}5^{\frac{4}{7}} = 1{,}448$; zoek terug, 448 boven den index, lees af $\sqrt[7]{341{,}5^4} = 28{,}08$ (de wijzer = 1).

Contrôle-berekening met 5-decimalige logarithmen levert op 28,032.

§ 130. Ten slotte volge nog één bespreking van twee schaalverdeelingen en van enkele constanten, die op lineaal en looper van de electrotechnische lineaal (A. W. Faber, 378 en 398) voorkomen. De bedoelde schaalverdeelingen bevinden zich op den bodem, binnenin de lineaal, bezitten een met de A-schaal overeenkomende verdeeling en worden danook in combinatie met A en B gebruikt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

1. De Voll-schaal.

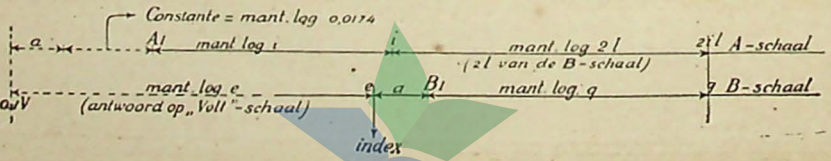
De met ,,Volt'' aangeduide roode verdeeling dient om direct het spanningsverlies, dat in een inductie- en capaciteitsvrije *koperen* leiding als gevolg van den Ohmschen weerstand optreedt, te kunnen aflezen. Het verband tusschen de hierbij optredende veranderlijke grootheden l (= lengte van de enkele leiding in m; lengte van de heen- en terug-leiding dus 2 l), q (= doorsnede in mm²), e (= spanningsverlies in V.) en i (= stroomsterkte in A.) is vastgelegd door de bekende formule e = ir = $= i \frac{2\rho l}{q}$, waarin ρ (= 0,0174), de soortelijke weerstand van koper in Ohm. mm²/m voorstelt.

Voor deze berekeningen heeft men de cijfers der A- en B- schalen een bepaalde getalwaarde toegekend; we krijgen hier dus een antwoord *met* een geplaatste komma. A1 beteekent n.l. bij deze berekeningen 10 Amp. (A 10 dus 100 Amp. enz.), B1 = 10 m als we er 2l (in sommige gevallen l), en 10 mm² als we er q op afzetten; deze bijzonderheden staan in rood op de lineaal vermeld.

1e voorbeeld: Bereken het spanningsverlies in een 40 m lange, dubbele koperleiding (2l = 80 m) van 70□, bij een stroomsterkte van 60 A.

Plaats B1 onder 60 Amp. op A (dit is dus A6, links!), zet daarna den looperdraad op B 8 (= 80 m; de vermenigvuldiging met 2 doet men te voren uit het hoofd); trek den schuif met B 7 (= 70 mm²) onder den draad en lees bij den aluminiumindex links van C het spanningsverlies op dezen draad bij den gegeven stroom af als 1,18 V.

De verklaring hiervan ligt in het feit dat het beginpunt van de Volt-schaal (0,1 V) 49 mm links van A1 gelegen is, een afstand, die overeenkomt met den afstand tusschen den aluminium-index en B1 (= 19 mm), vermeerderd met mant log 0,0174 (dus met 125 × 0,24055 = 30 mm); bij den overgang van A op ,,Volt'' hebben we dus automatisch met 0.0174. vermenigvuldigd, zooals beschouwing van onderstaande figuur nader zal verduidelijken.



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De komma in het afgelezen antwoord is slechts dan goed geplaatst, als de waarden i, 2 l en q op de schalen A en B — met inachtneming van de bij het begin dier schalen in rood aangegeven begingetallen — op hun juiste grootte konden worden ingesteld. Had men echter in bovenstaand voorbeeld 2 l = 800 m gehad, dan had men den looper niet op B 800 kunnen plaatsen, omdat daarvoor de lineaal te kort is. Men plaatst daarom in zoo'n geval den draad op 80, vindt hierdoor een 10 × te kleine uitkomst en herstelt die fout door in het antwoord de komma 1 plaats naar rechts te verplaatsen: antwoord 11,8 V. Zoo zou, voor een 800 m lange leiding bij een stroomsterkte 0,6 A, bij dezelfde uitvoering der bewerking als zooeven, het antwoord $\frac{100}{10}$ × te groot zijn gevonden; we moeten dus de afgelezen e door 10 deelen tot 0,118 V.

2e Voorbeeld. Te berekenen het spanningsverlies in een 4 km lange gelijkstroom-tramdraad van 50 mm² doorsnee bij een stroomsterkte van 30 A.

Daar de rails practisch overal een potentiaal 0 hebben, moeten we hier niet 2 l, doch alleen de lengte van den stroomtoevoerdraad in rekening brengen en dus $e = \frac{i\rho l}{q}$ berekenen. Handelden we nu evenals daarnet: B 1 op A 3 (= 30 Amp.); looperdraad op B 4 (= 40 m, dus antwoord nog te vermenigvuldigen met 100); B 5 (= 50 mm²) onder den draad, dan blijkt het antwoord (het zou ongeveer 0,4 V zijn) niet af te lezen, doordat men de Voltschaal pas vanaf 0,5 V af verdeeld heeft*). We moeten daarom den looperdraad op B 40 in plaats van op B 4 zetten (dus antwoord nog × 10); schuiven dan B 5 (= 50 mm²) onder den draad en lezen af 4,14; het antwoord is dus 41,4 Volt.

Zoo dit verlies grooter dan toelaatbaar is, plaatst men den schuif op het maximaal toelaatbare verlies, b.v. op 3,5 (= 35 Volt). Onder den draad, die nog in den stand van zooeven staat, lezen we dan op B de daarvoor vereischte doorsnee 59 mm² af en zullen dus voor den rijdraad 70□ moeten kiezen.

*) De allernieuwste linealen zijn van een verder doorgevoerde verdeeling voorzien.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Feitelijk gelden de verschillende berekeningen voor een temperatuur 15°C, omdat de constante 0,0174 de soortelijke weerstand bij die temperatuur voorstelt.

2. *De Rendement-schaal.*

Bij een *dynamo* is het percentage rendement = $\frac{\text{de in zekeren tijd afgeleverde electr. energie}}{\text{de in denzelfden tijd toegevoerde mech. energie}} \times 100\%$;
bij den electromotor heeft men % rendement = $\frac{\text{de in zekeren tijd afgeleverde mech. energie}}{\text{de in denzelfden tijd toegevoerde electr. energie}} \times 100\%$.

Natuurlijk moeten teller en noemer dezer breuken in eenzelfde eenheid worden uitgedrukt; de rendementschaal dient ter vergemakkelijking van deze omrekening.
Kiezen we in bovenstaande definities gemakshalve voor den tijd telkens 1 sec., dan wordt de rendementsbreuk = $\frac{\text{afgeleverde energie per sec.}}{\text{toegevoerde energie per sec.}} = \frac{\text{het afgeleverde vermogen}}{\text{het toegevoerde vermogen}}$.

In de praktijk der (stoom-) werktuigkunde meet men krachten met de ,,kilogram'' als eenheid. Deze kilogram-kracht is als wetenschappelijke krachtseenheid onbruikbaar, omdat zijn grootte afhankelijk is van de plaats op aarde (geografische breedte); dit is dus eveneens het geval met alle van de kg-kracht afgeleide eenheden voor spanning, energie, vermogen, enz., begrippen dus, die van het krachtsbegrip afgeleid zijn.

Het eenhedenstelsel der mechanische praktijk kent de van de plaats op aarde afhankelijke ,,paardekracht'' als eenheid voor vermogen (1 pk in Indië is dus een ander (kleiner) vermogen dan 1 pk in Holland, omdat 1 kg in Indië een kleinere kracht is dan in Holland).

De electriciteitsleer heeft *al* haar eenheden, ook de technisch gebruikelijke z.g.n. ,,praktische eenheden'', op wetenschappelijk zuiveren grondslag opgebouwd. Al deze eenheden behooren thuis in het z.g.n. c.g.s.-stelsel, waarin de dyne eenheid van kracht is, een kracht die overal op aarde even groot is, omdat ze, in tegenstelling met de kg-kracht, aan eenzelfde hoeveelheid stof (1 grammassa) eenzelfde versnelling meedeelt, n.l. 1 cm/sec.^{2}.

Het mechanische aequivalent der praktische electrische energie-eenheid is nu:

$1\ V \times 1\ C = 1\ W\ sec \equiv 1\ J = 10^7$ erg en daarmee overeenstemmend is het mechanisch aequivalent der electrische vermogenseenheid:

$1\ V \times 1\ A = 1\ W \equiv 1\ J/sec. = 10^7$ erg/sec.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Een kW is dus een vermogen, dat in Indië en Holland even groot is.

Uit het bovenstaande volgt dat er feitelijk geen sprake kan zijn van een constante omrekeningsfactor voor pk in kW en omgekeerd, omdat ook deze omrekeningsfactor afhankelijk van de breedte-plaats op aarde is.

Voor Indië ($g_{acq} = 978{,}0$) is

1 pk $= 75 \times 10^5 \times 978$ erg/sec $= 0{,}75 \times 978$ J/sec $= 733{,}5$ W;

voor Nederland ($g_{\text{Amsterdam}} = 981{,}3$) is

1 pk $= 75 \times 10^5 \times 981.3$ erg/sec $= 0{,}75 \times 981{,}3$ J/sec $= 736{,}0$ W.

Het verschil bedraagt ruim 0,3%.

De ,,Hoofdcommissie voor de Normalisatie in Nederland'' heeft, in samenwerking met de ,,Maatschappij van Nijverheid'' en het ,,Koninklijk Instituut van Ingenieurs'' in 1927 op de normaalbladen N 333 en N 334 symbolen en verhoudingen van verschillende eenheden vastgesteld en heeft daarbij een vaste verhouding tusschen dyne en kg-kracht aangenomen, een gemiddelde waarde dus, die alleen zuiver geldt op een geografische breedte van 45° ter hoogte van het zeeoppervlak. Hoewel dus theoretisch onjuist, heeft men hierdoor kunstmatig een vaste omrekeningsconstante in het leven geroepen voor de verschillende overeenkomstige eenheden voor de van ,,kracht'' afgeleide begrippen, in de beide eenhedenstelsels.

Zoo wordt volgens deze ,,normale waarde voor de versnelling der zwaartekracht'' 1 pk $= 0{,}75 \times 980{,}665$ J/sec $= 735{,}499$ W of praktisch 735,5 W.

Op de rekenlineaal heeft men de rendementsschaal zóó t.o.v. de A-schaal geplaatst, dat 1 pk op 736,0 W is aangenomen, en de omrekening voor Middel-Europa dus juiste getallen oplevert.

Daar het verschil voor Indië slechts 0,3% bedraagt, is het in de meeste gevallen praktisch geoorloofd ook hier te lande de rendementsberekening met behulp van deze schaal uit te voeren, te meer daar de te bereiken nauwkeurigheid bij het aflezen van de aluminium-index op het schaalgedeelte 80 tot 90% zeker een speling van eenige tienden van 1% meebrengt.

We krijgen dus:

$$\eta_{\text{dynamo}} = \frac{\text{electr. verm. in kW}}{\text{mech. verm. in pk} \times 0{,}736} \quad \text{en}$$

$$\eta_{\text{motor}} = \frac{\text{mech. verm. in pk} \times 0{,}736}{\text{electr. verm. in kW.}}$$

Rechts van de A-schaal staan, ter vermijding van instelfouten, de letters K.W., op de B-schaal: P.S. (= Pferdestärke). De rendement-schaal bestaat uit twee gedeelten, links voor ,,dynamo'' rechts voor ,,motor'',

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

die elkaars spiegelbeeld zijn. Zij zijn symmetrisch t.o.v. hun gemeenschappelijke schaalwaarde 100 en zijn verder elk een copie van het meest rechtsche deel der A-schaal (tusschen 20 en 100). Dit punt ,,100'' bevindt zich ruim 35,5 mm links van A 10, dit is juist 1—mant. log 0.736 + + de 19 mm-afstand tusschen de aluminium-index en B 1.

Bij de ,,*dynamo*''-*berekening* deelen we dus door schaalovergang van A op ,,Rendement'' automatisch door 736; er blijft dus, als te verrichten handeling op A en B over, het deelen van 't aantal kW door het aantal pk.

Voorbeeld: Aan een *dynamo*-as worden door een stoomturbine 170 pk toegevoerd. De dynamo levert bij een klemspanning van 600 Volt een stroom van 187.5 A (dus 112,5 kW op C en D vermenigvuldigd). Hoe groot is het rendement van dien dynamo?

Plaats onder A 1125 (rechter schaalhelft) B 170 (linker schaalhelft) en lees links af op ,,dynamo'' 90%. Bij het instellen van 't aantal kW en 't aantal pk dus *die* gedeelten van A, resp. B, te kiezen, dat de Al-index op eenig punt van de ,,dynamo''-schaal komt te staan.

Bij den *motor* moeten we het rendement (of nuttig effect) berekenen als $\frac{\text{aantal pk} \times 0.736}{\text{aantal kW}}$. Omdat de kW op de vaste bovenschaal A staat, voeren we, deze letters aanhoudend, eigenlijk uit $\frac{\text{aantal kw}}{\text{aantal pk} \times 0.736}$ m.a.w. we zouden de reciproke waarde van het N.E. aflezen, indien de schaal evenals ,,Dynamo'' van rechts naar links oploopende cijfers zou vertoonen.

Doordat men nu vanaf ,,100'' de motorschaal naar rechts laat afloopen, maar haar overigens congruent met A heeft gemaakt, met haar beginpunt 100 op dezelfde plaats als de 100 der ,,dynamo''-schaal (waardoor we dus bij schaalovergang van A op ,,motor'' weer automatisch door 736 deelen), vinden we op ,,motor'' direct het gezochte percentage nuttig effect. Vergelijk dit met het tegengesteld loopen der reciproke schaal in de slotopmerking van § 123.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Voorbeeld: Een electro*motor* gebruikt bij een netspanning 125 V. 2,2 A stroom (dus 0,275 kW) en ontwikkelt daardoor een mechanisch vermogen van 0,30 pk. Hoe groot is zijn nuttig effect?

Zet 275 op de rechterhelft van A, schuif B 3 (linkerhelft) er onder; controleer of de index inderdaad op een punt van de ,,motor'' schaal staat, en lees af 80%.

De omgekeerde vragen: bij een bekend nuttig effect de capaciteit te berekenen, die de machine ontwikkelt bij gegeven toegevoerd vermogen, dan wel: bij een bekend nuttig effect het toe te voeren vermogen te berekenen, dat de machine voor een bepaalde arbeidssnelheid (prestatie, of capaciteit) benoodigt, zijn nu even gemakkelijk te beantwoorden.

Dynamo. Welk electrisch vermogen levert een dynamo bij 88% rendement en 25 toegevoerde as-pk?

Plaats de schuif met den AI.-index op 88 van de ,,dynamoschaal!'', zet den looper op 25 pk (B-schaal dus) en lees daarboven (op A = de kW-schaal) af, dat hierdoor 16,15 kW ter beschikking komen. Mocht dit resultaat voor een bepaald geval niet voldoen, dan vormt de lineaal in dezen stand een tabel, waarin men, bij de voor het geval vereischte capaciteit (op de vaste schaal), stel 21 kW, het aan de dynamo te leveren vermogen, hier dus 32,5 pk, direct op de B-schaal kan vinden.

Motor. Welk vermogen ontwikkelt een motor van 84% N.E., die bij 500 V 19,2 A (dus 9,6 kW) verbruikt?

Plaats den index bij 84 op de N.E.-schaal (rechts! ,,motor''), kijk onder 9,6 kW op de B-schaal en lees daar 110 af, d.w.z. 11,0 pk; zoowel op de rechter als op de linkerschaalhelft kan men bij deze waarden het antwoord vinden. Ook nu staat weer de schaal in tabelvorm, die het mogelijk maakt om, indien een ander aantal pk benoodigd mocht zijn, het daarvoor toe te voeren electrische vermogen er direct boven, op A, af te lezen.

Vergissingen bij deze berekeningen zijn praktisch uitgesloten, doordat men op A altijd kW en op B altijd pk vindt en dit op de schalen is aangegeven.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

3. De constanten.

Behalve de reeds besproken constanten π, $\frac{\pi}{4}$, C en C_1, willen we, van de verder op de electrotechnische lineaal aangebrachte constanten er nog twee bespreken, n.l. de zwarte en de roode Cu, de eerste bij ongeveer 149, de laatste bij 378, beide op de D-schaal.

a. Roode Cu. Zooals op de achterzijde van de lineaal schematisch is aangegeven, dient de roode Cu om van een koperen leiding, bij bekende *diameter* en lengte, het gewicht te bepalen. Daar in de praktijk de doorsnee van de draad meestal bekend is, bepaalt zijn gebruik zich tot die gevallen waarin deze onbekend is, en waarbij we den diameter met een schuifpasser, of beter met een micrometerschroef, moesten bepalen.

Bij een s.g. van getrokken koper = 8,9 in gr/cm³, is het gewicht: $G = l. \frac{\pi d^2}{4}. 8,9 = l.d^2 \times \frac{8,9\,\pi}{4} = \frac{ld^2}{\frac{4}{8,9\,\pi}}$ gram, waarin l en d beide in cm, dan wel — wat in de praktijk gemakkelijker is — l in meter en d in millimeter, mogen zijn uitgedrukt: ld^2 is in beide gevallen dezelfde getalwaarde (in cm³) *). Daar het antwoord op de B schaal wordt afgelezen en d, zoowel als de constante van de D-schaal af worden opgehaald, zal de constante de getalwaarde $\sqrt{\frac{4}{8,9\,\pi}} = \sqrt{\frac{4}{27.96}} = \sqrt{0,1431} = 0,3782$ moeten bezitten; dit is inderdaad de plaats waar we de roode Cu vinden.

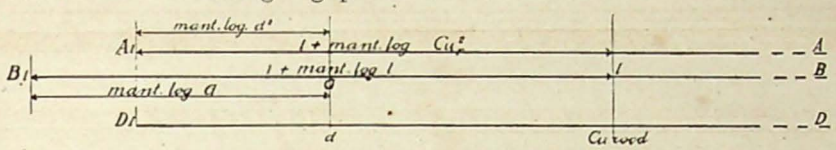
De uitvoering geschiedt overeenkomstig het schema aan de achterkant van den lineaal:

We oriënteeren ons eerst omtrent de ligging van onze d-waarde op de D-schaal, schuiven dan de lengte l op *die* der beide B-schalen boven Cu-rood (meestal zal l op de rechterhelft van B kunnen worden ingesteld), dat er zich boven de d op D een stuk B-schaal bevindt. Nu staat dus de schuif met B l boven Cu rood. Zet nu den looper-

*) Het is duidelijk dat met l hier bedoeld is de totale lengte van den draad.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

draad op d van de D-schaal en lees op B onder den draad het gewicht af. De bewerking laat zich het gemakkelijkst aan de hand van een schets verklaren, door B 1 als uitgangspunt te beschouwen. We zien dan



$1 + \text{mant log } l - (1 + \text{mant log } Cu^2) + \text{mant log } d^2 = \text{mant log } G$. Inderdaad geeft de aldus beziene stand van de lineaal de bewerking $\frac{l}{\frac{4}{8{,}9\pi}} \times d^2$ te zien.

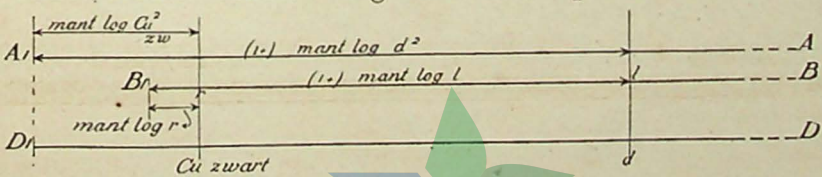
b. Zwarte Cu. Deze dient ter berekening van den Ohmschen weerstand (bij 15°C) van een koperen leiding, bij bekende lengte en diameter, volgens $r = \rho \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{l}{d^2} \times$

$\times \frac{0{,}0174 \times 4}{\pi} = \frac{l}{d^2} \times 0{,}02215$.

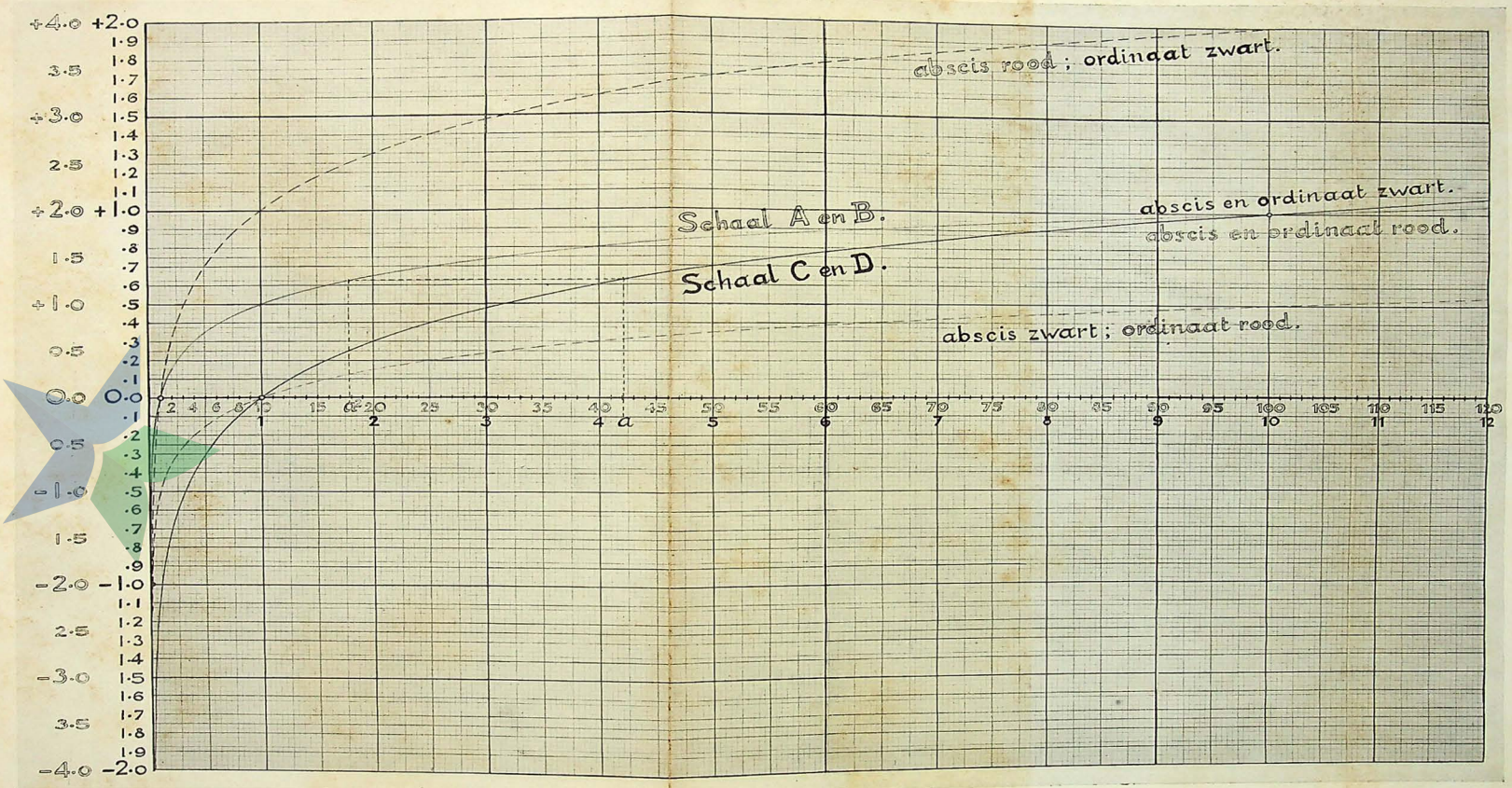
N.B. Hierin is d dus de diameter en l de totale draadlengte. Ook hier geldt over het gebruik wat reeds bij de roode Cu is gezegd.

Daar de eigenlijke berekening hier eveneens op de bovenschalen plaats heeft, is de zwarte Cu-streep niet anders dan de constante op de A-schaal; ze is geplaatst bij $\sqrt{0{,}02215} = 0{,}1488$.

Volgens het rekenschema aan den achterkant, plaatse men den looperdraad op de d-waarde op schaal D en schuive l op B onder den draad, waarbij men er voor trachte te zorgen een gedeelte B-schaal boven de zwarte Cu te krijgen. Meestal is het gebruik van de rechter B-schaal bij 't instellen van l onder den draad het geschikst. Boven $Cu_{zw.}$ wordt op de B-schaal de weerstand direct afgelezen; de komma-plaatsing ga men afzonderlijk na. De juistheid der beschreven handelwijze blijkt weer uit onderstaande schets: uitgaande van B_1 heeft men:



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA



De leerling make de langs de X-as geplaatste getallen van 0 tot 120 rood, die, welke denzelfden afstand met 0 tot 12 aanduiden, blijven zwart.

Ook de ordinaat-getallen van + 4.0 tot — 4.0 worden rood; de rechtsche getallen-reeks langs de Y-as (+ 2.0 tot — 2.0) blijft zwart.

De bovenste gestippelde kromme blijft zwart; de getrokken kromme, met het bijschrift ,,schaal A en B'', worde rood gemaakt, evenals de onderste gestippelde kromme. De andere getrokken kromme (C- en D-schaal) blijft zwart. Let op de snijpunten! Zie tabel.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA
PERPUSTAKA

Lembaga Kebudajaan Indonesia
„Bataviaasch Genootschap
van Kunsten en Wetenschappen"

Lembaga Kebudajaan Indonesia
„Bataviaasch Genootschap
van Kunsten en Wetenschappen"

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

J 68



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA