243

EN EN ANDER

OVER

KAARTPROJECTIES

DOOR

J. VAN ROON
KAPITEIN-BRIGADECHEF BIJ DEN TOPOGRAPHISCHEN DIENST.

PERPUSTAKAAN KEBUDAJAAN INDONESIA
V - 243

BATAVIA
LANDSDRUKKERIJ
1909.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

V-143

EEN EN ANDER

OVER

KAARTPROJECTIES

DOOR

J. VAN ROON
KAPITEIN-BRIGADECHEF BIJ DEN TOPOGRAPHISCHEN DIENST.

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.

BATAVIA
LANDSDRUKKERIJ
1909.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL R.I.
Tanggal : 28-6-2000
Nomor Induk : 306 /Di-Mus/III/10
NIB - ID : 0010-27349760
ITEM - ID : 1008031001
Asal : Museum Pusat

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

INHOUD.

HOOFDSTUK I.

BLADZ.

a. Algemeene beschouwingen 3
b. Vervormingen 7

HOOFDSTUK II.

Azimutale projecties 11
a. De equidistante azimutale projectie 12
b. De equivalente azimutale projectie 13
c. De conforme azimutale projectie 15
Stereographische projectie 17
d. De orthographische projectie 17
e. De gnomonische projectie 18
f. De gemiddelde azimutale projectie van BREUSING 20

HOOFDSTUK III.

Kegelprojecties 22
a. Equidistante kegelprojecties 24
1. De projectie van PTOLEMEUS 24
2. De projectie van DE L'ISLE 26
b. Equivalente kegelprojecties 29
1. Equivalente kegelprojectie op den aanrakingskegel 30
2. LAMBERT's equivalente kegelprojectie met equidistante middenparallel 30
3. Equivalente kegelprojectie met minimum hoekvrandering 34
4. De equivalente kegel- (romp-) projectie van ALBERS met twee equisdistante paralleleirkels 35
c. Conforme kegelprojecties 38
1. De conforme kegelprojectie met equidistante middenparallel 39
2. De conforme kegelprojectie met twee equidistante parallellen 40
d. Gewijzigde kegelprojecties 41
1. De projectie van BONNE 41
2. De projectie van STAB WERNER 43
3. De projectie van FLAMSTEED 43
4. De polykonische projecties 43

HOOFDSTUK IV.

De cylinderprojecties 46
a. Cylinderprojecties met equidistante hoofdcirkels 48
1. De equidistante cylinderprojectie met equidistanten equator. De kwadratische platkaart 48
2. De projectie van CASSINI—SOLDNER of de transversaal platkaart 49
3. De rechthoekige platkaart 49

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

BLADZ.

b. De equivalente cylinderprojecties 50
c. De conforme cylinderprojecties 51
1. De projectie van MERCATOR 51
2. De conforme transversale cylinderprojectie 54
3. De scheeve conforme cylinderprojectie 55
d. Conventioneele of onechte cylinderprojecties 55

HOOFDSTUK V.

Bijzondere projecties 56

HOOFDSTUK VI.

De aarde als ellipsoïde 57

HOOFDSTUK VII.

Projectiën voor de samenstelling der topographische kaarten van Nederlandsch-Indië. 66
a. Geschiedenis 66
b. De projectie van BONNE 68
c. De polyederprojectie 73
d. Overbrenging van punten uit de conforme kegelprojectie in die van BONNE en omgekeerd 84

BIJLAGEN.

Bepaling der ψ correctie 86
Geodetische constanten 92
Mathematische constanten 93
Lengte- en vlaktematen 94
Algemeene geodetische formules 95
Afmetingen in de MERCATOR-projectie 97
Voorbeeld I. Berekening der afmetingen van een blad der kaart 98
Voorbeeld II. Berekening der coördinaten van een punt van het driehoeksnet op een blad der kaart uit de geographische lengte en breedte ... 99
Voorbeeld III. Berekening van de geographische lengte en breedte van een driehoekspunt uit de coördinaten in de polyederprojectie 100
Voorbeeld IV. Berekening van de richtingshoeken, de lengte en de azimuts der verbindingslijn van twee punten in de projectie uit de coördinaten. 101
Voorbeeld V. Berekening van de lengte en de azimuts eener driehoekszijde op het aardoppervlak uit de lengte en de azimuts van de verbindingslijn der eindpunten in de projectie 102
Voorbeeld VI. Berekening der coördinaten van een punt ten opzichte van de assen van een blad der kaart uit de coördinaten van dat punt ten opzichte van de assen van een aangrenzend blad 103
Tafel I 104
Tafel II 105
Tafel III 106

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

VOORWOORD.

Tot nu toe moest bij de opnemingsbrigades van den Topographischen Dienst bij het onderricht in — en de studie van — de eerste beginselen der kaartprojecties in hoofdzaak gebruik gemaakt worden van dictaten; enkele Hollandsche handboeken die het onderwerp behandelen zijn verouderd of geven te weinig. tijdschriften gaan slechts op een bepaald gedeelte der stof in.

Het werd daarom niet ondienstig geacht in boekvorm het een en ander omtrent kaartprojecties bijeen te brengen; wat de polyederprojectie (Hoofdstuk VIIe) betreft werd gebeel gebruik gemaakt van hetgeen daaromtrent in de moedertaal door Dr. J. J. A. Muller, den gewezen chef der Triangulatiebrigade, in de „Handleiding voor de uitvoering van Secundaire triangulaties" en de „Triangulatie van het driehoeksnet van Sumatra's Westkust" werd *bekend gesteld; voor het overige werden in hoofdzaak buitenlandsche* werken geraadpleegd.

Hier en daar zijn formules ingevoerd, die op gezag moeten worden aangenomen; voor een practisch gebruik kan dit geen bezwaren opleveren en, zij die met bloot aannemen geen genoegen nemen, worden wellicht opgewekt tot verdere studie.

Alvorens dit boekje ter perse ging, werd het manuscript met zeer veel zorg nagezien door den tegenwoordigen Chef der Triangulatiebrigade, aan wiens voorlichting vele waardevolle toelichtingen en omzettingen te danken zijn. Mocht het zijn doel bereiken, n. l. het bijbrengen van de eerste beginselen der kaartprojecties en het opwekken der zucht tot verder onderzoek, dan heeft de belangelooze moeite van den heer S. Blok zeker voor een groot deel tot het welslagen bijgedragen.

Bandoeng, 31 October 1908.

DE SAMENSTELLER.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

HOOFDSTUK I.

A. ALGEMEENE BESCHOUWINGEN.

Wanneer men de door meting, berekening en verkenning van het terrein verzamelde gegevens wil gebruiken, om het beeld van een kleiner of grooter deel der aardoppervlakte te ontwerpen, doet zich het bezwaar voor, dat de aarde een bol is en hare oppervlakte derhalve tot die wiskundige vlakken behoort, die niet volkomen nauwkeurig, ja feitelijk in het geheel niet in een plat vlak ontwikkeld kunnen worden. Alleen wanneer een zeer klein gedeelte der aarde moet worden afgebeeld, b. v. de platte grond eener stad, kan men dat als een plat vlak beschouwen en behandelen. Geldt het daarentegen de voorstelling van een land, een werelddeel of onze geheele planeet, dan kan zulks alleen op een globe volkomen juist geschieden, afgezien natuurlijk van den verkleinden maatstaf. Op een globe stemt n. l. het beeld overeen met het origineel wat hoeken, lengteafmetingen en oppervlakte of inhoud betreft, het bezit hoek-, lengte- en inhoudsgelijkheid of voldoet, om de vreemde uitdrukkingen te bezigen, aan de eischen der *conformiteit, equidistantie* en *equivalentie*. Het vervaardigen van groote globes is echter zeer moeilijk en kostbaar, terwijl zij daarenboven lastig te hanteeren zijn; vandaar dan ook dat globes van meer dan 1 Meter doorsnede tot de zeldzaamheden behooren. En zelfs bij zulke afmetingen kunnen er slechts weinig bijzonderheden van de verschillende deelen der aardoppervlakte op weergegeven worden. Dientengevolge heeft men sedert de oudste tijden behoefte gevoeld aan afbeeldingen op een vlak, kaarten geheeten, en voortdurend naar methoden gezocht, om deze nauwkeurig te kunnen teekenen (1). Fouten zijn daarbij onvermijdelijk en

(1) Als grondlegger der wetenschappelijke kaartprojectie-leer moet ERATOSTHENES te Alexandrië (276—195 v. Chr.) beschouwd worden. Hij voerde een door lengte- en breedtecirkels gevormd net van veelhoeken in, volbracht de eerste graadmeting en ontwierp twee verschillende projectiemethoden.

Het hoogtepunt bereikte de kartographie in de oudheid door de werkzaamheid van CLAUDIUS PTOLEMAEUS te Alexandrië (waarschijnlijk van 87—150 na Chr.); in een van zijn boeken ontwikkelt hij de beginselen der wiskundige aardrijkskunde, alsmede de grondslagen van verschillende projectiemethoden.

In later tijd traden op kartographisch gebied bijzonder op den voorgrond GERARD KREMER, meer bekend onder den naam MERCATOR (1512—1594), JOHAN HENDRIK LAMBERT (1728—1777), CAREL FREDERIK GAUSS (1777—1855) en M. A. TISSOT; deze laatste met zijn baanbrekend werk: „Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes geographiques" 1881.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

het gold en geldt nog heden ten dage slechts, deze fouten kenbaar en tevens zoo klein mogelijk te maken. Met de oplossing van dit vraagstuk hebben zich sinds eeuwen her verscheidene geleerden, vooral wis- en sterrekundigen bezig gehouden, zoodat het aanleiding heeft gegeven tot het ontstaan eener zelfstandige wetenschap, de *kaartprojectie-leer*.

Indien men de aarde als een zuiveren bol beschouwde, zouden de betrekkingen tusschen het terrein en de kaart meestal op veel eenvoudiger wijze uitgedrukt kunnen worden, dan thans het geval is. De meest eenvoudige en tevens meest belangrijke kaartprojectiën hebben nu betrekking op den bol, en zonder groove fouten te maken, kunnen die niet worden toegepast op de ellipsoïde, met welke wiskundige figuur onze planeet het meest overeenstemt. Een middel om ze toch te kunnen gebruiken bestaat hierin, dat men eerst het te projecteeren terrein op een bol overbrengt en daarna volgens een eenvoudige methode van den bol op het platte vlak. Het laatste geschiedt volgens de leer der projectie, terwijl de afbeeldingen zelf ook projectiën heeten. Elk punt van het deel der aardoppervlakte, dat men wil afbeelden, op het platte vlak te projecteeren zou zeer bezwarend en tijdroovend, zoo niet onmogelijk wezen, doch daar de horizontale ligging van elk punt op aarde volkomen nauwkeurig wordt aangeduid door zijn geographische lengte en breedte en deze beide door het stelsel van parallellen en meridianen gemeten worden, is het voldoende de lengte- en breedtecirkels te projecteeren. Het vraagstuk, eigenlijk van zuiver wiskunstigen aard, komt er dus ten slotte slechts op neer, een willekeurig gegeven parallel en meridiaan af te beelden, want kan zulks met één, dan kan het ook met alle dergelijke cirkels geschieden.

De kaart zal echter gelijktijdig slechts aan één van de drie hierboven vermelde eigenschappen streng kunnen voldoen, zij kan alleen óf hoekgelijkheid, óf lengtegelijkheid, óf inhoudsgelijkheid bezitten, en de vele projectiemethoden, die men heeft uitgedacht, hebben geen ander doel dan te bewerken, dat aan een der drie voorwaarden streng wordt voldaan en te gelijker tijd de ten opzichte der beide andere eischen onvermijdelijke fouten zoo gering mogelijk zullen wezen. Daarbij moet in het oog worden gehouden dat de conformiteit een eigenschap van beperkte beteekenis is, dat zij slechts geldt voor de kleinste deelen en niet voor de kaart als geheel en dat de equidistantie ook niet voor alle lijnen geldt.

In den jongsten tijd heeft men berekend, niet alleen welke projectiemethode voor een bepaald gebied de beste is, maar tevens hoe groot het bedrag is der niet te vermijden fouten.

Omtrent de namen, waarmede de verschillende projectiën worden aangeduid, bestaat volstrekt geen overeenstemming, te minder daar de namen meestal veel later dan de projectiën zelf werden ingevoerd en sommige schrijvers ze noemen naar den ontdekker, andere naar den kartograaf, die ze het eerst toepaste, weer andere naar den persoon, die een dikwijls eeuwen lang bestaande, doch in vergetelheid geraakte methode op nieuw ter sprake en in toepassing bracht.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Om nu een beeld van den aardbol op een plat vlak te teekenen, kan men twee wegen inslaan, n. l. òf dat beeld rechtstreeks ontwerpen *op* het platte vlak, het zoogenaamde projectievlak, dat loodrecht moet staan op de verbindingslijn van het oog met het middelpunt van het af te beelden stuk der aardoppervlakte, òf men kan zich om den bol een cylinder- of kegelmantel beschreven denken en dezen later in het platte vlak ontwikkelen. Op grond van deze beide methoden kunnen alle projectiën in drie groepen samengevat worden: de *azimutale-*, de *cylinder-*, (*kegel-*) en de *conventioneele* projectiën, onder welke laatste men dezulke verstaat, die tot geen der beide voorafgaande groepen gerekend kunnen worden. De azimutale groep ontleent haar naam daaraan, dat elk punt op de kaart ten opzichte van den middelsten meridiaan hetzelfde azimut heeft als op den bol. Men projecteert bij deze groep altijd een bolsegment, waaraan het projectievlak in het middelpunt raakt. Dit segment kan zoodanig uitgebreid worden, dat het een halven bol omvat, ja bij enkele der hiertoe behoorende projectiën kan zelfs een nog grooter stuk afgebeeld worden.

De azimutale projectiën kunnen op haar beurt in twee groepen gesplitst worden: *perspectivische* en *niet perspectivische*. Bij de eerstgenoemde neemt men aan, dat van het in een bepaald punt gelegen oog, gezichtsstralen naar het te projecteeren beeld uitgaan en op hun weg het projectievlak snijden. Een verschil in het te ontwerpen beeld kan alleen teweeg gebracht worden door verschil in ligging van het oogpunt. Dit kan zich *buiten* den bol bevinden (de afstand is daarbij onverschillig), *op* den bol, of *in* den bol. Ligt het in het laatstgenoemde geval in het bolmiddelpunt, dan ontstaat de *gnomonische-* of *centraalprojectie*, die in de aardrijkskunde van weinig of geen belang is, wel daarentegen in de sterrekunde. Omgekeerd kan men ook veronderstellen, dat het oog zich op oneindigen afstand bevindt en de gezichtsstralen dus evenwijdig zijn, in welk geval men van de *parallelle-* of *orthographische projectie* spreekt, die eveneens voornamelijk in de sterrekunde toepassing vindt, doch ook wel gebruikt wordt om de geheele aarde af te beelden. Neemt men het oogpunt in het boloppervlak aan, dan ontstaat de *stereographische projectie*, waarbij doorgaans verondersteld wordt, dat het projectievlak door het middelpunt der aarde gaat. Daarenboven kan het oog nog een oneindig aantal andere plaatsen innemen, die ieder een andere projectie geven, bij elk waarvan bovendien de ligging der projectiepool aan den *evenaar*, de *pool* of op *willekeurige breedte* een rol speelt. Slechts enkele dezer projectiën vinden in de praktijk toepassing.

Van grooter beteekenis dan de azimutale projectiën zijn in de aardrijkskunde die der tweede groep. Hierbij heeft het projectievlak niet, zooals bij de vorige, slechts een enkel punt, maar een geheelen cirkel met den bol gemeen, n. l. dien langs welken de cylinder- of kegelmantel om den bol beschreven is. Eeuwen lang heeft men daarbij slechts aan zulke cylinders en kegels gedacht, welker as samenvalt met de omwentelingsas der aarde doch in veel later tijd is men er toe overgegaan, de as ook in den evenaar of tusschen evenaar en pool

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

te plaatsen. De cylinder (kegel) wordt daarbij in de meeste gevallen zoodanig om den bol beschreven, dat beiden de parallel, die door het midden der kaart gaat, gemeen hebben; somtijds ook laat men den cylinder (kegel) niet langs één cirkel den bol raken, maar hem in twee cirkels snijden, waartoe dan diegene gekozen worden, die even ver van de middenparallel der kaart verwijderd zijn.

Groot is nu weer het aantal verschillende projectiën dezer tweede groep, die ieder voor zich aan de een of andere bepaalde voorwaarde voldoen, zoodat b. v. de projectie centraal kan wezen, of beantwoorden kan aan den eisch der lengtegelijkheid. Vele dezer projectiën worden genoemd naar de hoofdvoorwaarde die zij vervullen, andere naar den een of anderen geleerde.

Wanneer de kegelmantel als een algemeen afbeeldingsvlak beschouwd wordt, waarvan het platte vlak en de cylindermantel grensgevallen zijn, dan bestaat tusschen het ontwerpen van een beeld van een gedeelte van den aardbol op het platte vlak of wel op een ontwikkelden kegel- of cylindermantel een nauwe samenhang. Men denke zich n. l. een kegel waarvan de as samenvalt met de aardas en die de aarde langs een willekeurige parallel (φ_0) raakt (fig. 2). Neemt φ_0 af, dan wordt de tophoek van den kegel kleiner, totdat hij bij $\varphi_0 = 0$, wanneer de kegelmantel in een cylindermantel is overgegaan, $= 0°$ wordt. Bij een maximum van $\varphi_0 = 90°$ gaat de kegelmantel over in een plat vlak.

Daar de ontwikkelde kegelmantel zich als een sector voordoet, snijden de kaartmeridianen, voorgesteld door rechte lijnen, elkaar onder andere hoeken dan de meridianen aan de pool op het aardoppervlak, de hoek λ tusschen twee meridianen op den bol komt overeen met een hoek $\lambda' = n\lambda$ in projectie, waarin n de constante van de projectie is en een waarde heeft tusschen 0 en 1.

Bij $\varphi_0 = 0$, loopen de meridianen in projectie evenwijdig

$$\lambda' = n\lambda = 0$$

$$\text{dus } n = 0;$$

is $\varphi_0 = 90°$, dan snijden de meridianen in projectie elkaar onder dezelfde hoeken als op het aardoppervlak

$$\lambda' = \lambda$$

$$\text{dus } n = 1.$$

Wanneer de as van den kegel of cylinder samenvalt met de aardas of het platte vlak de aarde in een pool raakt, dan heet de projectie normaal.

Daar bij de projectie op het platte vlak, alle meridianen hetzelfde azimut hebben als op het aardoppervlak, wordt deze laatste azimutaal genoemd. In het algemeen gelden thans de volgende definities.

Normale azimutale projecties zijn afbeeldingen van het aardoppervlak op het platte vlak, waarbij de meridianen zich voordoen als een stralenbundel en elkaar onder dezelfde hoeken snijden als op het aardoppervlak ($n = 1$), de parallelcirkels worden voorgesteld door (volle) concentrische cirkels, wier middelpunt het snijpunt der meridianen is.

Normale kegelprojecties zijn afbeeldingen van het aardoppervlak op het platte vlak, waarbij de meridianen zich als een stralenbundel voordoen, zoodanig dat twee

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

meridianen, die aan de aardpool een hoek λ vormen op de kaart een hoek $\lambda' = n\lambda$ insluiten, waarin n een constante echte breuk is; de parallelcirkels worden voorgesteld door concentrische cirkelbogen met het snijpunt der meridianen als middelpunt.

Normale cylinderprojecties zijn afbeeldingen van het aardoppervlak, waarbij de meridianen zich voordoen als rechte evenwijdige lijnen ($n = 0$), zoo ook de parallelcirkels, die de meridianen onder rechte hoeken snijden.

Om een gedeelte van de aardoppervlakte met de kleinst mogelijke afwijkingen af te beelden, zijn de normale projectiën niet altijd de meest geschikte en is het dikwijls beter een willekeurige aardmiddellijn als kegel- of cylinderas, dan wel een willekeurig raakpunt aan te nemen.

De snijpunten van de aardmiddellijn met de aardoppervlakte, dan wel het willekeurig raakpunt, worden *hoofdpunten*, de groote cirkels door deze punten gebracht, *hoofdcirkels* genoemd.

De kleine cirkels om het hoofdpunt als pool beschreven, heeten *horizontaalcirkels* en treden in de plaats van de parallelcirkels.

Naargelang de hoofdpunten op den equator of op een willekeurige parallel liggen, wordt de projectie *transversaal* of scheef genoemd.

Wat betreft de azimutale projecties zijn nog enkele bijzondere benamingen gangbaar. Daar bij de normale projectie het middelpunt een pool is, wordt zij door sommigen *polairprojectie* genoemd, door anderen weer *equatoriaalprojectie, omdat in den regel* de afbeelding van den equator de grenscirkel is. Analoog heet dan de *transversale projectie equatoriaal-* en *meridiaanprojectie*.

De scheeve projectie wordt ook wel als *horizontaalprojectie* aangeduid.

B. VERVORMINGEN.

Zooals reeds werd opgemerkt, worden bij het projecteeren van de aardoppervlakte of een deel daarvan op het platte vlak of den kegel- of cylindermantel steeds fouten gemaakt. Alvorens elk der projectiën afzonderlijk te behandelen, zal worden nagegaan aan welke afwijkingen de afbeelding onderhevig is.

Men denke zich om een willekeurig punt der aardoppervlakte een kleinen cirkel beschreven, waarvan de straal, b. v. één boogsecunde, als eenheid wordt beschouwd.

In projectie op een plat of ontwikkelbaar vlak zal die cirkel in het algemeen voorgesteld worden door een ellips, »ellips der vervorming" (1)

(1) Door HAMMER indikatrix genoemd. Deze benaming zou echter tot verwarring aanleiding kunnen geven, omdat het woord „indikatrix" algemeen in gebruik is genomen voor de behandeling van kromming van oppervlakken.

HAENTZCHEL spreekt den wensch uit, om het door HAMMER ingevoerde woord zoo spoedig mogelijk uit de kartographie te doen verdwijnen en stelt voor „verzerrungsellipse" dus ellips der vervorming.

TISSOT spreekt van „cene sorte d'indicatrice.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

genaamd, en waarvan de halve groote as door a, de halve kleine as door b voorgesteld wordt. Het verschil in grootte van deze assen met den straal $= 1$ geeft aan, welk bedrag de verandering in eenig punt der kaart bereikt.

Elk punt M van den cirkel op het aardoppervlak komt overeen met een punt van de ellips, waarvan de ligging bepaald kan worden. Hiertoe denke men zich de ellips zoodanig op den kleinen cirkel gelegd, dat de beide middelpunten elkaar bedekken en de assen van den ellips langs de middellijnen vallen die het meest veranderd zijn. Voor een punt waarvan de coördinaten x en y zijn, is de middelpuntsvergelijking van de ellips

$$a^2\, y^2 + b^2\, x^2 = a^2\, b^2$$

of door $a^2\, b^2$ gedeeld

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1 \quad (1).$$

De cirkel is een ellips met gelijke assen ($a = b$); zijn middelpuntsvergelijking

$$y^2 + x^2 = a^2$$

kan ook geschreven worden

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1 \quad (2).$$

Uit (1) en (2) volgt:

Beschrijft men met de halve groote as a der ellips een cirkel, dan verhouden zich bij gelijke abscissen x, de ordinaten y van den cirkel en de ellips zich als $a : b$.

Om het gemeenschappelijke middelpunt O (fig. 1) wordt nu met de halve groote as als straal een cirkel beschreven, M zij een punt van den kleinen als ellips geprojecteerden cirkel, waarvan het beeldpunt op de ellips gezocht moet worden. De straal OM wordt verlengd tot zij den tweeden cirkel in R snijdt, het snijpunt M′ van de loodlijn RS met de ellips is het beeldpunt van M en R.

$OS = x$ is zoowel voor M′ als R de abscis, en daar volgens het vorenstaande $SM' : SR = b : a$, is ook $SM' = SR\, \frac{b}{a}$.

De ligging van het punt M′ hangt dus van de verhouding der beide halve assen $\frac{b}{a}$ af: *des te minder a en b van de eenheid*, d. i. den straal van den kleinen cirkel op het aardoppervlak afwijken, des te meer nadert $\frac{b}{a}$ tot 1 en wordt de verschuiving dus kleiner.

Wanneer $a = b = 1$, dan valt M′ op M; bij $a = b \gtrless 1$ ligt M′ op OM of het verlengde hiervan. Hoe meer a en b onderling van 1 verschillen, des te grooter wordt de verschuiving van M′ en wanneer $b = 0$, dus ook $\frac{a}{b} = 0$ is, wordt de ellips der vervorming een rechte lijn.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Met de afbeelding van den kleinen cirkel op het aardoppervlak, als ellips op het platte vlak, gaat een hoekverandering gepaard. Elke scherpe hoek, waarvan een been met de hoofdrichting a samenvalt wordt in de ellips van vervorming kleiner.

$$\text{tang } u = \frac{RS}{OS} \text{ tang } u' = \frac{M'S}{OS}$$

$$\frac{\text{tang } u'}{\text{tang } u} = \frac{M'S}{RS} = \frac{b}{a}$$

$$\text{en tang } u' = \frac{b}{a} \text{ tang } u.$$

De hoekverandering hangt dus ook van de waarde $\frac{b}{a}$ af, wijl

$$\begin{aligned} \angle \text{ ROM}' &= u - u' \\ \angle \text{ ORM}' &= 90° - u \\ \angle \text{ R}'\text{OM}' &= u + u' \\ \text{en } \angle \text{ OR}'\text{M}' &= 90° - u \\ \text{RM}' : \text{OM}' &= \sin (u - u') : \sin (90° - u) \\ \text{R}'\text{M}' : \text{OM}' &= \sin (u + u') : \sin (90° - u) \\ \text{en R}'\text{M}' : \text{RM}' &= \sin (u + u') : \sin (u - u'). \end{aligned}$$

Daar

$$\begin{aligned} \text{R}'\text{M}' &= \text{R}'\text{S} + \text{SM}' \\ \text{RM}' &= \text{RS} - \text{SM}' \\ \text{en SM}' &= \text{RS} \frac{b}{a} \end{aligned}$$

$$\text{ook R}'\text{M}' = \text{R}'\text{S} + \text{SM}' = \text{RS} + \text{RS} \frac{b}{a}$$

$$\text{en RM}' = \text{RS} - \text{SM}' = \text{RS} - \text{RS} \frac{b}{a}$$

$$\text{bijgevolg } \frac{\text{RM}'}{\text{RM}} = \frac{\text{RS} + \text{RS} \frac{b}{a}}{\text{RS} - \text{RS} \frac{b}{a}} = \frac{\text{RS} \left(1 + \frac{b}{a}\right)}{\text{RS} \left(1 - \frac{b}{a}\right)}$$

$$\frac{\text{R}'\text{M}'}{\text{RM}'} = \frac{\sin (u + u')}{\sin (u - u')} = \frac{1 + \frac{b}{a}}{1 - \frac{b}{a}} = \frac{a + b}{a - b}$$

$$\text{en } \sin (u - u') = \frac{a - b}{a + b} \sin (u + u').$$

De uitdrukking $u - u' = \omega$ bereikt haar maximum, wanneer $u + u' = 90°$; alsdan is

$$\sin \omega = \frac{a - b}{a + b};$$

de grootste verandering die de hoek tusschen twee richtingen kan ondergaan, bedraagt alzoo $2\ \omega$.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Bij conforme projecties ondergaan de hoeken in de kleinste deelen geen verandering, alzoo

$$\sin \omega = 0$$

$$\text{of } a = b.$$

De lijn OM wordt in de projectie voorgesteld door OM′, die we aanduiden door r

$$\cos u = \frac{OS}{a}$$

$$\cos u' = \frac{OS}{r}$$

$$a \cos u = r \cos u' = OS \quad (1)$$

$$\sin u = \frac{RS}{a} = \frac{SM'}{a} \cdot \frac{a}{b} = \frac{SM'}{b}$$

$$\sin u' = \frac{SM'}{r}$$

$$b \sin u = r \sin u' = SM' \quad (2).$$

De vergelijkingen (1) en (2) in het quadraat verheffende en bij elkaar tellende, verkrijgt men:

$$a^2 \cos^2 u = r^2 \cos^2 u'$$

$$b^2 \sin^2 u = r^2 \sin^2 u'$$

$$a^2 \cos^2 u + b^2 \sin^2 u = r^2 (\cos^2 u' + \sin^2 u')$$

$$\text{of } r^2 = a^2 \cos^2 u + b^2 \sin^2 u$$

r heeft een maximum en minimum waarde in de richting van de halve assen van de ellips der vervorming. Deze assen dragen den naam van hoofdassen van vervorming. Worden op het oppervlak lijnen getrokken die loodrecht op elkander staan, dan zal bij een niet conforme projectie alleen dat stel lijnen loodrecht op elkander blijven, hetwelk zich langs die assen projecteert. In deze richtingen heeft men dus tevens de grootste en kleinste vergrooting.

Bij r = maximum, $u = 0$

dus $r^2 = a^2 \cos^2 u = a^2$

$$r = a.$$

Bij r = minimum

$$r^2 = b^2 \sin^2 u = b^2$$

$$r = b.$$

Daar de lijnen in projectie verandering in lengten ondergaan, zijn in het algemeen ook de oppervlakten aan verandering onderhevig. De oppervlakte van de ellips der vervorming is alleen gelijk aan den cirkel op het aardoppervlak wanneer

$$r^2 \pi = ab \pi$$

$$\text{dus } r^2 = ab$$

of waar r gelijk is aan de eenheid

$$ab = 1.$$

Alsdan wordt de grootste hoekverandering ω bepaald door

$$\text{tang } \frac{\omega}{2} = \frac{a - 1}{a + 1}.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.

HOOFDSTUK II.

AZIMUTALE (ZENITALE) PROJECTIES.

Aan het begrip azimutaliteit is nauw de zenitaliteit verwant, d. w. z. alle punten, die in het af te beelden gebied evenver van het hoofd- of middelpunt verwijderd zijn, zijn zulks ook op de kaart: zij liggen in beide gevallen op één (horizontaal) cirkel. Daaruit volgt:

dat alle punten in een om het kaartmiddelpunt beschreven cirkel gelijke afwijkingen vertoonen;

dat alle azimutale projecties zich slechts onderscheiden door den straal waarmede de horizontaalcirkels beschreven worden.

De straal van een horizontaalcirkel is afhankelijk van den sphérischen afstand van het hoofdpunt en wordt met ϑ aangeduid; bij normale projecties is $\vartheta = 90° - \varphi$, en de functie van ϑ is $f(\vartheta)$.

De constructie, resp. teekening is bij alle projecties gelijk en, evenals de berekening, zeer eenvoudig. Naarmate van het aantal op te nemen meridianen wordt de omtrek van een willekeurigen grooten cirkel verdeeld en de deelpunten met het middelpunt verbonden. Voor de op te nemen parallelcirkels wordt $\vartheta = 90° - \varphi$ genomen, $f(\vartheta)$ berekend en in verband met de schaal verkleind. Om het kaartmiddelpunt worden met de gevonden stralen cirkels getrokken, het net is voltooid en gegeven in poolcoördinaten λ, ϑ.

Bij niet normale projecties wordt het net uit de poolcoördinaten (α, ϑ) geconstrueerd. In dit net kunnen de snijpunten der meridianen en parallelcirkels, wier geographische coördinaten (λ, φ) bekend zijn, worden ingeteekend; de verbinding van deze punten levert het geographische net. Is de breedte van het hoofdpunt (φ_0) bepaald, dan moeten eerst de coördinaten λ, φ voor den horizon van dit punt in de coördinaten α, ϑ omgezet en ϑ volgens $f(\vartheta)$ bepaald worden.

In de transversale projectie ($\varphi_0 = 0$) worden equator en middenmeridiaan als elkaar rechthoekig snijdende lijnen afgebeeld, in de scheeve projectie is alleen de middenmeridiaan een rechte lijn; het hoofdpunt is in beide gevallen coördinatenoorsprong.

Bij de transversale projectie is de middenmeridiaan y as, de equator x as; bij de scheeve projectie, waar de middenmeridiaan eveneens y as is, wordt de x as voorgesteld door den hoofdcirkel, die den middenmeridiaan rechthoekig in het hoofdpunt snijdt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Wanneer in fig. 3 NZ de meridiaan van het hoofdpunt O, O het nulpunt, α het azimut van P, $OP = f(\delta)$ in lengtemaat uitgedrukt is, dan is

$$x = OC = DP = OP \sin \alpha = f(\delta) \sin \alpha$$
$$y = OD = CP = OP \cos \alpha = f(\delta) \cos \alpha.$$

Wat betreft de veranderingen is reeds opgemerkt, dat de horizontaalcirkels (normaal: pârallelcirkels) lijnen van gelijke veranderingen zijn (*equideformaten*). de eene as van de ellips der vervorming ligt in het betrokkelijke punt in de richting van de raaklijn, *tangentiale richting*, de andere is de richting van den door het punt getrokken hoofdcirkel (normaal: meridiaan) alzoo in *radiale richting*. De hoek tusschen (normale projecties) meridiaan en parallel op het oppervlak 90° zijnde, blijft blijkens constructie in projectie ook 90° en dus liggen de hoofdassen van vervorming langs parallel en meridiaan.

a. De equidistante azimutale projectie (1).

Moet een kaart zoodanig in de azimutale projectie geteekend worden, dat alle van uit het kaartmiddenpunt of hoofdpunt gemeten afstanden even groot zijn als op het aardoppervlak ($r = 1$), dan wil dat zeggen dat alle horizontaalcirkels evenver van het hoofdpunt op de kaart verwijderd zijn, als de horizontaalcirkels van het hoofdpunt op aarde, afgezien natuurlijk van de schaal.

Zij in fig. 4 AMQ de helft van een grooten cirkel, CM de door M, het hoofdpunt, getrokken straal en AQ loodrecht daarop; het projectievlak raakt den bol in M. B is een punt van een horizontaalcirkel, met een zenitsafstand = boog MB = boog δ, Wordt op het vlak ZE om M een cirkel beschreven met een straal MB′ boog δ, dan is dat de afbeelding van den horizontaalcirkel δ

$$MB' = MB = \frac{2 \pi \delta}{360°}.$$

Voor een willekeurige straal m is

$$m = f(\delta) = \text{boog } \delta.$$

Ingevolge bepaling en constructie bezit de projectie drie eigenschappen, zij is azimutal, zenital en equidistant (2). De horizontaalcirkels zijn lijnen van gelijke 2ω, de grootte van 2ω is afhankelijk van de plaats vindende lengteverandering. Hoofd- en horizontaalcirkels (Duitsch: Hauptrichtungen) snijden elkaar zoowel op aardoppervlak als in projectie onder rechte hoeken, alzoo vallen de hoofdassen hierlangs. De grootte van de as in de richting van den hoofdcirkel = 1, de halve groote as ligt in tangentiale richting, want horizontaalcirkel op aardoppervlak en in projectie zijn niet gelijk, de laatste is grooter

$$MB' = m = \text{boog } \delta$$

$$DB = \sin \delta, \text{ de (zijden) vergrooting is } \frac{\text{boog } \delta}{\sin \delta}.$$

(1) De polaire projectie is het eerst door MERCATOR gebezigd, de scheefassige werd ontworpen door POSTEL.

(2) De equidistantie of lengtegelijkheid kan alleen bestaan ten opzichte der afstanden van het middelpunt der kaart uit en draagt dan ook in het Duitsch den naam van *mittabstandstreu*.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De lengtewijziging in het kaartmiddelpunt = 0, neemt toe met den zenitsafstand, bij $\vartheta = 30°$ is de vergrooting = 1.047 : 1 en dus de verandering bijna 5%.

De verhouding $\frac{1.047}{1}$ heet (zijden) vergrooting voor het betrekkelijk punt in de richting a, voor de richting b is de (zijden) vergrooting dus = 1.

Door de ellips der vervorming is ook de vergrooting in oppervlak bepaald, $b = 1$, dus $S = a$; voor een zenitsafstand = 30° is zij 1.047. (Uit de formules $I = ab\,\pi$ en $I = r^2\,\pi$ volgt, dat de oppervlakken van ellips en cirkel zich verhouden als $ab : r^2$; de verhouding $\frac{ab}{r^2}$ wordt oppervlakvergrooting genoemd).

Worden in de formule $\sin \omega = \frac{a - b}{a + b}$ de bekende waarden voor a en b ingevoerd, dat is b. v. voor $\vartheta = 50°$: 1.047 en 1, dan is ook de hoekverandering bekend

$$\sin \omega = \frac{0.047}{2.047} = 0.02296$$

en maximum = $2\,\omega = 2°58'$.

ϑ	$2\,\omega$	a	b	$S = ab$	ϑ	$2\,\omega$	a	b	$S = ab$
0°	0° 0'	1.000	1.000	1.000	50°	7° 27'	1.139	1.000	1.139
5°	0 4	1.001	1.000	1.001	55°	9 5	1.172	1.000	1.172
10°	0 17	1.005	1.000	1.005	60°	10 52	1.209	1.000	1.209
15°	0 38	1.012	1.000	1.012	65°	12 50	1.252	1.000	1.252
20°	1 10	1.021	1.000	1.021	70°	15 0	1.300	1.000	1.300
25°	1 50	1.032	1.000	1.032	75°	17 21	1.355	1.000	1.355
30°	2 38	1.047	1.000	1.047	80°	19 54	1.418	1.000	1.418
35°	3 37	1.065	1.000	1.065	85°	22 40	1.489	1.000	1.489
40°	4 44	1.086	1.000	1.086	90°	25 39	1.571	1.000	1.571
45°	6 1	1.111	1.000	1.111					

b. Van meer belang als de hiervoren beschouwde is de *equivalente azimutale projectie* (van LAMBERT).

Om het bolsegment fig. 5 equivalent af te beelden dient $m = MB'$ zoo gekozen te worden dat

$$m^2\,\pi = 2\,rh\,\pi \quad (h = MD).$$

Daar $r = 1$, $m^2 = 2\,h$, is dus m de middenevenredige tusschen h en de middellijn van den bol.

In de gelijkvormige rechthoekige driehoeken MBO en MDB is:

$$\frac{MO}{MB} = \frac{MB}{MD} \text{ of } MB^2 = MO \times MD,$$

dus $m^2 = MB^2 = 2\,rh = MO \times MD$.

Een cirkel beschreven met een straal gelijk aan de koorde van den

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

spherischen straal van het af te beelden bolsegment heeft dus gelijke oppervlakte als dat segment.

Dat de equivalentie in alle deelen bestaat, moge blijken uit het volgende:

Wanneer δ de spherische straal is van een tweeden horizontaalcirkel en wel $\delta' > \delta$, dan is $MF = m$, de straal van dien cirkel in de projectie. De op den bol tusschen de cirkels δ en δ' gelegen oppervlakte is het verschil der beide segmentoppervlakten. Is $MD = h$ en $MG = h'$ dan is het verschil in oppervlakte

$$F_d = 2\,r\,\pi\,h' - 2\,r\,\pi\,h = 2\,r\,\pi\,(h' - h) = 2\,r\,\pi\,h_z.$$

$MH^2 = m^2 = MO.\,MD$ en $MF^2 = m_1^2 = MO.\,MG$ dus $m_1^2 - m^2 = MO\,(MG - MD) = 2r\,(h' - h) = 2\,r\,h_z$, en derhalve oppervlakte van de zône in projectie ook $= 2\,\pi\,r\,h_z$.

Trekt men op den bol en op de kaart door M twee hoofdcirkels die elkaar onder gelijke hoeken snijden, dan snijden die van zône en ring kleine vierhoeken af, die aan elkaar gelijk zijn.

Door de hoogte van de zône en den hoek tusschen de hoofdcirkels willekeurig klein te nemen, worden ook de vierhoeken willekeurig klein, en daar elke figuur uit zulke kleine deelen samengesteld gedacht kan worden, is de kaart in alle deelen en dus in haar geheel equivalent.

De waarde voor $MB = m$ is op tweeërlei manier in een functie van δ uit te drukken.

1. Men deelt MB middendoor en verbindt het deelpunt L met C

$$\sin\frac{\delta}{2} = \frac{ML}{MC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{r}.$$

2. Voor de waarde van m in een functie van δ vinden we in driehoek MBO, $m = f(\delta) = 2\,\sin\frac{\delta}{2}$.

De projectie is azimutal, zenital en equivalent.

Daar alle punten met gelijken zenitsafstand op dezelfde horizontaalcirkels liggen, zijn die cirkels lijnen van gelijke $2\,\omega$ of equideformaten.

Wijl verder met toenemende zenitsafstanden de lengten der bogen meer toenemen dan die der koorden en de omtrekken der cirkels in projectie grooter zijn dan die in de werkelijkheid, heeft op de kaart een verkorting in radiale, en verlenging in tangentiale richting plaats. Hoofd- en horizontaalcirkels snijden elkaar ook op de kaart rechthoekig, in hunne richtingen liggen resp. de halve kleine en groote as van de ellips der vervorming

$$MB : DB = 2\,\sin\frac{\delta}{2} : \sin\delta$$

of daar

$$\sin\delta = 2\,\sin\frac{\delta}{2}\,\cos\frac{\delta}{2}$$

$$\frac{MB}{DB} = \frac{1}{\cos\frac{\delta}{2}} = \sec\frac{\delta}{2}.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Daar sec $\frac{\vartheta}{2}$ steeds grooter is dan 1, $a = \sec\frac{\vartheta}{2}$.

Omdat de projectie equivalent is heeft men

$$S = ab = 1$$

dus $b = \frac{1}{a} = \cos\frac{\vartheta}{2}$

en daar $\tan\frac{\omega}{2} = \frac{a-1}{a+1}$ (zie Bladz. 10)

$$\tan\frac{\omega}{2} = \tan^2\frac{\vartheta}{4}.$$

ϑ	2ω	a	b	$S=ab$	ϑ	2ω	a	b	$S=ab$
0°	0° 0′	1.000	1.000	1.000	50°	11° 15′	1.103	0.906	1.000
5°	0 7	1.001	0.999	1.000	55°	13 42	1.127	0.887	1.000
10°	0 26	1.004	0.996	1.000	60°	16 26	1.155	0.866	1.000
15°	0 59	1.009	0.991	1.000	65°	19 25	1.186	0.843	1.000
20°	1 45	1.015	0.985	1.000	70°	22 43	1.221	0.819	1.000
25°	2 45	1.024	0.976	1.000	75°	26 17	1.260	0.793	1.000
30°	3 58	1.035	0.966	1.000	80°	30 11	1.305	0.766	1.000
35°	5 26	1.049	0.954	1.000	85°	34 24	1.356	0.737	1.000
40°	7 7	1.064	0.940	1.000	90°	38 57	1.414	0.707	1.000
45°	9 4	1.082	0.924	1.000					

c. De conforme azimutale projectie. (van HIPPARCHUS)

Zooals reeds werd opgemerkt is de conformiteit der kaart een eigenschap van beperkte beteekenis, zij geldt slechts voor de kleinste deelen, niet voor de kaart als geheel.

Op een conforme kaart wordt de indikatrix als een ellips met even groote assen, dus als cirkel afgebeeld, $a = b$, $S = a^2$ of b^2. In een willekeurig punt B, waarvan de zenitsafstand op den bol gelijk ϑ is, zullen de afwijkingen in alle richtingen even groot moeten zijn, een zijdevergrooting a, heeft steeds een oppervlakte vergrooting a^2 tengevolge.

De straal MB′ $= m$ voor een punt B (fig. 6) moet zoo gekozen worden, dat de omtrek van de met haar beschreven horizontaalcirkel der kaart zich verhoudt tot den omtrek van den overeenkomenden horizontaalcirkel op den bol, als de oppervlakte van den cirkel op de kaart tot de oppervlakte van het bolsegment.

$$DB = \sin\vartheta.$$

De straal m van den cirkel die even groot is als het af te beelden bolsegment is (zie bladz. 15)

$$MB = 2r\sin\frac{\vartheta}{2}.$$

De oppervlakken van twee cirkels verhouden zich als de vierkanten van hunne stralen, dus:

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$m : \sin \vartheta = m^2 : 4 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

$$m \sin \vartheta = 4 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

$$m = \frac{4 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{2 \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2}} = 2 \tan \frac{\vartheta}{2}.$$

Dat $2 \tan \frac{\vartheta}{2} = MB'$ is gemakkelijk uit de figuur na te gaan.

Voor de eerste hoofdas heeft men a

$$= \frac{\text{straal cirkel in projectie}}{\text{straal cirkel op den bol}} = \frac{MB'}{DB} = \frac{2 \tan \frac{\vartheta}{2}}{\sin \vartheta} = \sec^2 \frac{\vartheta}{2},$$

dezelfde verhouding geldt voor de omtrekken der cirkels.

De bepaling van de tweede as volgt uit de verhouding van oppervlak in projectie tot dat op den bol, dus van de vierkanten der stralen

$$\frac{MB'^2}{MB^2} = \frac{\tan^2 \frac{\vartheta}{2}}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} = \sec^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

De beide hoofdrichtingen resp. assen zijn dus aan elkaar gelijk

$$a = b = \sec^2 \frac{\vartheta}{2}$$

de oppervlakte verandering

$$S = ab = \sec^4 \frac{\vartheta}{2}.$$

Daar de secans van een hoek altijd grooter is dan 1, neemt de vergrooting der oppervlakte toe met het grooter worden der zenitsafstanden.

De horizontaalcirkels zijn ook hier equideformaten, maar moeten lijnen van gelijke a of b genoemd worden.

ϑ	2ω	$a = b$	S	ϑ	2ω	$a = b$	S
0°	0° 0′	1.000	1.000	50°	0° 0′	1.217	1.482
5°	0 0	1.002	1.004	55°	0 0	1.271	1.615
10°	0 0	1.008	1.015	60°	0 0	1.333	1.778
15°	0 0	1.017	1.035	65°	0 0	1.406	1.976
20°	0 0	1.031	1.063	70°	0 0	1.490	2.221
25°	0 0	1.049	1.101	75°	0 0	1.589	2.524
30°	0 0	1.072	1.149	80°	0 0	1.704	2.904
35°	0 0	1.099	1.209	85°	0 0	1.840	3.384
40°	0 0	1.132	1.282	90°	0 0	2.000	4.000
45°	0 0	1.172	1.373				

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De conforme azimutale projectie wordt zeer veel *stereographische* projectie genoemd; oorspronkelijk alleen in de astronomie toegepast, werd zij later ook voor geographische doeleinden gebruikt, doch raakte in den nieuweren tijd weer in onbruik, daar uit een geographisch oogpunt de conformiteit van niet zooveel gewicht is dat de aanmerkelijke oppervlak-vergrooting in den koop mag worden medegenomen.

Voor de overbrenging van een driehoeksnet op een plat vlak blijft echter de stereographische projectie hare waarde behouden; in Nederland wordt zij als zoodanig gebruikt voor de hoekpunten der driehoeksmeting uitgevoerd door de Rijkscommissie voor de Graadmeting en Waterpassing (1). Voor verdere bijzonderheden wordt o. m. verwezen naar het „Leerboek der Lagere Geodesie" door M. DE Vos en de 1e en 2e aflevering van het tijdschrift voor Kadaster en Landmeetkunde Jaargang XXIV.

Hiervoren zijn 5 azimutale projecties zoodanig behandeld dat in volgorde een bepaalde eigenschap voor de kaart gesteld werd en daarna de betrekkelijke straalformule vastgesteld.

Eigenschappen van andere azimutale projecties laten zich niet zoo bepaald omschrijven, zij worden eerst afgeleid nadat de straalformule is bepaald.

De reeds behandelde straalformules luiden:

$$f(\delta) = \text{boog } \delta \text{ voor de equidistante}$$

$$f(\delta) = 2 \sin \frac{\delta}{2} \text{ voor de equivalente}$$

$$f(\delta) = 2 \operatorname{tang} \frac{\delta}{2} \text{ voor de conforme.}$$

Het ligt voor de hand andere functies voor δ als sin δ, tang δ enz. in te voeren.

d. Straalformule $f(\delta) = \sin \delta$. Orthographische projectie (2).

M is het middelpunt van het af te beelden gedeelte van het boloppervlak, ZE raakvlak in M is het projectievlak, fig. 7.

De straal DB van den horizontaalcirkel door B is, steeds de straal van den bol als eenheid aannemende, sin δ. Gelet op de bovenaangegeven straalformule zijn dus de stralen van de horizontaalcirkels op den bol en in projectie gelijk. De kaart is derhalve in de richting van de horizontaalcirkels of der daaraan getrokken raaklijnen equidistant en een der halve assen van de ellips der vervorming = 1. Zooals uit de figuur blijkt, ondergaat de kaart in de richting der hoofdcirkels een verkorting (boog MB wordt voorgesteld door de lijn MB'), de halve as b van de ellips der vervorming valt dus samen met den hoofdcirkel.

(1) Er moet echter onderscheid gemaakt worden tusschen het gebruik eener projectie voor terreinafbeelding en als hulpmiddel voor triangulatieberekeningen. In het eerste geval zal bijzonder te letten zijn op vervormingen, in het tweede op een gemakkelijke bruikbaarheid der formules.

(2) Wordt zoowel toegeschreven aan APOLLONIUS (240 v. Chr.) als aan HIPPARCHUS (180 v. Chr.)

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Zoowel uit fig. 7 als fig. 8 is te zien dat ieder vlak evenwijdig aan ZE, als projectievlak gebruikt kan worden.

In projectie is de straal van een willekeurigen horizontaalcirkel niets anders dan de projectie van den betrekkelijken bolstraal. Tevens is duidelijk dat de projectie met het toenemen van den zenitsafstand meer en meer van den af te beelden boog in lengte verschilt.

L zij een tweede punt dat met B op den zelfden hoofdcirkel MQ ligt, ϑ' zijn zenitsafstand, doch zoo weinig van ϑ verschillende, dat de boog LB als een rechte lijn beschouwd mag worden. LB = boog ϑ — boog ϑ' wordt geprojecteerd als GB = sin ϑ — sin ϑ'.

Wordt LB als een rechte lijn beschouwd, dan is $\angle$ LBG = ϑ en GB = LB cos ϑ, d. i. het zeer kleine stuk LB wordt geprojecteerd als GB, waarbij het in verhouding van cos ϑ verkort wordt, dus de halve kleine as b = cos ϑ. S = ab wordt S = 1 cos ϑ = cos ϑ, waaruit volgt dat het oppervlak bij toenemenden zenitsafstand afneemt, bij 90° = 0 wordt, en in de onmiddellijke nabijheid van dezen horizontaalcirkel gaat een vlak in een lijn over.

De maximum hoekverandering blijkt uit

$$\sin \omega = \frac{a - b}{a + b} = \frac{1 - \cos \vartheta}{1 + \cos \vartheta} = \frac{2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}} = \operatorname{tang}^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

ϑ	2ω	a	b	S = ab	ϑ	2ω	a	b	S = ab
0°	0° 0′	1.000	1.000	1.000	60°	38° 57′	1.000	0.500	0.500
15°	1 59	1.000	0.966	0.966	75°	72 9	1.000	0.259	0.259
30°	8 14	1.000	0.866	0.866	90°	180 0	1.000	0.000	0.000
45°	19 45	1.000	0.707	0.707					

Toont bovenstaande tafel duidelijk aan dat de behandelde projectie voor landkaarten in engeren zin van weinig beteekenis is, toch is zij van veel gewicht.

Wanneer men zich de stippellijnen in fig. 8, die de projecteerende stralen van de stralen 1—1, 2—2 ..... 9—9 op het projectievlak zijn, oneindig verlengd voorstelt, doet zich de projectie voor als een perspectivische, waarvan het oogpunt op oneindigen afstand ligt, zoodat de gezichtsstralen als evenwijdig beschouwd kunnen worden. De perspectivische projectie levert een beeld van een voorwerp, zooals men dat op een zeer grooten afstand ziet en eigent zich bijzonder voor het ontwerpen van maankaarten.

c. Straalformule $f(\vartheta)$ = tang ϑ. Gnomonische projectie.

Uit fig. 9 blijkt, dat om den horizontaalcirkel door B in projectie zoodanig voor te stellen dat

$$m = \text{tang } \vartheta$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

de lijn CB slechts verlengd behoeft te worden tot zij het raakvlak $Z\bar{E}$ in B′ snijdt.

De projectie is ook perspectivisch, het oogpunt bevindt zich in het bolmiddelpunt, van daar dat men van *centrale* of *gnomonische* projectie spreekt.

Reeds op geringen afstand van het raakpunt wordt bij het toepassen van deze projectie de kaart beduidend vergroot.

$$\frac{\text{Omtrek cirkel in projectie}}{\text{Omtrek cirkel op het beloppervlak}} = \frac{MB'}{DB} = \frac{\text{tang } \vartheta}{\sin \vartheta} = \frac{1}{\cos \vartheta} = \sec \vartheta.$$

In de richting van den horizontaalcirkel bestaat dus een vergrooting sec ϑ.

Om de lengteverandering in de richting van den hoofdcirkel te bepalen, denke men van M uit op den hoofdcirkel MQ een kleine boog s afgezet, die zoo klein is dat zij ook op den bol als een rechte lijn beschouwd kan worden. Wordt deze boog in projectie bijna onveranderd voorgesteld, een boog s van uit B uitgezet wordt beduidend vergroot.

Zij B′F $= s'$ loodrecht op CB′, dan is

$$B'F : BL = CB' : CB$$

of daar

$$CB = r = 1 \text{ en}$$

$$CB' = \frac{r}{\cos \vartheta} = \frac{1}{\cos \vartheta}$$

$$s''' : s = \frac{1}{\cos \vartheta} : 1.$$

Verder is

$$s''' = s'' \cos \vartheta, \text{ dus ook}$$

$$s'' \cos \vartheta : s = \frac{1}{\cos \vartheta} : 1$$

of

$$s'' = \frac{s}{\cos^2 \vartheta}.$$

Daar $\frac{1}{\cos \vartheta} = \sec \vartheta > 1$, zoo is $\frac{1}{\cos^2 \vartheta} = \sec^2 \vartheta > \sec \vartheta$ en ligt de halve groote as a in de richting van den hoofd-, de halve kleine as b in de richting van den horizontaalcirkel. De vergrooting in oppervlak $S = ab \sec^3 \vartheta$. terwijl de grootste hoekverandering wordt gevonden uit

$$\sin \omega = \frac{a - b}{a + b}$$

$$\sin \omega = \frac{\frac{1}{\cos^2 \vartheta} - \frac{1}{\cos \vartheta}}{\frac{1}{\cos^2 \vartheta} + \frac{1}{\cos \vartheta}} = \frac{1 - \cos \vartheta}{1 + \cos \vartheta} = \frac{2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}} = \text{tang}^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

ϑ	2ω	a	b	$S = ab$	ϑ	2ω	a	b	$S = ab$
0°	0° 0′	1.000	1.000	1.000	60°	38° 57′	4.000	2.000	8.000
15°	1 59	1.072	1.035	1.110	75°	72 9	14.93	3.864	57.68
30°	8 14	1.333	1.155	1.540	90°	180 0	∞	∞	∞
45°	19 45	2.000	1.414	2.828					

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Zoals bovenstaande tafel leert, kan de centrale (gnomonische) projectie slechts voor een beperkt oppervlak toepassing vinden, voor landkaarten is zij van geen beteekenis, voor zeekaarten wordt zij voor het voorstellen van de orthodroom van meer gewicht.

f. De gemiddelde azimutale projectie van BREUSING.

Om de hoekverandering bij de equivalente $\left(f(\vartheta) = 2 \sin \frac{\vartheta}{2}\right)$ ter eener en de vlakteverandering bij de conforme porjectie $\left(f(\vartheta) = 2 \operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}\right)$ ter anderer zijde te beperken, heeft BREUSING een projectie verzonnen, waarvan de straalformule gelijk is aan het geometrisch gemiddelde van de bovenvermelde straalformules

$$f(\vartheta) = 2 \sqrt{\operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}} \sin \frac{\vartheta}{2} = 2 \sqrt{\frac{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{\cos \frac{\vartheta}{2}}} = \frac{2 \sin \frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{\cos \frac{\vartheta}{2}}}.$$

Door toepassing van de straalformule kan met gebruikmaking van de spherische of azimutale coördinaten (a, ϑ) het graadnet evenals bij andere azimutale projecties door berekening vastgesteld worden; de straal is — althans zeer zeker bij de normale projectie — geometrisch te construeeren.

In fig. 10 is, wanneer de zenitsafstand van B ϑ bedraagt, $MB = 2 \sin \frac{\vartheta}{2}$, $MB' = 2 \operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}$. Wordt MB' middendoor gedeeld en met MD = DB' in D een halve cirkel beschreven, verder MF = MB gemaakt en in F een loodlijn opgericht die den halven cirkel in G snijdt, dan is

$$MG^2 = MB'.\ MF = MB'.\ MB = 4 \operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}.\ \sin \frac{\vartheta}{2}, \text{ dus}$$

$$MG = 2 \sqrt{\operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}} \sin \frac{\vartheta}{2}.$$

Wanneer m de straal is van de projectie van den horizontaalcirkel door B, dan is

$$\frac{\text{omtrek cirkel in projectie}}{\text{omtrek horizontaalcirkel}} = \frac{2 \sin \frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{\cos \frac{\vartheta}{2}}} : \sin \vartheta =$$

$$\frac{2 \sin \frac{\vartheta}{2}}{2 \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \sqrt{\cos \frac{\vartheta}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \frac{\vartheta}{2}}} = a.$$

De halve groote as a van de ellips der vervorming ligt in de richting van den horizontaalcirkel, de halve kleine as b in die van den hoofdcirkel.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$b = \frac{1 + \cos^2 \frac{\delta}{2}}{2 \sqrt{\cos^3 \frac{\delta}{2}}}, \text{ dus } S = ab = \frac{1 + \cos^2 \frac{\delta}{2}}{2 \cos^3 \frac{\delta}{2}}$$

$$\text{en } \sin \omega = \frac{\sin^2 \frac{\delta}{2}}{4 - \sin^2 \frac{\delta}{2}}.$$

δ	2ω	a	b	$S = ab$	δ	2ω	a	b	$S = ab$
0°	0° 0′	1.000	1.000	1.000	60°	7° 39′	1.241	1.086	1.347
15°	0 29	1.013	1.004	1.017	75°	11 43	1.415	1.153	1.632
30°	1 57	1.053	1.018	1.072	90°	16 26	1.682	1.261	2.121
45°	4 21	1.126	1.044	1.175					

Volgens de tafel houdt de laatst behandelde projectie werkelijk het midden tusschen de equivalente en conforme azimutale projectie, haar waarde is echter minder dan die der equidistante projectie, die wel is waar grootere hoekveranderingen oplevert, doch op gunstiger lengte en daarmede ook oppervlakteveranderingen bogen kan.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

HOOFDSTUK III.

DE KEGELPROJECTIES.

Moet zooals dit het meeste voorkomt, de afbeelding op een raakkegel uitgevoerd worden, dan is die kegel door het vaststellen van den raakcirkel volkomen bepaald.

Wanneer in de perspectivische teekening (*fig.* 11) van een deel van den bol, de ellips KkKk den cirkel voorstelt, aan welke de kegelmantel moet raken, (in het af te beelden gebied behoeft slechts een deel van dien cirkel te liggen) dan trekt men de bolmiddellijn Cc door het middelpunt van dien cirkel, verbindt een punt K van den cirkelomtrek met C en trekt dan in het door CK en Cc bepaalde vlak de lijn TKS loodrecht op KC. Deze loodlijn is dan raaklijn aan den bol en haar snijpunt S met Cc is de top van den kegel, die ontstaat wanneer men KS als beschrijvende lijn om het punt S langs den cirkel KkKk beweegt.

Bij de toepassing zal men natuurlijk geen willekeurigen cirkel van het in kaart te brengen gebied kiezen, om daarlangs een raakkegel te beschrijven, maar bijna zonder uitzondering een horizontaalcirkel (parallelcirkel) nemen en wel liefst de parallel in het midden van het gebied.

De kegel kan ten opzichte van den aardbol drie verschillende standen innemen:

1. de *normale*, aard- en kegelas vallen *samen*, de kegel raakt een of snijdt twee parallelcirkels, alle parallelcirkels worden concentrische cirkelbogen, de meridiaancirkels rechte lijnen;

2. de *transversale*, de kegelas valt met een middellijn van den equator samen;

3. de *scheeve*, de kegelas valt met een willekeurige aardmiddellijn samen.

In het tweede en derde geval, ook niet normaal genoemd, raakt (snijdt) de kegel den aardbol in horizontaalcirkels, die als concentrische cirkelbogen afgebeeld worden; de hoofdcirkels (*loodrecht*) op die horizontaalcirkels, projecteeren zich als rechte lijnen.

Wordt de kegelmantel langs een beschrijvende lijn opengesneden en uitgebreid, dan verkrijgt men een sector P′B′B, wiens straal onafhankelijk is van *den poolsafstand van den raakcirkel*; dus bij *normale* projectie ook van de breedte van dien cirkel.

Zij in fig. 12 een meridiaandoorsnede van den bol, CPP′ de as van een

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

normalen kegel en CP dus de halve aardas. De kegel raakt in B, waarvan de breedte φ_0, de poolsafstand $\vartheta = 90 - \varphi_0$ bedraagt. BP′ wordt het beeld van den meridiaan door B.

Wanneer door CP′ en B een vlak gebracht wordt, snijdt dit den kegelmantel volgens de beschrijvende lijn BP′. Deze, die raaklijn in β aan den bol is, wordt ook middellijn van de kaartparallel door B en P′ de pool op de kaart.

Nu is $\angle\ BP'C = \angle\ BCA = \varphi_0$

dus

$$\text{tang}\ \varphi_0 = \frac{BC}{BP'} = \frac{r}{BP'}$$

daarom $$BP' = \frac{r}{\text{tang}\ \varphi}$$

en bij $r = 1$

$$BP' = \text{cotg.}\ \varphi_0 = \text{tang}\ \vartheta_0.$$

Daar de kegel den bol langs de parallel van B raakt, is de boog B′BB′ (fig. 15) gelijk aan de lengte van de parallel. Om den sector met dezen boog te kunnen teekenen, moet men de grootte van den hoek B′PB′ weten. De straal van de bolparallel is $BD = \sin \vartheta_0$, die van de kaartparallel $BP' = \text{tang}\ \vartheta_0$.

Daarom komt de sectorboog B′BB′ overeen met een hoek van $360\ \frac{\sin \vartheta_0}{\text{tang}\ \vartheta_0}$ $= 360 \cos \vartheta_0$, d. w. z. $\cos \vartheta_0 = n$ is in dit geval, waar de raakparallel volgens haar ware lengte afgebeeld wordt, de constante der projectie.

De waarde van de constante kan willekeurig gekozen worden, 0 en 1 zijn de grenswaarden, bij 0 gaat het kegeloppervlak over in een cylinder, bij $n = 1$ in een plat vlak. (Zie ook bladzijde 9).

De grootte der middellijn van de parallelcirkels kan uitgedrukt worden in een functie van ϑ of φ

$$m = f\ (\vartheta)$$
$$m = f\ (\varphi).$$

Met bovenstaande gegevens is het mogelijk het graadnet direct te construeeren, doch wegens de groote cirkelbogen zal men dikwijls op moeielijkheden stuiten; daarom heeft men een anderen weg ingeslagen, die wel is waar meerdere rekenarbeid vereischt, doch dan ook op grooter nauwkeurigheid kan hogen; we maken gebruik van de methode der rechthoekige coördinaten.

Zij $P'B_0$ de middenmeridiaan op de kaart (fig. 14) die ordinaat-as wordt, B_0 zijn snijpunt met de middenparallel; door B_0 wordt de as der abscissen getrokken.

Zij verder A een willekeurig punt op de parallel, waarvan de middellijn $P'B_0 = m_0$ is.

P′A is de projectie van een tweeden meridiaan, die met den middenmeridiaan op de kaart den bekenden hoek $\lambda' = n\ \lambda$ insluit.

Daar B_0A een cirkelboog is, $P'A = P'B_0 = m_0$.

In den rechthoekigen driehoek AFP′ is

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$AF = x = P'A \sin \lambda' = m_o \sin \lambda', \text{ en daar } B_oC = AF \text{ ook}$$
$$B_oC = x = m_o \sin \lambda'. \quad (1)$$

Verder is

$$y = CA = B_oF = PB_o - PF = m_o - PF$$
$$PF = P'A \cos \lambda' = m_o \cos \lambda'$$

bijgevolg

$$y = m_o - m_o \cos \lambda = m_o (1 - \cos \lambda') \quad (2)$$

of wijl

$$1 - \cos \lambda' = 2 \sin^2 \frac{\lambda'}{2}$$

$$y = 2\, m_o \sin^2 \frac{\lambda'}{2}. \quad (2a)$$

Wil men voor de andere parallelcirkels B_o als oorsprong behouden, dan gaan, wanneer $B_oB = \beta$ de afstand van een parallel B met de middellijn P'B tot de middenparallel voorstelt, of $P'B_o - PB = m_o - m = \beta$ de formules (1) (2) resp. (2a) over in

$$x' = (m_o - \beta) \sin \lambda'$$
$$y' = 2\,(m_o - \beta) \sin^2 \frac{\lambda}{2} + \beta$$

of in

$$x' = (m_o + \beta) \sin \lambda'$$
$$y' = 2\,(m_o + \beta) \sin^2 \frac{\lambda}{2} - \beta$$

naarmate de parallel tusschen middenparallel en pool of tusschen middenparallel en equator ligt.

Daar meridianen en parallellen zoowel op den bol als in projectie loodrecht op elkaar staan, vallen de hoofdassen van vervorming in eenig punt hierlangs.

A. EQUIDISTANTE KEGELPROJECTIES.

1. Willen we de parallelcirkels onderling juist weergeven, dus, dat er ten opzichte van de meridiaancirkels aan den eisch lengtegelijkheid voldaan wordt, dan moet

$$f(\vartheta) = \text{boog } \vartheta.$$

In figuur 15 is de straal m_o van de op de kaart te trekken middellijn $= P'B = \text{tang } \tfrac{\varphi_o}{2}$, (straal bol $= 1$).

Nemen we aan, dat een deel van het zuidelijk halfrond afgebeeld moet worden en stelt ϑ' een parallel zuid, ϑ'' een parallel noord van ϑ_o voor.

In *boogmaat* uitgedrukt bedraagt de werkelijke afstand ε der parallelcirkels ϑ' en ϑ'' tot de middenparallel ϑ_o

$$\text{boog } \varepsilon' = \text{boog } \vartheta_o - \text{boog } \vartheta'$$
$$\text{boog } \varepsilon'' = \text{boog } \vartheta'' - \text{boog } \vartheta_o.$$

Daar $m_o = \text{tang } \vartheta_o$, bedraagt de straal van de parallel ϑ'

$$m' = \text{tang } \vartheta_o - (\text{boog } \vartheta_o - \text{boog } \vartheta) = \text{tang } \vartheta_o - \text{boog } \varepsilon'$$

en die van de parallel ϑ''

$$m'' = \text{tang } \vartheta_o + (\text{boog } \vartheta'' - \text{boog } \vartheta_o) = \text{tang } \vartheta_o + \text{boog } \varepsilon''.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

In het algemeen kan de straal van een parallel uitgedrukt worden door

$$m = \text{tang } \vartheta_o - (\text{boog } \vartheta_o - \text{boog } \vartheta) = \text{tang } \vartheta_o - \text{boog } \varepsilon,$$

ε positief of negatief te nemen naarmate $\vartheta \lessgtr$ is dan ϑ_o.

De middenparallel ϑ_o op de kaart moet voldoen aan den eisch der lengtegelijkheid. Haar bolstraal BD $=$ sin ϑ_o, de straal op de kaart $m_o =$ tang ϑ_o.

Uit de verhouding tusschen beiden $\dfrac{\sin \vartheta_o}{\text{tang } \vartheta_o} = \cos \vartheta_o$ komt men tot de constante n voor de projectie, met welke de hoeken tusschen de meridianen op den bol vermenigvuldigd moeten worden, opdat de middenparallel ϑ_o op de kaart met den straal $=$ tang ϑ_o getrokken, de juiste lengte

$$2\,\pi \sin \vartheta_o \text{ verkrijgt.}$$

$$\lambda' = \cos \vartheta_o\, \lambda.$$

Zooals de wet van vervorming ons leert, voldoet bij de hiervoren behandelde kegelprojectie alleen de middenparallel aan den eisch der lengtegelijkheid, de overige parallellen blijven aan vergrooting onderhevig.

De meridianen blijven in projectie hun ware lengte behouden en de halve kleine as b van de ellips der vervorming valt in hun richting, de halve groote as staat loodrecht daarop in de richting van de raaklijn aan den parallelcirkel.

De straal van een parallelcirkel op den bol is sin ϑ, in projectie (tang ϑ_o — boog ε) cos ϑ_o, dus de verhouding is

$$\frac{(\text{tang } \vartheta_o - \text{boog } \varepsilon) \cos \vartheta_o}{\sin \vartheta} = \frac{\sin \vartheta_o - \text{boog } \varepsilon \cos \vartheta_o}{\sin \vartheta} = a.$$

Daar $b = 1$, $S = a$ en

$$\sin \omega = \frac{a - b}{a + b} = \frac{\sin \vartheta_o - \text{boog } \varepsilon \cos \vartheta_o - \sin \vartheta}{\sin \vartheta_o - \text{boog } \varepsilon \cos \vartheta_o + \sin \vartheta}$$

Alleen voor $\vartheta = \vartheta_o$, dus op de middenparallel waar $n = 1$, is de hoekverandering $= 0$, verder groeit zij aan met toenemende waarde van ε; een kaart in deze projectie zal zich niet moeten uitbreiden over een gebied dat zich te ver aan beide zijden van de middenparallel uitstrekt.

Voor een zône van 30° breedte met $\vartheta_o = \varphi_o = 45°$ als middenparallel geeft onderstaande tafel de lengte van den straal der parallelcirkels bij een bolstraal $= 100$.

φ	ϑ	m.
60°	30°	$100 - 26.18 = 73.82$
55°	35°	$100 - 17.45 = 82.55$
50°	40°	$100 - 8.73 = 91.27$
$\varphi_o = 45°$	45°	$100 \pm 0 = 100.00$
40°	50°	$100 + 8.73 = 108.73$
35°	55°	$100 + 17.45 = 117.45$
30°	60°	$100 + 26.18 = 126.18$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Vervormingen der eenvoudige equidistante kegelprojectie bij drie breedten van het hoofdpunt

$\varphi_o = 22° 30'$ b steeds $= 1$.

φ	δ	2ω	$a = S$
45°	45°	5° 9'	1.094
40°	50°	2 59	1.054
35°	55°	1 28	1.026
30°	60°	0 31	1.009
25°	65°	0 3	1.001
22° 30'	67° 30'	0 0	1.000
20°	70°	0 3	1.001
15°	75°	0 29	1.008
10°	80°	1 18	1.023
5°	85°	2 31	1.045
0°	90°	4 6	1.074

$\varphi_o = 45°$ b steeds $= 1$.

φ	2ω	a	$S = ab$
60°	2°28	1.044	1.044
55°	1 0	1.018	1.018
50°	0 14	1.004	1.004
45°	0 0	1.000	1.000
40°	0 12	1.004	1.004
35°	0 47	1.014	1.014
30°	1 42	1.030	1.030

$\varphi_o = 67° 30'$ b steeds $= 1$.

φ	δ	2ω	$a = S$
90°	0°	—	∞
85°	5°	8° 9'	1.158
80°	10°	2 25	1.043
75°	15°	0 39	1.011
70°	20°	0 3	1.001
67° 30'	22° 30'	0 0	1.000
65°	25°	0 3	1.001
60°	30°	0 25	1.007
55°	35°	1 3	1.019
50°	40°	1 56	1.034
45°	45°	3 2	1.054

Voor $\varphi_o = 45°$ is de constante $n = \cos 45° = 0.70107$; twee meridianen die elkaar op den bol onder een hoek λ van 5° snijden, doen dit in de kaartpool onder

$$\lambda' = 0.70107 \times 5° = 5°,50535 = 5° 30' 19''$$
$$\lambda = 10°, \lambda = 7° 0' 38'' \text{ enz.}$$

De hier behandelde kegelprojectie is onder verscheidene namen bekend: HAMMER noemt de normale projectie ook konische projectie met equidistante middenparallel en equidistante middenmeridiaan; zij wordt ook de projectie van PTOLEMEUS genoemd, daar deze haar het eerst toegepast moet hebben.

2. De equidistante kegelprojectie van de l'Isle.

De eisch kan gesteld worden, dat de kaart behalve de equidistante meridianen, niet één- maar twee equidistante parallellen heeft. Gewoonlijk kiest men hiervoor de parallellen, die zoowel even ver van de midden- als van de noordelijkste en zuidelijkste parallel verwijderd zijn.

Zijn E en F punten van twee parallelcirkels (fig. 16), die in hun ware lengte voorgesteld moeten worden, maar ook van de middenparallel op den waren afstand verwijderd moeten zijn.

$\delta_1 - \delta_o = \delta_o - \delta_2 = \varepsilon_o$, waarin ε_o de afstand van beide parallellen tot de middenparallel is, m_o zij den te bepalen straal voor de projectie van de middenparallel δ_o, dan is

$$m_1 = m_o + \text{boog } \varepsilon$$
$$m_2 = m_o - \text{boog } \varepsilon.$$

De parallellen δ_1 en δ_2 hebben op den bol een omtrek resp. van $2\pi \sin(\delta_o + \varepsilon_o)$ en $2\pi \sin(\delta_o - \varepsilon_o)$.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Deze lengte moet op de kaart behouden blijven en van dezen eisch hangt dus de grootte der constante n af, die de hoeken bepaalt, waaronder de meridianen elkaar in de kaartpool snijden ($\lambda' = n\,\lambda$)

$$m_1\, n\, \lambda = (m_o + \text{boog}\ \varepsilon_o)\, n\, \lambda = \sin(\vartheta_o + \varepsilon_o)\, \lambda$$
$$m_2\, n\, \lambda = (m_o - \text{boog}\ \varepsilon_o)\, n\, \lambda = \sin(\vartheta_o - \varepsilon_o)\, \lambda$$

of

$$m_1\, n = (m_o + \text{boog}\ \varepsilon_o)\, n = \sin(\vartheta_o + \varepsilon_o) \quad (1)$$
$$m_2\, n = (m_o - \text{boog}\ \varepsilon_o)\, n = \sin(\vartheta_o - \varepsilon_o) \quad (2)$$

(1) en (2) bij elkaar optellende

$$n(m_1 + m_2) = 2\, n\, m_o = \sin(\vartheta_o + \varepsilon_o) + \sin(\vartheta_o - \varepsilon_o) = 2 \sin\vartheta_o \cos\varepsilon_o$$
$$^1/_2\, n\,(m_1 + m_2) = n\, m_o = \sin\vartheta_o \cos\varepsilon_o \quad (3)$$
$$\frac{m_1 + m_2}{2} = m_o = \frac{\sin\vartheta_o \cos\varepsilon_o}{n} \quad (3a)$$

(2) van (1) aftrekkende

$$n(m_1 - m_2) = 2\, n\, \text{boog}\ \varepsilon_o = \sin(\vartheta_o + \varepsilon_o) - \sin(\vartheta_o - \varepsilon_o) = 2 \cos\vartheta_o \sin\varepsilon_o$$
$$^1/_2\, n\,(m_1 - m_2) = n\, \text{boog}\ \varepsilon_o = \cos\vartheta_o \sin\varepsilon_o \quad (4)$$
$$n = \frac{\cos\vartheta_o \sin\varepsilon_o}{\text{boog}\ \varepsilon_o} \quad (4a).$$

Wordt ($4a$) en ($3a$ ingevoerd of (3) door (4, gedeeld, dan

$$\frac{n\, m_o}{n\ \text{boog}\ \varepsilon_o} = \frac{\sin\vartheta_o \cos\varepsilon_o}{\cos\vartheta_o \sin\varepsilon_o} = \text{tang}\ \vartheta_o\ \text{cotg}\ \varepsilon_o$$

$$\frac{m_o}{\text{boog}\ \varepsilon_o} = \text{tang}\ \vartheta_o\ \text{cotg}\ \varepsilon_o$$

$$m_o = \text{tang}\ \vartheta_o\ \text{cotg}\ \varepsilon_o\ \text{boog}\ \varepsilon_o = \text{tang}\ \vartheta_o \frac{\text{boog}\ \varepsilon_o}{\text{tang}\ \varepsilon_o}$$

gelijk aan den gezochten straal van de middenparallel in projectie en

$$\lambda' = n\, \lambda = \frac{\cos\vartheta_o \sin\varepsilon_o}{\text{boog}\ \varepsilon_o} \cdot \lambda.$$

Een willekeurige parallel waarvan de poolsafstand ϑ bedraagt en die $\varepsilon = \vartheta_o - \vartheta$ van de middenparallel verwijderd is, heeft wegens de equidistantie der meridianen den straal

$$m = \text{tang}\ \vartheta_o \frac{\text{boog}\ \varepsilon_o}{\text{tang}\ \varepsilon_o} - \text{boog}\ \varepsilon.$$

Bij de ontwikkeling van de straalformule werd reeds vooropgezet, dat de meridianen en twee geheel willekeurige parallelcirkels op gelijken afstand van de middenparallel equidistant moeten afgebeeld worden.

Is in het algemeen h de lengteverhouding der kaartmeridianen tot de bolmeridianen, zoo is in dit geval $h = 1$, en wordt evenzoo in het algemeen k de lengteverhouding tusschen de kaart- en bolparallelcirkels genoemd, dan is hier voor ϑ_1 en ϑ_2 ook $k = 1$. Terwijl op deze beide parallellen alzoo geen veranderingen voorkomen, worden die voor een willekeurige parallel met den bolstraal sin ϑ voorgesteld door

$$h = 1$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$\frac{\text{kaartparallel}}{\text{bolparallel}} = k = \frac{(\text{tang } \vartheta_o \dfrac{\text{boog } \varepsilon_o}{\text{tang } \varepsilon_o} - \text{boog } \varepsilon)\, n}{\sin \vartheta} =$$

$$= \frac{(\text{tang } \vartheta_o \dfrac{\text{boog } \varepsilon_o}{\text{tang } \varepsilon_o} - \text{boog } \varepsilon) \cos \vartheta_o \dfrac{\sin \varepsilon_o}{\text{boog } \varepsilon_o}}{\sin \vartheta}$$

$$k = \frac{\text{tang } \vartheta_o \cos \vartheta_o \dfrac{\text{boog } \varepsilon_o \sin \varepsilon_o}{\text{boog } \varepsilon_o \text{ tang } \varepsilon_o} - \text{boog } \varepsilon \cos \vartheta_o \dfrac{\sin \varepsilon_o}{\text{boog } \varepsilon_o}}{\sin \vartheta} =$$

$$= \frac{\sin \vartheta_o \cos \varepsilon_o - \text{boog } \varepsilon \cos \vartheta_o \dfrac{\sin \varepsilon_o}{\text{boog } \varepsilon_o}}{\sin \vartheta}.$$

$$S = h.\ k = k.$$

$\vartheta_1 - \vartheta_0$ en $\vartheta_0 - \vartheta_2 = \varepsilon_0$ stellende, wordt ook voor de parallelcirkels ϑ_1 en ϑ_2 gevonden

$$k = \frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_1} = \frac{\sin \vartheta_2}{\sin \vartheta_2} = 1.$$

Voor den parallelcirkel ϑ_0 wordt $\varepsilon = 0$, dus ook

$$\text{boog } \varepsilon \cos \vartheta_o \frac{\sin \varepsilon_o}{\text{boog } \varepsilon_o} = 0 \text{ en dientengevolge hier}$$

$$k = \frac{\sin \vartheta_o \cos \varepsilon_o}{\sin \vartheta_o} = \cos \varepsilon_o, \text{ welke waarde steeds } < 1.$$

Voor de behandelde projectie de volgende tafel van afwijkingen

$\vartheta_o = 35°$; $\vartheta_1 = 42°\ 30'$; $\vartheta_2 = 27°\ 30'$.

$\vartheta =$	40°	45°	47° 30'	50°	55°	60°	62° 30'	65°	70°
$\varphi =$	50°	45°	42° 30'	40°	35°	30°	27° 30'	25°	20°
2ω	1° 13'	0° 20'	0° 0'	0° 15'	0° 30'	0° 18'	0° 0'	0° 28'	2° 6'
a	1.0215	1.006	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.008	1.037
b	1.000	1.000	1.000	0.996	0.991	0.995	1.000	1.000	1.000
S	1.0215	1.006	1.000	0.996	0.991	0.995	1.000	1.008	1.037

Daar op de meridianen de lengteverhouding overal $= 1$, toont de tafel aan, dat tusschen de zône $\vartheta_1 - \vartheta_2$ de kleine as, daarbuiten de groote as van de ellips der vervorming in de richting van den parallelcirkel ligt en overeenstemmend binnen de zône de groote as, daarbuiten de kleine as in de richting van den meridiaan (1).

(1) De hier behandelde projectie wordt in vele leerboeken de kegelprojectie van Mercator, zoogenaamde projectie van De l'Isle genoemd. Deze benaming is foutief, Mercator ontwierp wel is waar een kegelprojectie met twee equidistante parallellen, maar deelde de op gelijke afstanden van midden- en grensparallel liggende parallellen equidistant in, zoodat hier meridianen en parallelcirkels elkaar niet onder rechte hoeken snijden.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

B. EQUIVALENTE KEGELPROJECTIES.

Bij deze projecties verdient het aanbeveling, direct van de equivalente azimutale projectie uit te gaan, waarvan de straalformule $f(\vartheta) = 2 \sin \frac{\vartheta}{2}$ reeds bekend is. (Bladz. 15).

Daar de kegelprojecties zich van de azimutale slechts onderscheiden door de grootte der constante n, kan de equivalente azimutale zooals reeds gezegd werd, ook als een kegelvormige projectie beschouwd worden, waarvan de constante $n = 1$ is, ($\lambda' = \lambda$).

Zou men de parallelcirkels met den straal van de equivalente azimutale projectie beschrijven, dan was de projectie niet meer equivalent, maar de oppervlakte werd n maal vergroot (verkleind) en opdat nu bij $\lambda' = n\lambda$ de oppervlakte der azimutale projectie behouden blijve, moeten de vierkanten van de stralen der parallelcirkels gelijktijdig in reden van $1 : n$ vergroot worden. Bij een willekeurige waarde van n verkrijgt men een equivalente kegelprojectie, waarvan de parallelcirkels worden beschreven met stralen, waarvan de vierkanten gelijk zijn aan de vierkanten der stralen bij de equivalente azimutale projectie gedeeld door de constante n.

Dus $$m^2 = \frac{4 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{n} \qquad m = \frac{2 \sin \frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{n}}.$$

Voor de equivalente azimutale projectie werd gevonden

$$a = \sec \frac{\vartheta}{2} \qquad b = \cos \frac{\vartheta}{2} \text{ (zie bladz. 16).}$$

Daar a ligt in de richting van den parallel- (horizontaal-, cirkel, b in de richting van den meridiaan (hoofdcirkel); wijl bij kegelprojecties de ligging der assen van de ellips der vervorming niet overeenstemt met die der azimutale projecties, zoo wordt hier voorloopig de lengteverhouding in den parallelcirkel $= k$, in den meridiaan $= h$ genomen,

$$k = \sqrt{n} \sec \frac{\vartheta}{2} \qquad h = \frac{1}{\sqrt{n}} \cos \frac{\vartheta}{2}.$$

Wordt $n < 1$ aangenomen en is dus n een echte breuk, dan bestaat er voor elke equivalente projectie een parallelcirkel ϑ_o, d. w. z. $h = k = 1$ en de parallel wordt op de kaart in haar ware lengte afgebeeld en ook de hoekveranderingen zijn $= 0$. ($\cos \frac{\vartheta_o}{2} = \sqrt{n}$).

Met toenemenden afstand van de parallel ϑ_o groeien de veranderingen aan.

Wanneer $\vartheta < \vartheta_o$, $\cos \frac{\vartheta}{2} > \cos \frac{\vartheta_o}{2}$, bijgevolg

$$a = \frac{\cos \frac{\vartheta}{2}}{\cos \frac{\vartheta_o}{2}}, \quad b = \frac{\cos \frac{\vartheta_o}{2}}{\cos \frac{\vartheta}{2}}, \quad \tan \frac{\omega}{2} = \frac{a-1}{a+1} = \tan \frac{\vartheta_o - \vartheta}{4} \tan \frac{\vartheta_o + \vartheta}{4}.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Bij $\vartheta_1 > \vartheta_o$, $\cos \frac{\vartheta}{2} < \cos \frac{\vartheta_o}{2}$, en dus

$$a = \frac{\cos \frac{\vartheta_o}{2}}{\cos \frac{\vartheta}{2}}, \quad b = \frac{\cos \frac{\vartheta}{2}}{\cos \frac{\vartheta_o}{2}}, \quad \tan \frac{\omega}{2} = \tan \frac{\vartheta - \vartheta_o}{4} \tan \frac{\vartheta + \vartheta_o}{4}.$$

1. Equivalente kegelprojectie op den aanrakingskegel.

De kegel raakt de af te beelden zône in de middenparallel ϑ_1, de straal van den kaartparallelcirkel is dus

$$m_1 = \text{tang } \vartheta_1$$

en volgens het vorenstaande

$$m_1 = \text{tang } \vartheta_1 = \frac{2}{\sqrt{n}} \sin \frac{\vartheta_1}{2},$$

alzoo

$$\sqrt{n} = \frac{2 \sin \frac{\vartheta_1}{2}}{\text{tang } \vartheta_1} = \frac{2 \sin \frac{\vartheta_1}{2} \cos \vartheta_1}{2 \sin \frac{\vartheta_1}{2} \cos \frac{\vartheta_1}{2}} = \frac{\cos \vartheta_1}{\cos \frac{\vartheta_1}{2}}$$

en de constante n van de projectie wordt gelijk aan

$$\frac{\cos^2 \vartheta_1}{\cos^2 \frac{\vartheta_1}{2}},$$

waaruit volgt dat de middenparallel niet equidistant is, want hiervoor wordt vereischt $n = \cos \vartheta_1$.

Een andere parallel wordt in haar ware lengte afgebeeld; stel die parallel op ϑ_o, dan is de lengte van een deel λ op aarde $\sin \vartheta_o \lambda$; in de projectie

$$m\,(n\lambda) = \frac{2 \sin \frac{\vartheta_o}{2}}{\sqrt{n}}\, n\lambda = 2\sqrt{n} \sin \frac{\vartheta_o}{2} \lambda.$$

Zal deze parallel even lang zijn in projectie als op bol, dan

$$2\sqrt{n} \sin \frac{\vartheta_o}{2} = \sin \vartheta_o = 2 \sin \frac{\vartheta_o}{2} \cos \frac{\vartheta_o}{2}$$

$$\text{of } \cos \frac{\vartheta_o}{2} = \sqrt{n}.$$

2. Lambert's equivalente kegelprojectie met equidistante middenparallel.

De equidistantie van de middenparallel is steeds een belangrijke eigenschap voor een geographische kaart, en nog te belangrijker wanneer de kaart ook nog equivalent is. Worden deze beide eischen gesteld, dan kan naar het vorenstaande van een raakkegel geen sprake zijn en moet de opgave dus op andere wijze opgelost worden. De middenparallel wordt op de kaart voorgesteld als een boog van een sector met een lengte $2\pi \sin \vartheta_o$, de sectorhoek is

REPUBLIK INDONESIA

n 360° en de straal van den cirkel, waartoe de sector behoort, moet wegens de als eisch gestelde equivalentie zijn

$$m_o = \frac{2 \sin \frac{\vartheta_o}{2}}{\sqrt{n}}$$

waardoor over de constante n beschikt is.

Daar de lengte van twee cirkelomtrekken zich verhouden als de lengte der stralen

$$\sin \vartheta_o = \frac{2 \sin \frac{\vartheta_o}{2}}{\sqrt{n}} \cdot n = 2 \sin \frac{\vartheta_o}{2} \cdot \sqrt{n}$$

en dus

$$\sqrt{n} = \frac{\sin \vartheta_o}{2 \sin \frac{\vartheta_o}{2}} = \cos \frac{\vartheta_o}{2}$$

$$n = \cos^2 \frac{\vartheta_o}{2}.$$

De straal van de middenparallel ϑ_o wordt dus

$$m_o = \frac{2 \sin \frac{\vartheta_o}{2}}{\cos \frac{\vartheta_o}{2}} = 2 \operatorname{tang} \frac{\vartheta_o}{2}.$$

Thans zijn nog de stralen van de overige parallelcirkels in een functie van den poolsafstand uit te drukken.

Het door de bolparallel ϑ begrensde segment, heeft een oppervlakte $= 2 \pi rh$, waarvoor wanneer $r = 1$, ook gesteld kan worden $2 \pi h = 4 \pi \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ (zie bladz. 15).

De middenparallelcirkel in projectie heeft een oppervlakte $4 \pi \operatorname{tang}^2 \frac{\vartheta_o}{2}$, het n voud hiervan is gelijk aan de oppervlakte van het bolsegment, dus

$$4 n \pi \operatorname{tang}^2 \frac{\vartheta_o}{2} = 4 \pi \sin^2 \frac{\vartheta_o}{2}$$

en

$$n \operatorname{tang}^2 \frac{\vartheta_o}{2} = \sin^2 \frac{\vartheta_o}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\vartheta_o}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{\vartheta_o}{2} = \sin^2 \frac{\vartheta_o}{2},$$

waaruit de overeenstemming van de door ϑ_o begrensde sectoroppervlakte der kaart met de segmentoppervlakte tot ϑ_o blijkt. Wanneer nu ϑ een willekeurige andere parallel is, heeft de door ϑ_o en ϑ begrensde zône, de oppervlakte

$$O = 4 \pi \left(\sin^2 \frac{\vartheta_o}{2} - \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right).$$

Op de kaart wordt de zône als een cirkelstrook voorgesteld, waarvan de oppervlakte gelijk is aan het verschil van twee sectoren met gelijken tophoek (n 360°).

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De straal van den eenen sector is $m_0 = 2 \text{ tang } \frac{\delta_0}{2}$, de oppervlakte $m_0^2 = 4\, n\pi \text{ tang}^2 \frac{\delta_0}{2}$; de onbekende straal van den tweeden sector zij x, de oppervlakte alzoo $n\pi x^2$ en derhalve

$$4\left(\sin^2\frac{\delta_0}{2} - \sin^2\frac{\delta}{2}\right) = n\left(4 \text{ tang}^2\frac{\delta_0}{2} - x^2\right).$$

waaruit $$x^2 = 4 \text{ tang}^2\frac{\delta_0}{2} - \frac{4}{n}\left(\sin^2\frac{\delta_0}{2} - \sin^2\frac{\delta}{2}\right).$$

Daar $$n = \cos^2\frac{\delta_0}{2} \text{ en } \text{tang}^2\frac{\delta_0}{2} = \frac{\sin^2\frac{\delta_0}{2}}{\cos^2\frac{\delta_0}{2}}$$

$$x^2 = \frac{4\sin^2\frac{\delta}{2}}{\cos^2\frac{\delta_0}{2}} \text{ en } x = \frac{2\sin\frac{\delta}{2}}{\cos\frac{\delta_0}{2}}$$

is de straal van een willekeurigen parallelcirkel δ.

Daar de middenparallel equidistant wordt afgebeeld, is $a = b = 1$, $\omega = 0°$. Voor elke andere parallel worden de waarden h en k gevonden als volgt. De straal op den bol $= \sin\delta$, die op de kaart $\frac{2\sin\frac{\delta}{2}}{\cos\frac{\delta_0}{2}}$, de sectorboog die de parallel voorstelt heeft een lengte

$$2\,m\pi n = 4\,\pi \sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta_0}{2}, \text{ dus}$$

$$\frac{\text{kaartparallel}}{\text{bolparallel}} = \frac{4\,\pi \sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta_0}{2}}{2\,\pi\sin\delta} = \frac{\cos\frac{\delta_0}{2}}{\cos\frac{\delta}{2}} = k.$$

Uit $h\,k = 1$ volgt: $$h = \frac{1}{k} = \frac{\cos\frac{\delta}{2}}{\cos\frac{\delta_0}{2}}.$$

De grootste der beide waarden h en k is de halve groote, de kleinste de halve kleine as der indikatrix.

Daar $$\cos\frac{\delta_0}{2} = \sqrt{n}, \text{ ook}$$

$$h = \frac{\cos\frac{\delta}{2}}{\sqrt{n}},\ k = \frac{\sqrt{n}}{\cos\frac{\delta}{2}} = \sqrt{n}\ \sec\frac{\delta}{2}$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

en is $\tan\frac{\omega}{2} = \frac{a-1}{a+1} =$

$$\left\{\begin{array}{l} \tan\frac{\vartheta_o-\vartheta}{4}\tan\frac{\vartheta_o+\vartheta}{4} \\ \text{of} \\ \tan\frac{\vartheta-\vartheta_o}{4}\tan\frac{\vartheta+\vartheta_o}{4} \end{array}\right.$$

of $\tan\frac{\omega}{2} = \pm \tan\frac{\vartheta_o-\vartheta}{4}\tan\frac{\vartheta_o+\vartheta}{4}$ $\left\{\begin{array}{l} + \text{ voor } \vartheta > \vartheta_o \\ - \text{ voor } \vartheta > \vartheta_o. \end{array}\right.$

Vormveranderingen bij $\varphi_o = 50°$, $S = ab = 1$.

φ	ϑ	2ω	a	b	Ligging der assen.
90°	0°				
80°	10°	6° 40′	1.060	0.943	a in den meridiaan.
70°	20°	5 22	1.048	0.954	a „ „ „
60°	30°	3 6	1.028	0.972	a „ „ „
50°	$\vartheta = 40°$	0 0	1.000	1.000	$a = b$.
40°	50°	4 8	1.036	0.964	a in den parallelcirkel.
30°	60°	9 20	1.085	0.921	a „ „ „
20°	70°	15 40	1.147	0.871	a „ „ „
10°	80°	23 12	1.226	0.815	a „ „ „
0°	90°	32 10	1.329	0.752	a „ „ „

Lengte der stralen van de parallelcirkels voor de bolstraal = 100.

Breedte	Wanneer de middenparallel φ_o is.										
φ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°
85°							9.84	9.62	9.44	9.28	9.13	9.03
80							19.65	19.23	18.87	18.55	18.28	18.05
75						30.14	29.43	28.80	28.26	27.78	27.37	27.03
70						40.11	39.15	38.31	37.59	36.96	36.41	35.95
65					51.33	49.98	48.79	47.75	46 85	46.06	45.38	44.81
60					61.38	59 77	58.35	56.98	56.03	55.08	54.28	53.59
55				73.40	71.31	69.44	67.79	66.34	65.08	63.98	63.06	62.26
50				83.50	78.12	79.00	77.12	75.47	74.04	72 80	71.73	70.82
45			96.45	93,42	90.74	88 37	86.28	84.42	82.83	81.43	80.24	79.23
40		106.5	103.1	100 2	97.59	95.28	93.24	91.48	89.93	88.61	87.50	
35	120.5	116.4	112.7	109.5	106.7	104.1	101.9	99.95	98.26	96.83	95.61	
30	130.5	126.0	122.1	118.6	115.5	112.7	110.3	108.2	106.4	104 9	103.5	
25	145.7	140.3	135.4	131.1	127.5	124.1	121.2	118.6	116.3	114.3	112.7	
20	155.6	149.7	144.5	140.1	136.0	132.4	129.3	126.6	124.2	122.1	120.3	
15	165.1	158 9	153.5	148.6	144.3	140.6	137.2	134.3	131.7	129.5		
10	174.4	167.8	162.0	156.9	152.4	148.5	145.0	141.8	139.2	136.8		
5	183.2	176.4	170.3	164.9	160.2	156.1	152.3	149.1	146.2			
0	191.9	184.6	178.2	172.6	167.7	163.3	159.4	156.1	153.1			
— 5	200.0	192.4	185.8	180.0	174.8	170.2	166.2	162.7				
— 10	207.9	200.0	193.1	187.1	181.7	176.9	172.8	169.0				
— 15	215.3	207.1	200.0	193.6	188.1	183.2	178.9					

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De equivalente kegelprojectie van LAMBERT is een van de weinige kegelprojecties die dadelijk herkenbaar is; evenals bij de equivalente azimutale projectie worden bij toeneming van den poolsafstand de afstanden tusschen de paralleleirkels op merkbare wijze kleiner (zie fig. 17).

5. Equivalente kegelprojectie met minimum hoekverandering.

Ziet men af van de equidistantie van de middenparallel, dan zijn er ten opzichte van de afwijkingen gunstiger resultaten te bereiken dan bij de kegelprojectie van LAMBERT. Wanneer de (het) af te beelden zône (segment) een vooraf bepaalde breedteuitgestrektheid bezit die niet overschreden behoeft te worden, dus bijv. ϑ' de kleinste, ϑ'' de grootste poolsafstand is, dan kan men over de constante n in dier voege beschikken, dat op de beide grensparallellen ϑ' en ϑ'', de maxima der voor de zône $\vartheta' - \vartheta''$ mogelijke afwijkingen bestaan

Op bladz. 29 is gezegd dat bij equivalente kegelprojecties

$$\text{voor } \vartheta < \vartheta_0,\ a = \frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\cos\frac{\vartheta_0}{2}} \text{ en voor } \vartheta > \vartheta_0,\ a = \frac{\cos\frac{\vartheta_0}{2}}{\cos\frac{\vartheta}{2}}$$

nu is $\vartheta' < \vartheta_0 < \vartheta''$, alzoo

$$a' = \frac{\cos\frac{\vartheta'}{2}}{\cos\frac{\vartheta_0}{2}} \text{ op } \vartheta'$$

en

$$a'' = \frac{\cos\frac{\vartheta_0}{2}}{\cos\frac{\vartheta''}{2}} \text{ op } \vartheta''.$$

Elke equivalente kegelprojectie heeft ook een paralleleirkel ϑ_0, die equidistant afgebeeld wordt; voor haar geldt

$$\cos\frac{\vartheta_0}{2} = \sqrt{n} \text{ (bladz. 30).}$$

De voorwaarde van de projectie is $S = ab = 1$.

De afwijkingen worden kleiner, naarmate de halve assen a en b minder van de eenheid verschillen; des te grooter a, des te kleiner b en neemt ook 2ω toe.

Uit de tafel der afwijkingen van de projectie van LAMBERT — en zulks geldt voor elke willekeurige middenparallel — blijkt dat de afwijkingen op gelijke afstanden aan beide zijden van de middenparallel volstrekt niet gelijkmatig toenemen. Gelijkmatige toeneming in het algemeen is niet bereikbaar, wel echter is dit mogelijk op twee bepaalde grensmeridianen. Wanneer alzoo op de cirkels de assen met elkaar overeenstemmen, d. i. gelijkelijk van de eenheid afwijken, dan is daarmede ook de grootte der mogelijke afwijkingen tot het bereikbare minimum beperkt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$a' = a''$$

dus
$$\frac{\cos\frac{\delta'}{2}}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}}{\cos\frac{\delta''}{2}}$$

$$\cos\frac{\delta'}{2} = \frac{n}{\cos\frac{\delta''}{2}}$$

bijgevolg
$$n = \cos\frac{\delta'}{2}\cos\frac{\delta''}{2}$$

en de straalformule voor deze projectie luidt dus:

$$m = \frac{2}{\sqrt{n}}\sin\frac{\delta}{2} = \frac{2\sin\frac{\delta}{2}}{\sqrt{\cos\frac{\delta'}{2}\cos\frac{\delta''}{2}}}.$$

De parallel waarvoor de vergelijking

$$\cos\frac{\delta_0}{2} = \sqrt{n} = \sqrt{\cos\frac{\delta'}{2}\cos\frac{\delta''}{2}}$$ geldt, is equidistant;

op de parallelcirkels δ' en δ'' wordt

$$a' = \frac{\cos\frac{\delta'}{2}}{\sqrt{\cos\frac{\delta'}{2}\cos\frac{\delta''}{2}}} \text{ en } a'' = \frac{\sqrt{\cos\frac{\delta'}{2}\cos\frac{\delta''}{2}}}{\cos\frac{\delta''}{2}},$$

alzoo
$$a' = a'' = \sqrt{\frac{\cos\frac{\delta'}{2}}{\cos\frac{\delta''}{2}}}.$$

Een bijzonder geval van deze projectie doet zich voor, wanneer $\delta' = 0$, dus geen zône maar een segment afgebeeld wordt. Hierbij wordt $n = \cos\frac{\delta''}{2}$ en de straalformule luidt

$$m = \frac{2\sin\frac{\delta}{2}}{\sqrt{\cos\frac{\delta''}{2}}}.$$

4. De equivalente kegel (romp) projectie van Albers met twee equidistante parallelcirkels.

Evenals bij de kegelprojectie van DE L'ISLE bij twee equidistante parallelcirkels de meridianen (hoofdcirkels) op den waren afstand afgebeeld worden, kan ook bij gelijken cisch ten opzichte van de parallelcirkels equivalentie verkregen worden. Het projectievlak is in dit geval de mantel van een afge-

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

knotten kegel, daar de pool (hoofdpunt) niet als een punt, maar als een cirkelboog geprojecteerd wordt (fig. 18).

Zijn ϑ_o en ϑ_1 de poolsafstanden van de beide cirkels die equidistant afgebeeld moeten worden ($\vartheta_o < \vartheta_1$), en is r de bolstraal, dan heeft de door ϑ_o en ϑ_1 begrensde bolzône, de oppervlakte

$$O = 2\,r\pi h, \text{ of daar}$$

$$h = r\,(\cos\vartheta_o - \cos\vartheta_1)$$

$$O = 4\,r^2\pi \sin\frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2} \sin\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}.$$

De gezochte zijde der kegelzône met hetzelfde oppervlak zij z, haar mantel is dan

$$M = (P + p)\,\pi s.$$

P en p zijn de stralen van grond- en bovenvlak en volgens fig. 18

$$P = r \sin\vartheta_1, \qquad = r \sin\vartheta_o$$

dus

$$M = r\,(\sin\vartheta_1 + \sin\vartheta_o)\,\pi s = 2\,r\pi s \sin\frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2} \cos\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}.$$

Nu moet

$$O = z = 4\,r^2\pi \sin\frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2} \sin\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2} = 2\,r\pi s \sin\frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2} \cos\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}$$

of met gelijkstelling voor r aan de eenheid en met weglating van π

$$4 \sin\frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2} \sin\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2} = 2\,s \sin\frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2} \cos\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}$$

$$4 \sin\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2} = 2\,s \cos\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}$$

$$s = \frac{2 \sin\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}}{\cos\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}} = 2 \operatorname{tang}\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2}.$$

De omtrekken van de equidistant af te beelden bolparallellen ϑ_1 en ϑ_o resp. $2\,r\pi \sin\vartheta_1$ en $2\,r\pi \sin\vartheta_o$, moeten in projectie dezelfde verhouding hebben, dus

$$m_o : m_1 = \sin\vartheta_o : \sin\vartheta_1$$

$m_1 - m_o$ is de zijde van den afgeknotten kegel en daarom

$$m_o : s = \sin\vartheta_o : (\sin\vartheta_1 - \sin\vartheta_o)$$

$$m_o = \frac{s \sin\vartheta_o}{\sin\vartheta_1 - \sin\vartheta_o}$$

en

$$m_1 = \frac{s \sin\vartheta_1}{\sin\vartheta_1 - \sin\vartheta_o}$$

of de gevonden waarde voor s invoerende

$$m_o = \frac{\sin\vartheta_o}{\cos\frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2} \cos\frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2}}$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

en $$m_1 = \frac{\sin \vartheta_1}{\cos \frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2} \cos \frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2}}.$$

Met m_o en m_1 is ook tegelijk de constante n bekend.

omtrek $\vartheta_1 = 2\pi \sin \vartheta_1 = 2\pi m_1 n$

en omtrek $\vartheta_o = 2\pi \sin \vartheta_o = 2\pi m_o n$

of $\sin \vartheta_1 = m_1 n, \qquad \sin \vartheta_o = m_o n$

waaruit volgt

$$n = \cos \frac{\vartheta_1 - \vartheta_o}{2} \cos \frac{\vartheta_1 + \vartheta_o}{2} = \frac{1}{2} (\cos \vartheta_o + \cos \vartheta_1).$$

Nu is de vraag, den algemeenen regel te vinden volgens welken de overige parallelcirkels *geconstrueerd moeten worden*, zoodat de ingesloten gedeelten van den kegelmantel dezelfde oppervlakte hebben als de *voorkomende* zônegedeelten op den bol. Zij ϑ de poolsafstand van een willekeurigen parallelcirkel, bijv. tusschen ϑ_o en ϑ_1, dan is voor de door ϑ_o en ϑ_1 begrensde bolzône

$$O_1 = 4 r^2 \pi \sin \frac{\vartheta + \vartheta_o}{2} \sin \frac{\vartheta - \vartheta_o}{2}.$$

De oppervlakte der overeenkomende kegelzône is

$$M_1 = r\pi (\sin \vartheta_o + c) s_1$$

waarin $AC = s_1$, de zijde van de kegelzône, $A = \vartheta_o$ en $FC = c$ de straal van den begrensden cirkel. Het is duidelijk (fig. 19), dat op den kegel de straal van de parallel ϑ niet $= r \sin \vartheta$, d. i. gelijk aan de bolparallel kan zijn.

Bij $r = 1$

$$4 \sin \frac{\vartheta + \vartheta_o}{2} \sin \frac{\vartheta - \vartheta_o}{2} = s_1 (\sin \vartheta_o + c) = s_1 \sin \vartheta_o + s_1 c.$$

Daar $AP = \frac{\sin \vartheta_o}{n} = m_o$ is

$$s_1 : (c - \sin \vartheta_o) = \frac{\sin \vartheta_o}{n} : \sin \vartheta_o$$

$$s_1 = (c - \sin \vartheta_o) \frac{\sin \vartheta_o}{n \sin \vartheta_o} = \frac{1}{n} (c - \sin \vartheta_o).$$

Wordt kortheidshalve in de bovenstaande uitdrukking voor M_1 de factor $r^2\pi$ weggelaten, dan is

$$M_1 = \frac{1}{n} (c - \sin \vartheta_o) \sin (\vartheta_o + c) = \frac{c^2 - \sin^2 \vartheta_o}{n}.$$

Alzoo

$$O_1 = M_1 = 4 \sin \frac{\vartheta + \vartheta_o}{2} \sin \frac{\vartheta - \vartheta_o}{2} = \frac{c^2}{n} - \frac{\sin^2 \vartheta_o}{n}$$

en

$$\frac{c^2}{n} = \frac{\sin^2 \vartheta_o}{n} + 4 \sin \frac{\vartheta + \vartheta_o}{2} \sin \frac{\vartheta - \vartheta_o}{2}$$

$$c^2 = \sin^2 \vartheta_o + 4n \sin \frac{\vartheta + \vartheta_o}{2} \sin \frac{\vartheta - \vartheta_o}{2} = \sin^2 \vartheta_o + 2n (\cos \vartheta_o - \cos \vartheta).$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Is m de gezochte straal van de kaartparallel ϑ, dan

$$c : \sin \vartheta_0 = m : m_0 \qquad \left(m_0 = \mathrm{AP} = \frac{\sin \vartheta_0}{n}\right)$$

$$m = \frac{m_0 c}{\sin \vartheta_0} = \frac{\frac{\sin \vartheta_0}{n} c}{\sin \vartheta_0} = \frac{c}{n}$$

en

$$m = \frac{\sqrt{\sin^2 \vartheta_0 + 4 n \sin \frac{\vartheta + \vartheta_0}{2} \sin \frac{\vartheta - \vartheta_0}{2}}}{n^2}.$$

Na eenige ontwikkeling wordt een algemeene formule voor m gevonden, die niet alleen overeenkomt met de algemeene straalformule voor de equivalente kegelprojectie, maar ook beter geschikt is voor het gebruik van logarithmen. Zij luidt

$$m = \sqrt{m_p^2 + \frac{4}{n} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}.$$

Hierin is m_p de straal van den cirkelboog waardoor de pool wordt afgebeeld

$$m_p = \frac{2}{n} \sin \frac{\vartheta_0}{2} \sin \frac{\vartheta_1}{2}.$$

Is k de lengteverhouding in den parallelcirkel, dan

$$k = \frac{m.n}{\sin \vartheta} = \frac{1}{\sin \vartheta} \sqrt{n \left(n m_p^2 + 4 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}\right)}$$

en de lengteverhouding in den meridiaan

$$h = \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{n \left(n m_p^2 + 4 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}\right)}}.$$

C. CONFORME KEGELPROJECTIES.

De straalformule van deze projectie is niet geheel langs elementairen weg te definiëeren. In algemeenen vorm luidt zij voor een willekeurige parallel

$$m_a = m \left(\text{tang } \frac{\vartheta}{2}\right)^n$$

welke aan de formule voor de conforme azimutale projectie herinnert $\left(m = 2 \text{ tang } \frac{\vartheta}{2}\right)$ en dan ook de limiet voor $n = 1$ is. In de formule is namelijk de exponent n de bekende constante der kegelprojecties (bladz. 25), m_a een tweede constante, die bij normale projecties den straal van den equator (bij niet normale projecties dien van een horizontaalcirkel, 90° van het hoofdpunt verwijderd en dus ook een hoofdcirkel) oplevert.

Stelt men in de formule $\vartheta = 90°$, dan wordt $m = m_a$, daar tang 45° = 1 en $1^n = 1$.

De parallelcirkels worden evenals bij alle kegelprojecties als sectorbogen

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

afgebeeld, waarvan de tophoek $= (n\ 360)^\circ$. Is m de straal van een kaartparallel, dan is de lengte van den boog $2\ m\pi n$. Bij $r = 1$

$$\frac{\text{kaartparallel } \vartheta}{\text{bolparallel } \vartheta} = \frac{2\ m\pi n}{2\ \sin\vartheta\pi} = \frac{mn}{\sin\vartheta} = \frac{nm_a\left(\tan\frac{\vartheta}{2}\right)^n}{\sin\vartheta} \quad (1).$$

Deze uitdrukking, die de grootte van de halve assen $a = b$ aangeeft, kan door $\tan\frac{\vartheta}{2} = \frac{\sin\frac{\vartheta}{2}}{\cos\frac{\vartheta}{2}}$ en $\sin\vartheta = 2\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$, ook in den vorm

$$a = b = \frac{nm_a}{2}\frac{\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)^{n-1}}{\left(\cos\frac{\vartheta}{2}\right)^{n+1}} \quad (2)$$ gebracht worden.

Bij $n \geqq 1$ groeien met toenemenden poolsafstand de lengte- en oppervlakteveranderingen aan.

Is $n < 1$, dan is in den teller $\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)^{n-1}$ negatief, schrijft men dan

$$a = \frac{nma}{2}\cdot\frac{1}{\left(\cos\frac{\vartheta}{2}\right)^{1+n}\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)^{1-n}}$$

waarin $(1 - n)$ positief, dan blijkt dat voor $\vartheta = 0$, $a = \infty$ is.

Wiskundig kan aangetoond worden, dat wanneer ϑ aangroeit van 0 tot eene waarde, waarbij $\cos\vartheta = n$ is, de waarde van n afneemt; neemt ϑ verder toe, dan neemt a weer toe.

Bij $n = 1$ en $m_a = 2$ krijgt men de stereographische projectie.

1. **De conforme kegelprojectie met equidistante middenparallel.**

Met de conformiteit kan een equidistante afbeelding van de middenparallel ϑ_o (van een horizontaalcirkel bij niet normale projectie) gepaard gaan. Die is dan volgens bladz. 25 op de kaart met den straal $m_o = \text{tang } \vartheta_o$ te beschrijven en de constante $n = \cos\vartheta_o$,

dus $$m_o = \text{tang } \vartheta_o = m_a\left(\tan\frac{\vartheta_o}{2}\right)^{\cos\vartheta_o}.$$

Hieruit volgt voor de tweede constante, die den straal van den equator uitdrukt

$$m_a = \frac{\text{tang } \vartheta_o}{\left(\tan\frac{\vartheta_o}{2}\right)^{\cos\vartheta_o}},$$

terwijl de stralen van de overige parallelcirkels worden gevonden uit

$$m = m_a\left(\tan\frac{\vartheta}{2}\right)^{\cos\vartheta_o}.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De lengteveranderingen zijn bepaald in

$$a = b = nm_a \frac{\left(\operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}\right)^n}{\sin \vartheta}$$

en worden de voor n en m_a gevonden waarden ingevoerd, dan

$$a = \cos \vartheta_o \frac{\operatorname{tang} \vartheta_o}{\left(\operatorname{tang} \frac{\vartheta_o}{2}\right)^{\cos \vartheta_o}} \cdot \frac{\left(\operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}\right)^{\cos \vartheta_o}}{\sin \vartheta} = \frac{\sin \vartheta_o}{\sin \vartheta} \left(\frac{\operatorname{tang} \frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tang} \frac{\vartheta_o}{2}}\right)^{\cos \vartheta_o} \quad (5).$$

$$S = a^2 \qquad 2\omega = 0.$$

Op de parallel ϑ_o wordt $a = 1$ dus hier geen lengte- en oppervlakteveranderingen: op alle overige parallellen is $a > 1$.

Wordt b. v. $\vartheta_o = 60°$ gekozen, zoodat de kegel den bol op 30° Br. $= \varphi_o$ raakt, dus $n = \cos 60° = 0.5$, dan worden de waarden van a en S de in onderstaand staatje vermelde.

φ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
a	1.140	1.034	1.000	1.037	1.180	1.598	∞
S	1.299	1.068	1.000	1.076	1.392	2.553	∞

2. De conforme kegelprojectie met twee equidistante parallellen.

Ziet men af van de equidistante middenparallel, dan is n zoo te bepalen, dat op twee parallellen resp. noord en zuid van de middenparallel geen afwijkingen bestaan en daarmede de fouten evenals bij de kegelprojectie van Albers regelmatiger over de kaart verdeeld worden.

Moeten de cirkels ϑ' en ϑ'' equidistant afgebeeld worden ($a = 1$), dan zijn de stralen op de kaart

$$m' = m_a \left(\operatorname{tang} \frac{\vartheta'}{2}\right)^n$$

$$m'' = m_a \left(\operatorname{tang} \frac{\vartheta''}{2}\right)^n$$

welke stralen zich moeten verhouden als de overeenkomstige bolparallellen, dus

$$\frac{m'}{m''} = \left(\frac{\operatorname{tang} \frac{\vartheta'}{2}}{\operatorname{tang} \frac{\vartheta''}{2}}\right)^n = \frac{\sin \vartheta'}{\sin \vartheta''}$$

en $$n \left(\log \operatorname{tang} \frac{\vartheta'}{2} - \log \operatorname{tang} \frac{\vartheta''}{2}\right) = \log \sin \vartheta' - \log \sin \vartheta''$$

$$n = \frac{\log \sin \vartheta' - \log \sin \vartheta''}{\log \operatorname{tang} \frac{\vartheta'}{2} - \log \operatorname{tang} \frac{\vartheta''}{2}}$$

welke uitdrukking steeds < 1 is.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Uit de gelijke omtrekken der parallelcirkels op den bol en in projectie volgt:

$$2\,\pi\,\sin\,\vartheta' = 2\,nm_a\,\text{tang}\,\left(\frac{\vartheta'}{2}\right)^n\,\pi$$

$$2\,\pi\,\sin\,\vartheta'' = 2\,nm_a\,\text{tang}\,\left(\frac{\vartheta''}{2}\right)^n\,\pi$$

bijgevolg

$$m_a = \frac{\sin\,\vartheta'}{n\left(\text{tang}\,\frac{\vartheta'}{2}\right)^n} = \frac{\sin\,\vartheta''}{n\left(\text{tang}\,\frac{\vartheta''}{2}\right)^n}.$$

Deze projectie is identiek met de vorige, wat blijkt uit het onderzoek der afwijkingen. Hier wordt van de parallellen ϑ' en ϑ'' uitgegaan, voor de berekening van a kan daarom niet van de vergelijking (3) uitgegaan worden, maar moet (1) worden gebruikt. Deze geeft voor ϑ' en ϑ'', $a = 1$.

GEWIJZIGDE KEGELPROJECTIES.

D. Conventioneele of onechte (pseudo) kegelprojecties.

Worden ook bij deze projecties, evenals bij de echte kegelprojecties, de parallelcirkels als concentrische cirkelbogen afgebeeld, de afbeelding der meridianen heeft op een andere wijze plaats. Zijn bij normale echte kegelprojecties λ en φ de poolcoördinaten van een willekeurig punt der kaart, dan is de straal van de parallel een functie van φ en λ', een functie van de ware lengte $\lambda\,(\lambda' = n\,\lambda)$.

Bij de onechte kegelprojectie is de straal van den parallelcirkel ook nog een functie van φ, maar λ' niet meer een funtie λ alleen, maar van λ en φ gezamenlijk.

Onder de onechte kegelprojecties komen wel equivalente, echter geen conforme voor. Van equidistantie in beperkten zin kan slechts bij enkele gesproken worden, deze zijn de gewichtigste.

1. De projectie van Bonne.

Bij de projectie van Bonne wordt de vergrooting langs de parallellen vermeden door deze ten opzichte van den door een rechte lijn voorgestelden middenmeridiaan naar beide zijden op iederen parallelcirkel in ware verhouding in teekening te brengen. Het beeld bestaat daardoor uit cirkelvormige parallellen en meridiaanbogen, voorgesteld door lijnen van hooger orde. De straal van de middenparallel is $m_0 = \text{tang}\,\vartheta_0$, van een willekeurigen parallelcirkel

$$m = \text{tang}\,\vartheta_0 - \text{boog}\,(\vartheta_0 - \vartheta)$$

of

$$\text{tang}\,\vartheta_0 + \text{boog}\,(\vartheta - \vartheta_0).$$

De pool wordt als een punt afgebeeld, valt echter niet met het middelpunt der concentrische cirkelbogen samen maar is van dezen verwijderd op een afstand

$$m_p = \text{tang}\,\vartheta_0 - \text{boog}\,\vartheta_0.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De coördinatenberekening heeft plaats als op bladz. 24 is aangegeven (1), alleen zij men indachtig dat bij den boog BD een anderen hoek behoort (fig. 20) dan bij het op denzelfden meridiaan gelegen punt A van de middenparallel. Voor punten op de middenparallel met een straal $= m_o$ gelden de vergelijkingen

$$x = m_o \sin \lambda'$$

$$y = 2\, m_o \sin^2 \frac{\lambda'}{2}.$$

Voor een andere parallel met den straal m $(m_o - m = b)$, heeft men de vergelijkingen

$$x = m \sin \xi$$

$$y = 2\, m \sin^2 \frac{\xi}{2}$$

boog BD in projectie is gelijk aan den overeenkomstigen boog van den parallelcirkel op den bol, dus

$$m\,\xi = \sin \vartheta\, \lambda$$

of

$$\xi = \frac{\sin \vartheta}{m}\, \lambda.$$

De grootte der afwijkingen is van drie factoren afhankelijk:

1. van den afstand van het in beschouwing genomen punt tot de middenparallel;
2. van den afstand tot den middenmeridiaan;
3. van de geographische breedte van de middenparallel.

Elke volgens deze projectie ontworpen kaart bezit in den middenmeridiaan en parallel twee lijnen zonder veranderingen; van deze beide lijnen uit nemen de afwijkingen toe, echter niet gelijkmatig, zoodat de lijnen van gelijke afwijkingen eigenaardig kromme lijnen vormen (fig. 21).

Wegens de equidistantie der parallelcirkels is overal $k = 1$; de meridianen snijden alleen de middenparallel rechthoekig; de lengteverandering op deze is $h = \sec \theta$, waarin θ de verandering van den hoek tusschen meridiaan en parallel aanduidt. Er behoeft nauwelijks op gewezen te worden, dat hier h, k niet met a, b zooals bij de echte kegelprojecties samenvallen. De hoek θ kan berekend worden uit

$$\text{tang } \theta = \left(\cos \vartheta - \frac{\sin \vartheta}{m}\right) \text{boog } \lambda$$

en

$$\text{tang } \omega = \frac{1}{2} \text{ tang } \theta.$$

Zooals reeds uit een oppervlakkigen blik op een in de projectie van Bonne geteekende kaart blijkt, zijn de hoekvervormingen in de hoeken der kaart van geen onbeduidende beteekenis. Wat haar niettegenstaande dat, op een

(1) Waar hier een deel van het aardoppervlak bezuiden den equator in beschouwing genomen wordt, moeten natuurlijk bij een practische toepassing de algemeen aangenomen teekens voor x en y in aanmerking genomen te worden.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

veelvuldige toepassing kan doen bogen, is de equivalentie, waarover in de volgende bladzijden meer (1).

2. De projectie van Stab Werner.

Bij de projectie van Bonne doen zich twee grensgevallen voor. Wordt de afstand van het beeld van de pool tot het middelpunt der parallelcirkels, $m_p = 0$, dus de pool zelf als middenparallel gekozen, dan wordt

$$m = \text{boog } \vartheta.$$

De parallelcirkels worden van den rechtlijnigen middenmeridiaan uit als bij de projectie van Bonne verdeeld.

Hoe kleiner de poolsafstand ϑ is, des te minder wijken boog ϑ en sin ϑ van elkaar af, en als een gevolg hiervan ook de omtrek op de kaart 2π boog ϑ van omtrek op den bol $2\pi \sin \vartheta$. Denkt men zich de kaart ter eener zijde tot aan de tegenpool ter anderer zijde tot 180° rechts en links van den middenmeridiaan uitgebreid, dan krijgt de zoo ontstaande kaart een hartvorm, welke vorm echter ook alreeds bij een uitbreiding tot 90° kenbaar wordt.

De afwijkingen zijn even zoo belangrijk als bij de projectie van Bonne.

3. De projectie van Flamsteed.

Hier is de equator middenparallel, de straal der cirkelbogen, die bij de projectie van Bonne de parallellen voorstellen, is oneindig groot en die cirkelbogen gaan dus over in rechte lijnen.

Alle formules, betrekking hebbende op de projectie van Bonne gaan ook voor die van Flamsteed door, mits slechts $\vartheta = 90°$ of $\varphi = 0°$ gesteld wordt.

4. De polykonische projecties

Worden bij de Bonne-projectie de parallelcirkels als concentrische cirkelbogen afgebeeld, dit is niet het geval bij de polykonische projectie, de middelpunten der cirkels in projectie vallen niet samen maar liggen op een rechte lijn.

Bij de polykonische projectie, in gebruik in de Vereenigde Staten bij de Coast Survey Office, wordt het af te beelden gebied door parallelcirkels in smalle zônes verdeeld gedacht en elke dier zônes afgebeeld op een kegel, die er in de middenparallel aan raakt. De projectie heeft dus plaats op een stelsel van afgeknotte kegels, waarvan de toppen in K, K_1, K_2, K_3 enz.; het grondvlak van den eenen is het bovenvlak van den anderen (fig. 22)

Bij ontwikkeling van de projectievlakken zullen, wanneer de mantelstukken elkaar in den middenmeridiaan raken, de uiteinden zich meer en meer van elkaar verwijderen. (fig. 23) doch worden de stralen zeer smal genomen, dan hebben die gapingen uit een practisch oogpunt weinig beteekenis.

(1) De hier behandelde projectie werd het eerst toegepast door Mercator voor de kaart van Europa van 1554 en later opnieuw gebezigd door Rigobert Bonne (1727—1795) naar wien zij dan in den regel ook genoemd wordt.

REPUBLIK INDONESIA

De rechthoekige coördinaten x, y van een punt D, met het snijpunt van parallelcirkel en middenmeridiaan als oorsprong, worden gevonden uit

$$x = m \sin \xi$$

$$y = m\,(1 - \cos \xi) = 2\, m \sin^2 \frac{\xi}{2}.$$

De hoek ξ wordt hier echter door het lengteverschil λ en de breedte φ evenzoo bepaald, als vroeger $\lambda' = n\,\lambda$ uit λ en φ_0 gevonden werd, d. i. hier $\xi = \lambda \sin \varphi$. Ondervolgende tafels geven een denkbeeld van de vervormingen (1).

Waarde van $2\,\omega$.

$\lambda =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$\varphi =$							
0°	0° 0′	1° 55′	7° 21′	15° 20′	24° 50′	34° 55′	44° 51′
15°	0 0	1 48	6 53	14 26	23 29	33 9	42 49
30°	0 0	1 27	5 36	11 52	19 33	28 1	36 43
45°	0 0	0 58	3 45	8 9	13 42	20 4	26 52
60°	0 0	0 29	1 54	4 11	7 13	10 50	14 51
75°	0 0	0 8	0 31	1 9	1 57	3 4	4 18
90°	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0

$$a = 1 + \frac{1}{2}\, m^2 \cos^2 \varphi,$$

$$b = 1,$$

$$\omega = \frac{1}{4}\, \lambda^2 \cos^2 \varphi;$$

de meridianen en parallellen snijden elkaar nagenoeg rechthoekig.

Waarde van $S = ab$.

$\lambda =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$\varphi =$							
0°	1.000	1 034	1.137	1.308	1.548	1.857	2.234
15°	1.000	1 032	1.128	1 287	1.508	1.792	2.135
30°	1.000	1.026	1.102	1 228	1.402	1.620	1.879
45°	1.000	1.017	1 068	1.150	1.262	1 399	1.556
60°	1.000	1.009	1.034	1.074	1.128	1.192	1.264
75°	1.000	1.002	1.009	1.020	1 034	1.050	1.068
90°	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Een andere vorm van de polykonische projectie is de orthogonale polykonische projectie, welke door het Ministerie van Oorlog in Engeland voor de afbeelding van grootere deelen der aardoppervlakte gebruikt wordt. De parallelcirkels worden hier alsvoren geteekend, de middenmeridiaan is equidistant; om

(1) Zeer omvangrijke tafels die berekende coördinaten bevatten, zijn opgenomen in de „Projection tables of the U. S. Navy" — Bureau of Navigation Washington 1869.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

echter rechthoekige snijding van meridianen en parallelcirkels te verkrijgen wordt afgezien van de equidistantie der parallelcirkels. Slechts de equator wordt op ware lengte ingedeeld en door de deelpunten worden bogen getrokken die alle parallelcirkels orthogonaal snijden. Nadat de middenmeridiaan is verdeeld, worden de snijpunten op hoogst eenvoudige wijze gevonden. Men heeft $\text{tang}\ \frac{\xi}{2} = \frac{\lambda}{2}$ voor φ (λ uitgedrukt in deelen van den straal). Hieruit volgt de volgende constructie. Om een punt van den parallelcirkel te vinden waarvan het lengteverschil met den middenmeridiaan $= \lambda$, wordt in het middenmeridiaanpunt van dien parallelcirkel een loodlijn van de halve lengte van den betrekkelijken boog van den parallelcirkel opgericht, dus $\text{PT} = \frac{1}{2} r \lambda \cos \varphi$ (r = aardstraal), (fig. 24) het snijpunt van TB = PT met den parallelcirkel geeft het gevraagde punt B. De projectie is conform noch equivalent.

$$a = 1 + 2\ \text{tang}^2\ \vartheta\ \sin^2\ \frac{\xi}{2}$$

$$b = \cos^2\ \frac{\xi}{2}.$$

Waarde van $2\ \omega$.

$\lambda =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$\varphi =$							
0°	0° 0′	1° 56′	7° 21′	15° 21′	24° 51′	34° 54′	44° 54′
15°	0 0	1 52	7 7	14 54	24 11	34 3	43 54
30°	0 0	1 43	6 29	13 39	22 58	31 39	41 3
45°	0 0	1 27	5 36	11 54	19 38	28 9	36 53
60°	0 0	1 13	4 43	10 5	16 56	24 23	32 19
75°	0 0	1 2	4 2	8 43	14 40	21 27	28 40
90°	0 0	0 59	3 48	8 13	13 51	20 19	27 16

Waarde van $S = ab$.

$\lambda =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$\varphi =$							
0°	1.000	1.034	1.127	1.308	1.548	1.857	2.234
15°	1.000	1.031	1.122	1.272	1.475	1.728	2.022
30°	1.000	1.021	1.083	1.177	1.296	1.428	1.561
45°	1.000	1.008	1.031	1.061	1.091	1.114	1.125
60°	1.000	0.996	0.982	0.958	0.930	0.880	0.828
75°	1.000	0.987	0.948	0.890	0.820	0.744	0.668
90°	1.000	0.983	0.936	0.866	0.785	0.700	0.618

Een derde polykonische projectie, de Duitsche polyeder projectie, zal later worden behandeld.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

HOOFDSTUK IV.

DE CYLINDERPROJECTIES.

Zooals reeds werd opgemerkt, gaat bij de kegelvormige projectie de kegelmantel in een cylindermantel over wanneer $n = 0$ wordt. Bij de ontwikkeling van het cylindervlak *doen de meridianen* zich als evenwijdige rechte lijnen voor, de stralen der parallelcirkels zijn oneindig groot en worden daarom geen cirkels op de afbeelding, maar gaan ook over in evenwijdige rechte lijnen.

Normale cylindervormige kaartprojecties zijn afbeeldingen van het boloppervlak op het platte vlak, waarbij meridianen en parallellen als evenwijdige rechte lijnen weergegeven worden, de parallellen snijden de meridianen onder rechte hoeken.

Laat men den cylinder den bol langs den evenaar raken, denkt men zich door aardas en de meridianen vlakken gebracht die den cylindermantel snijden, wordt de mantel langs een beschrijvende lijn b. v. een meridiaanbeeld opengesneden en verder in het platte vlak ontwikkeld, dan voldoet alleen de equator aan den eisch der lengtegelijkheid, de parallellen zijn allen even groot en wel gelijk aan den equator.

Daar de parallelcirkels in de richting van de pool in lengte afnemen, en de pool zelf slechts een punt is, maar toch als een rechte lijn even lang als de equator afgebeeld wordt, volgt hieruit dat cylindrische projecties zich slechts eigenen voor zônes van geringe breedteuitgestrektheid, inzonderheid voor streken, wier grenzen op korten afstand ten noorden en zuiden van den equator gelegen zijn.

Voor het aangeven der parallelcirkels wordt niet een functie van den poolsafstand maar een functie van den equatorsafstand of geographische breedte gebruikt

$$y = f(\varphi).$$

Bij de normale cylinderprojectie is zoowel berekening als teekening zeer eenvoudig. Men behoeft in een stelsel van elkaar rechthoekig snijdende lijnen voor een meridiaan slechts het snijpunt met den equator of met één parallelcirkel, voor een parallel slechts het snijpunt met één meridiaan vast te stellen.

Bij niet normale projecties is het snijpunt van een hoofdcirkel met den grondcirkel, (1) oorsprong van het coördinaten stelsel. Zijn de geographische coördinaten λ, φ van dat snijpunt vastgesteld, dan kan ook de ligging van het

(1) De grondcirkel is de groote cirkel die bij niet normale projecties in de plaats komt van den equator.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

hoofdpunt bepaald worden. Is α' het N. W. azimut van den grondcirkel in het snijpunt, zoo is het N. O. azimut van den hoofdcirkel $\alpha'' = 90° + \alpha$ en in den boldriehoek MNP (fig. 25) zijn, wanneer M het snijpunt, N de Noord- (resp. Zuid-) pool, P een te bepalen hoofdpunt is, bekend de zijden

$$MN = c = 90° - \varphi$$
$$MP = b = 90°$$

en de ingesloten hoek.

De poolsafstand van P $= a$ en β, het lengteverschil tusschen M en P, moeten berekend worden uit de formules van Gauss

$$\text{tang}\,\frac{\beta + \gamma}{2} = \text{cotg}\,\frac{\alpha'}{2}\,\frac{\cos\frac{b-c}{2}}{\cos\frac{b+c}{2}}$$

$$\text{tang}\,\frac{\beta - \gamma}{2} = \text{cotg}\,\frac{\alpha'}{2}\,\frac{\sin\frac{b-c}{2}}{\sin\frac{b+c}{2}}$$

waaruit β bepaald wordt.

NP $= a$ wordt gevonden uit de Neperiaansche analogiën

$$\cos\frac{a}{2} = \frac{\cos\frac{\alpha'}{2}.\cos\frac{b-c}{2}}{\sin\frac{\beta+\gamma}{2}}$$

of

$$\sin\frac{a}{2} = \frac{\cos\frac{\alpha'}{2}.\sin\frac{b-c}{2}}{\sin\frac{\beta-\gamma}{2}}.$$

Met P is gelijktijdig ook de ligging van het tweede hoofdpunt (tegenpool) bepaald. De beide punten hebben de breedte φ_0 en $-\varphi_0$. Voor het af te beelden gebied worden de snijpunten van het graadnet bepaald en voor deze de azimutale coördinaten α, δ van uit de hoofdpunten φ_0 en $-\varphi_0$ zoodanig, dat de grondcirkel de grens voor elke berekening vormt. Daar bij normale cylinderprojecties de equatorsafstand of de breedte den poolsafstand δ vervangt, wordt voor elk netpunt de afstand van den grondcirkel $n = 90° - \delta$, die overeenstemt met de breedte φ van de normale projectie, berekend. De waarden α worden op den grondcirkel van af den coördinatenoorsprong geteld. Is het azimut van den hoofdcirkel in het hoofdpunt $\varphi_0 = \alpha$, dan verkrijgt men de met de waarden λ in de normale projectie overeenkomende waarden ξ, door alle α van α_0 af te trekken. Is

$$\alpha_0 - \alpha = +\xi\ (\alpha_0 > \alpha)\ \text{en}$$
$$\alpha - \alpha_0 = -\xi\ (\alpha > \alpha_0),$$

dan wordt hiermede meteen de ligging van een punt aan een bepaalde zijde van den hoofdcirkel aangeduid en wordt overeenstemming verkregen met oostelijke en westelijke lengte in het normale geval. De coördinaten ξ, n

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

komen overeen met de coördinaten λ, φ van de normale projectie en kunnen voor alle soorten cylinderprojectie op denzelfden grondcirkel benut worden; zij worden ook op dezelfde wijze in rechthoekige coördinaten omgezet als λ en φ; voor de laatste is de equator de x-, de eerste meridiaan de y-as, die bij ξ, η door grond- en eersten hoofdcirkel vervangen worden.

Bij de transverse projectie is de berekening iets eenvoudiger, daar de grondcirkel een meridiaan, de equator de eerste hoofdcirkel is. Het net bestaat uit vier symmetrische deelen, zoodat slechts voor één quadrant de waarden ξ en η uit $\varphi_0 = 0°$ bepaald behoeven te worden.

De assen der indikatrix liggen in de richting der hoofd- en horizontaalcirkels en evenals bij de kegelprojectiën hangt de grootte der vervormingen slechts af van de uitbreiding der kaart in de richting van de hoofdcirkels, de uitbreiding in de richting der horizontaalcirkels kan willekeurig groot zijn. De horizontaalcirkels zijn ook hier lijnen van gelijke vervormingen.

A. CYLINDERPROJECTIES MET EQUIDISTANTE HOOFDCIRKELS.

1. De equidistante cylinderprojectie met equidistanten equator of kwadratische platkaart.

Deze projectie komt overeen met de azimutale met de straalformule $f(\vartheta) =$ boog ϑ en met de eenvoudige kegelprojectie met de straalformule $m =$ tang $\vartheta_0 -$ boog ε. Zij wordt verkregen door den cylinder langs den evenaar te laten raken en de parallelcirkels op de spherische afstanden van den equator in te teekenen. De projectie doet zich voor als een net van kwadraten, de rechthoekige coördinaten van een willekeurig punt ($\lambda_0 \varphi$) zijn, wanneer de x-as met den equator en de y-as met den midden- of nulmeridiaan samenvalt, bepaald door

$$x = \text{boog } \lambda, \qquad y = \text{boog } \varphi.$$

Wegens de lengtegelijkheid der meridianen is $h = 1$; een kaartparallel verhoudt zich tot den daarmede overeenstemmenden bolparallel als

$$\frac{2\,r\pi}{2\,r\pi\cos\varphi} = \frac{1}{\cos\varphi} = \sec\varphi,$$

alzoo $$k = \sec\varphi.$$

Daar $\sec\varphi > 1$, $a = k = \sec\varphi$, $b = h = 1$,

$$S = \sec\varphi$$

$$\sin\omega = \frac{a-b}{a+b} = \frac{1-\cos\varphi}{1+\cos\varphi} = \tan g^2\frac{\varphi}{2}.$$

$\varphi =$	$\pm 0°$	$\pm 15°$	$\pm 30°$	$\pm 45°$	$\pm 60°$	$\pm 75°$	$\pm 90°$
$2\,\omega$	0° 0′	1° 59′	3° 14′	10° 46′	38° 57′	72° 9′	180° 0′
a	1.000	1.035	1.155	1.414	2.000	3.864	∞
b	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$S = ab$	1.000	1.035	1.155	1.414	2.000	3.864	∞

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Uit de tafel blijkt dat de toepassing van deze projectiemethode niet aan te bevelen is voor streken ver van den equator gelegen; op hoogere breedte neemt de nauwkeurigheid der kaart snel af, daar de parallelcirkels even lang blijven, terwijl zij in werkelijkheid tot 0 worden.

2. De projectie van Cassini—Soldner of de transversaal platkaart.

De cylinder raakt in een meridiaan; de projectie berust overigens op dezelfde grondslagen als de projectie ad 1. Cassini paste haar toe voor de groote kaart van Frankrijk. Later is zij door Soldner voor de topographische atlas van het koninkrijk Beieren aangewend en ook aan de oudere Generale Staf-kaarten van Wurtemburg en Baden, alsmede de in 1816 begonnen kaart van Oostenrijk-Hongarije ligt zij ten grondslag. De projectie eigent zich bijzonder voor kaarten van landen, die een lang gerekten vorm in de richting van den meridiaan hebben, b. v. Chili. Wanneer het kaarten op groote schaal betreft, zijn de berekeningen voor de projectie van Cassini—Soldner zeer ingewikkeld, voor atlaskaarten en dergelijke heeft men slechts de azimutale coördinaten α, ϑ voor $\varphi_0 = 0°$ in de coördinaten ξ, n om te rekenen, waarbij er alleen op gelet moet worden, dat λ op de kaart overeenstemt met $90° - \lambda$ in de tafel der α, ϑ. Uit ξ, n worden de coördinaten x, y gevonden zooals bij de kwadratische platkaart

$$x = \text{boog } \xi$$
$$y = \text{boog } n.$$

3. De rechthoekige platkaart.

Komt de kwadratische platkaart met de eenvoudige kegelprojectie met equidistante meridianen en raakparallel overeen, de rechthoekige platkaart kan vergeleken worden met de kegelprojectie van De l'Isle. Zij wordt gebruikt om een zône van grootere breedte- (bij transversale projectie lengte-) uitgestrektheid af te beelden. Instede van een raakcylinder dient een snij-cylinder als projectievlak, de parallellen φ_0 en $-\varphi_0$ worden equidistant afgebeeld, de meridianen behouden de ware lengte; het graadnet bestaat dus uit een net van rechthoeken, die meer van een kwadraat afwijken naarmate φ_0 grooter of $n = \cos \varphi_0$ kleiner is.

Bij deze projectie is, wanneer φ een parallel tusschen φ_0 en $-\varphi_0$

$$a = h = 1$$

$$b = k = \frac{\cos \varphi_0}{\cos \varphi} = \frac{n}{\cos \varphi} < 1$$

$$\sin \omega = \frac{a - b}{a + b} = \frac{\cos \varphi - \cos \varphi_0}{\cos \varphi + \cos \varphi_0}.$$

Ligt φ buiten de zône begrensd door de parallellen φ_0 en $-\varphi_0$, dan

$$b = h = 1$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$a = k = \frac{\cos \varphi_0}{\cos \varphi} > 1$$

$$\sin \omega = \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi}{\cos \varphi_0 + \cos \varphi}$$

S is voor beide gevallen $= ab = \frac{\cos \varphi_0}{\cos \varphi}$.

Tafel der afwijkingen voor een rechthoekige platkaart met equidistante parallelcirkels op 45° nooder- en zuiderbreedte.

$n = \cos 45° = 0.7071.$

$\varphi =$	$\pm$ 0°	$\pm$ 15°	$\pm$ 30°	$\pm$ 45°	$\pm$ 60°	$\pm$ 75°	$\pm$ 90°
2ω	19° 45′	17° 58′	11° 36′	0° 0′	19° 45′	55° 18′	180° 0′
a	1.000	1.000	1.000	1.000	1.414	2.732	∞
b	0.707	0.732	0.816	1.000	1.000	1.000	1.000
S	0.707	0.732	0.816	1.000	1.414	2.732	∞

Tafel der afwijkingen voor een rechthoekige platkaart met equidistante parallelcirkels op 20° noorder- en zuiderbreedte.

$n = \cos 20° = 0.9397.$

$\varphi =$	$\pm$ 0°	$\pm$ 5°	$\pm$ 10°	$\pm$ 15°	$\pm$ 20°	$\pm$ 25°	$\pm$ 30°	$\pm$ 35°	$\pm$ 40°
2ω	3° 34′	3° 21′	2° 41′	1° 35′	0° 0′	2° 5′	4° 41′	7° 52′	11° 41′
a	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.037	1.085	1.147	1.227
b	0.939	0.943	0.954	0.973	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
S	0.939	0.943	0.954	0.973	1.000	1.037	1.085	1.147	1.227

B. DE EQUIVALENTE CYLINDERPROJECTIES.

Ofschoon nog een paar andere ontwerpen bestaan, zal hier alleen de projectie van LAMBERT of de *isocylindrische* projectie met equidistanten equator behandeld worden.

De oppervlakte van een bol $O = 4\ r^2\pi$, van een mantel van een rechten cylinder $M = 2\ r\pi\ h$.

Zal dus manteloppervlak aan boloppervlak gelijk zijn, dan

$$M = O = 2\ r\pi h = 4\ r^2\pi$$

of $$h = 2\ r.$$

Daar de equivalentie in de kleinste deelen moet bestaan, dienen de equatorafstanden der parallelcirkels bepaald te worden. Een door twee willekeurige parallellen ingesloten bolzône moet op den mantel een gelijk oppervlak weergeven. De oppervlakte van een zône is gelijk aan die van een rechten cylindermantel, die den grooten cirkel van den bol tot grondvlak en de hoogte van de zône tot hoogte heeft en dus moet de afstand van de parallellen in de projectie gelijk zijn aan die tusschen de parallelvlakken op den bol.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Men heeft dus in de projectie den afstand van een parallel tot den equator $y = \sin \varphi$ en derhalve de rechthoekige coördinaten in de projectie van een punt λ. φ op den bol zijn

$$x = \text{boog } \lambda, \qquad y = \sin \varphi$$

In het algemeen

$$\frac{\text{kaartparallel } \varphi}{\text{bolparallel } \varphi} = k = \frac{2\, r\, \pi}{2\, r\, \pi \cos \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi} = \sec \varphi,$$

wegens de equivalentie $h = \cos \varphi$, waaruit volgt

$$a = k = \sec \varphi$$
$$b = h = \cos \varphi$$

$$\tan \frac{\omega}{2} = \frac{a - 1}{a + 1}$$

$$\frac{\frac{1}{\cos \varphi} - 1}{\frac{1}{\cos \varphi} + 1} = \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}$$

of

$$\tan \frac{\omega}{2} = \tan^2 \frac{\varphi}{2}.$$

$\varphi =$	$\pm 0°$	$\pm 15°$	$\pm 30°$	$\pm 45°$	$\pm 60°$	$\pm 75°$	$\pm 90°$
$2\,\omega$	0° 0′	3° 58′	16° 26′	38° 57′	73° 44′	121° 57′	180° 0′
a	1.000	1.035	1.155	1.414	2.000	3.864	∞
b	1.000	0.966	0.866	0.707	0.500	0.259	0.000
S	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

C. CONFORME CYLINDERPROJECTIES.

1. De projectie van Mercator (fig. 26).

Opdat een cylinderprojectie conform zij, moet $a = b$ zijn; bij het eenvoudigste geval wordt de equator equidistant afgebeeld, maar ook alle parallelcirkels wier lengte in reden van *den cosinus van de geographische breedte* afnemen, zijn in teekening gelijk aan den equator; dus worden in verhouding van $\frac{1}{\cos \varphi} = \sec \varphi$ vergroot.

Om de kaart conform te doen zijn, moeten daarom de afstanden der parallelcirkels in verhouding van de secans der breedten toenemen.

Een benaderde waarde voor y wordt verkregen uit

$$y = (\sec 1' + \sec 2' + \ldots\ldots\ldots + \sec \varphi) \text{ boog } 1'.$$

Laat men de opvolgende waarden van den boog steeds minder en minder van elkander verschillen, dan zal de benaderde waarde steeds meer en meer naderen tot de juiste waarde. Wiskundig kan worden aangetoond, dat wanneer de opvolgende waarden oneindig weinig van elkander verschillen, men verkrijgt

$$y = \text{Nep. log tang } \left(45° + \frac{\varphi}{2}\right).$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Daar de meridianen in de richting van de pool in dezelfde verhouding vergroot worden als de paralleleirkels, is de projectie conform

$$a = b = \sec \varphi$$
$$S = ab = \sec^2 \varphi$$

en

$$\omega = 0°.$$

De uitdrukking voor y toont aan, dat voor $\varphi = 0$ ook $y = 0$ wordt, daar tang $45° = 1$ en log $1 = 0$. Voor $\varphi = 90°$ wordt $y = \infty$ en de projectie dus tot in het oneindige uitgebreid; dus is de geheele aarde niet af te beelden.

Op hoogere breedte nemen de lengte- en oppervlakteveranderingen beduidend toe. Een graadveld op 60° breedte heeft de halve oppervlakte van een aan den equator, op de kaart wordt het echter tweemaal grooter, dus is viermaal vergroot.

Nevenstaande tafel geeft een overzicht der afwijkingen.

$\varphi =$	$a = b = \sec \varphi$	$S = ab = \sec^2 \varphi$
0°	1.00	1.00
5°	1.0038	1.0077
10°	1.0154	1.0311
15°	1.0353	1.0718
20°	1.0642	1.1325
25°	1.1034	1.2174
30°	1.1547	1.3333
35°	1.2208	1.4903
40°	1.3054	1.7047
45°	1.4142	2.00
50°	1.5557	2.420
55°	1.7434	3.04
60°	2.00	4.00
65°	2.3663	5.599
70°	2.924	8.548
75°	3.864	14.928
80°	5.759	33.16
85°	11.474	131.65
89°	57.30	3283.0
90°	∞	∞

De conforme cylinderprojectie, kortweg MERCATOR-projectie genoemd, vindt voornamelijk slechts toepassing op kaarten der geheele aarde, indien het op een juiste voorstelling der landen weinig aankomt; zooals b. v. op wind- en regenkaarten, of zulke die de zeestroomen, de verbreiding van planten en dieren of andere factoren der algemeene aardrijkskunde moeten aanduiden. Wil men op een dergelijke kaart de oppervlakten van landen vergelijken, dan moet er op gelet worden, dat van den evenaar naar de polen de schaal der kaart voortdurend verandert, zoodat op iedere breedte een andere maatstaf gebezigd moet worden, waarvan fig. 27 een voorstelling geeft. Beschouwt men een wereldkaart volgens deze projectie vervaardigd, dan ziet men dat Groenland op hooge breedte onevenredig groote afmetingen heeft in vergelijking met Afrika, dat door den equator wordt gesneden. Maar ook het noordelijk deel van Zweden en Noorwegen is veel te groot voorgesteld in vergelijking met het zuidelijk deel, zoodat heel Scandinavië een aanmerkelijke vormverandering heeft ondergaan.

Een groote beteekenis heeft de projectie van MERCATOR voor de zeekaarten gekregen, ja langzamerhand is zij de eenige daarop gebruikelijke geworden. Dit heeft zij te danken aan de omstandigheid dat zij de loxodroom (1) door een rechte lijn weergeeft.

(1) De uitdrukkingen orthodroom en loxodroom zijn uit ons land afkomstig. SIMON STEVIN, de bekende raadsman en vriend van Prins MAURITS, duidde in zijn in het Nederlandsch geschreven Histiodromie deze richtingen als regte en crommе zeijlstraten aan, terwijl SNELLIUS in de Latijnsche vertaling van dit werk de lineа orthodromica en loxodromica noemde, welke uitdrukkingen weldra algemeen ingang vonden.

PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS INDONESIA
REPUBLIK INDONESIA

Indien men op een plat vlak, van een bepaald punt uit, een tweede punt langs den kortsten weg en zonder van richting te veranderen wil bereiken, dan moet men zich langs een rechte lijn, n.l. een der door de kompasroos aangeduide hemelstreken bewegen, b. v. in N. O. of in W. Z. W. richting, waarbij de richtingshoek door ons azimut wordt aangeduid. Op de bolvormige aardoppervlakte kunnen beide voorwaarden niet meer door een lijn worden vervuld, doordat de meridianen, die men op zijn weg overschrijdt, niet onderling evenwijdig loopen, maar naar de polen convergeeren. Begeeft men zich derhalve op aarde van een punt A naar een punt B langs den kortsten weg, d. i. den grooten cirkel, die door A en B gaat, (fig. 28 en 29) dan zal de richtingshoek voortdurend veranderen; omgekeerd kan men ook wel steeds in dezelfde richting voortgaan van A naar B, doch volgt alsdan echter niet meer den kortsten weg.

Bij de scheepvaart wordt nu de koerslijn, d. i. de door het schip te volgen weg, orthodroom (= rechtloopend) genoemd, indien zij den kortsten afstand volgt, dus met een grooten cirkel van den bol samenvalt; loxodroom (scheefloopend), wanneer de richting onveranderd blijft, dus de koers een gebogen lijn volgt, die alle meridianen onder denzelfden hoek snijdt. Daar het voor een schip moeielijk is telkens van koers te veranderen, wordt doorgaans aan de loxodroom de voorkeur gegeven, en was het daarom voor de zeelieden van het grootste belang, dat Mercator deze loxodroom op zijne kaart door een rechte lijn kon voorstellen, wijl bij zijn projectie — anders dan op den bol — de meridianen onderling evenwijdig loopen. Met behulp der Mercator-kaart kan de zeeman derhalve gemakkelijk zoowel zijn richting bepalen, als den afgelegden weg meten.

Voor de berekening van het hoofd-driehoeksnet van Nederlandsch-Indië wordt evenzeer gedeeltelijk gebruik gemaakt van de projectie van Mercator, waarbij dan rekening wordt gehouden met de nader te beschouwen ware gedaante der aarde. De conforme overbrenging heeft plaats volgens een door professor Schols ontwikkelde methode (1), die ook tendeele wordt toegepast voor de berekening van de driehoekspunten der tweede orde.

Voorts werd de Mercator-projectie o. a. toegepast voor de kaarteering van de Westerafdeeling van Borneo; zij was hier bruikbaar, omdat het gewest zich slechts enkele graden benoorden en bezuiden van den evenaar uitstrekt. Tot coördinatenassen, ter berekening van de ligging in de projectie, werden gekozen de meridiaan van Singkawang en de evennachtslijn. Ook de kort geleden verschenen overzichtskaart van Nederlandsch-Indië op 1 : 2500000 is in de Mercator-projectie bewerkt.

---

(1) Ch. M. Schols. Sur l'emploi de la projection pour le calcul d'une triangulation dans le voisinage de l'equateur. Annales de l'ecole Polytechnique de Delft, Tome I. Leiden 1884. De formules voor de conforme overbrenging van het driehoeksnet in het platte vlak, door middel van de projectie van Mercator, zijn opgenomen in hoofdstuk IV van de Geodetische tafels en formules ten gebruike bij de triangulatie van het eiland Sumatra.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Onderstaande tafel geeft met intervallen van 5° de afstanden van de parallelcirkels tot den equator in kilometers, waarbij rekening is gehouden met de ware gedaante der aarde. In de derde rubriek zijn de ordinaten uitgedrukt in equatorgraden, terwijl in de laatste rubriek de vergrooting is aangegeven. Op bladzijde 97 worden voor zoover het den Indischen Archipel aangaat, de afmetingen in de MERCATOR-projectie meer gedetailleerd opgegeven.

$\varphi =$	y in Kilometers.	y in Equatorgraden.	$\frac{1}{\cos \varphi} = \sec \varphi.$
0°	0.00	0° 0′ 0″	1.000
5°	553.53	4 58 23	1.004
10°	1111.37	9 57 7	1.015
15°	1677.98	15 4 40	1.035
20°	2258.20	20 17 18	1.064
Keerkringcirkel	2670.28	23 59 25	1.090
25°	2857.42	25 40 18	1.103
30°	3481.84	31 16 5	1.154
35°	4138.97	37 11 11	1.220
40°	4837.99	43 28 0	1.303
45°	5590.74	50 13 44	1.412
50°	6412.88	57 36 50	1.552
55°	7326.09	65 49 0	1.740
60°	8361.84	75 7 29	1.995
65°	9568.60	85 58 0	2.360
Poolcirkel	9986.41	89 43 14	2.504
70°	11027.35	99 4 22	2.914
75°	12889.55	115 48 7	3.851
80°	15494.89	139 12 11	5.749
85°	19927.06	179 1 47	11.486
90°	∞	∞	∞

2. De conforme transversale cylinderprojectie.

De cylinder raakt aan een meridiaan, de berekening en constructie met gebruikmaking der sphersche coördinaten α, δ voor $\varphi_0 = 0°$ werd reeds bij de behandeling der projectie van CASSINI—SOLDNER duidelijk gemaakt. Voor een punt φ, λ zijn de rechthoekige coördinaten

$$x = \text{boog } \xi$$

$$y = \text{nep. log tang } \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\eta}{2}\right).$$

De als een rechte lijn afgebeelde equator is Y-as, de nul- (midden-) meridiaan X-as; alle x, y hebben dubbele teekens. De lijnen van gelijke afwijking, die bij de MERCATOR-projectie met de parallelcirkels samenvallen, vallen hier samen met de horizontaalcirkels en loopen dus evenwijdig met de X-as De afwijkingen vermeld bij de MERCATOR-projectie zijn hier dezelfde, wanneer de horizontaalcirkels gesteld worden in plaats van de parallelcirkels.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

3. De scheeve conforme cylinderprojectie.

De voor de MERCATOR-projectie voorop gezeten verhoudingen kunnen ook toegepast worden op den cylinder, die den aardbol langs een willekeurigen grooten cirkel raakt. Hoe voor zulk een scheeve projectie, de raakcirkel, de in de plaats van de coördinaten λ, φ komende ξ, n berekend worden, is reeds vroeger duidelijk gemaakt.

Ook over de berekening der eindcoördinaten x, y behoeft niets meer gezegd te worden; de scheeve cylinderprojectiën onderscheiden zich slechts van elkaar door de waarde der uitdrukking

$$y = f(n).$$

D. CONVENTIONEELE OF ONECHTE CYLINDERPROJECTIES.

Hiertoe kunnen alle projecties gerekend worden, waarbij de parallelcirkels als evenwijdige rechte lijnen afgebeeld worden, terwijl de meridianen kromme lijnen zijn, die in de polen convergeeren. Zijn x, y de coördinaten van een punt λ, φ, dan is y evenals bij alle projecties een functie van φ alleen, x daarentegen een functie van λ en φ. Onder de onechte cylinderprojecties komen geen conforme, wel zeer vele equivalente voor. Van practische beteekenis zijn alleen die, waarbij de grensmeridiaan als een gesloten kromme lijn voorgesteld wordt, die symmetisch is aan de door een rechte lijn afgebeelden middenmeridiaan. Van de onechte cylinderprojecties worden genoemd die van SANSON—FLAMSTEED en die van MOLLWEIDE. Bij de eerste worden de equator en middenmeridiaan beiden voorgesteld door een rechte lijn in de ware verhouding verdeeld. Hetzelfde heeft plaats met de evenwijdig aan den equator loopende parallelcirkels; de punten van gelijke lengte worden door krommen verbonden, deze stellen de meridianen voor.

Bij de projectie van MOLLWEIDE wordt de oppervlakte van een halfrond voorgesteld door een cirkel van dezelfde oppervlakte. Middenmeridiaan noch parallelcirkels worden in de ware verhouding ingedeeld.

Daar bij de projectie van SANSON—FLAMSTEED de afstanden der meridianen vanaf de pool gerekend, met den sinus van den poolsafstand toenemen, wordt zij ook soms de sinusoidale genoemd.

De projectie van MOLLWEIDE heet ook wel de „homalographische projectie van BABINET".

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

HOOFDSTUK V.

BIJZONDERE PROJECTIES.

Behalve de behandelde projecties bestaan er nog verschillende andere, die met een bepaald doel of in een bepaald land toepassing vinden. Een projectie, die nogal, hoewel minder dan vroeger toepassing vindt om het oostelijk of westelijk halfrond af te beelden, zij hier slechts vermeld, n. l. de globulaire-projectie. Om deze projectie te ontwerpen (fig. 30) worden equator en middelste meridiaan als een rechthoekig kruis geteekend. De cirkel met het snijpunt als middelpunt wordt, indien men het graadnet bijv. van 10° tot 10° wil teekenen, in 36 gelijke deelen, de beide rechte lijnen van af het snijpunt in 9 gelijke deelen verdeeld. Op deze wijze worden voor iederen meridiaan en parallel 3 snijpunten verkregen, waardoor een cirkel volkomen bepaald is.

De hier behandelde projectie wordt meer speciaal „de globulaire projectie" genaamd. In het algemeen verstaat men echter onder *globulaire projecties* die projectiemethoden, waarbij door afbeelding der meridianen en parallellen door kromme lijnen, getracht wordt den bolvorm der aarde bij bloote beschouwing van de kaart alleen reeds goed te doen uitkomen.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

HOOFDSTUK VI.

DE AARDE ALS ELLIPSOIDE.

Tot nu toe werd de aarde beschouwd als een bol; voor kaarten op grootere schaal moet echter van den bolvorm worden afgezien en de ware gedaante van de aarde in oogenschouw genomen worden.

Het physisch aardoppervlak d. i. het begrenzingsvlak tusschen atmosfeer eenerzijds en de vaste en vloeibare deelen anderzijds, is niet of althans zeer moeielijk aan eene wiskundige analyse te onderwerpen. Denkt men zich echter het oppervlak van alle zeeën in hunne evenwichtstoestand — dus zonder eb, vloed en golfslag — in verbinding gebracht door een net van kanalen onder het vaste land voortgezet, dan wordt dit watervlak de geoïde genoemd. Het staat overal loodrecht op de richting der zwaartekracht.

De geoïde wijkt, de grootte der aardafmetingen in aanmerking genomen, weinig af van de omwentelingsellipsoïde, een lichaam dat ontstaat door de draaiing van een ellips om haar kleine as (hier aardas) (1) en genomen wordt als grondslag voor de berekeningen.

Alle doorsneden loodrecht op het vlak van den equator, dus evenwijdig aan de aardas, die bij den bol cirkels waren, gaan over in ellipsen, waarvan de groote assen in het vlak van den equator hunne lengte behouden en de kleine assen, welke evenwijdig loopen aan de aardas $\pm \frac{1}{300}$ worden verkort.

Alle doorsneden evenwijdig aan de aardas, (waaronder de meridianen) zijn gelijkvormige ellipsen.

Gelijkvormig zijn ook alle onderling evenwijdige doorsneden, daar van alle doorsneden die evenwijdig loopen aan het vlak van den equator, de afmetingen gelijke lengte behouden, terwijl die welke loodrecht op den equator staan, in dezelfde mate worden verkort.

In het raken van een rechte lijn aan een kromme of van een plat vlak aan een gebogen oppervlak komt geen verandering, wel in den hoek die de lijn of het vlak met de hoofdas maakt.

---

(1) Bessel heeft de afmetingen der aardellipsoïde berekend, welke afmetingen gediend hebben tot grondslag voor de berekening der tafels opgenomen in de „Geodetische formules ten gebruike bij de triangulatie van het eiland Sumatra". De hierin voorkomende formules zijn voor het grootste deel te danken aan ontwikkelingen van den heer Ch. M. Schols, Hoogleeraar in de Geodesie te Delft.

Verschillende opgaven, alsmede de algemeene geodetische formules zijn opgenomen achter dit hoofdstuk.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De verkorting der lijnen wordt kleiner, naarmate een doorsnede grooter hoek met de aardas maakt; is deze hoek 90° en gaat de doorsnede over in het vlak van een parallelcirkel, dan wordt de verkorting nul.

Wanneer men bij een terrein op den bol, aan een bepaald centraalpunt een raakvlak brengt en op verschillende diepten vlakken evenwijdig daaraan, dan zullen deze den bol snijden volgens cirkels, waarvan de middelpunten op de lijn gelegen zijn, die het centraalpunt met het middelpunt van den bol verbindt.

Past men nu de verkorting toe op alle lijnen, evenwijdig aan de aardas, dan ontstaat er een ellipsoide met een raakvlak aan een bepaald punt en daaraan evenwijdige doorsneden.

Van deze gelijkvormige elliptische doorsneden liggen de middelpunten op de lijn, die het centraalpunt met het middelpunt der ellipsoide verbindt.

Deze lijn staat nu echter niet meer loodrecht op het raakvlak, zooals dat bij den bol het geval was.

De driehoek, bij den bol gevormd door het middelpunt der aarde, het centraalpunt en het snijpunt van de raaklijn aan den meridiaan met het equatorvlak, was rechthoekig. De hypotenusa van dezen driehoek ondergaat geen verandering, als liggende in het vlak van den equator, de beide rechthoekszijden worden echter verkort, zoodat de driehoek niet rechthoekig kan blijven; of met andere woorden: de verticaal gaat niet door het middelpunt der ellipsoide.

Uit het vorenstaande blijkt ons dus op eenvoudige wijze, dat de evenwijdige doorsneden op verschillende diepten der ellipsoide gelijkvormige ellipsen zijn, waarvan de lijn der middelpunten niet loodrecht staat op hunne vlakken, maar wel door het aardmiddelpunt gaat.

Daar de kleine as der doorsneden gelegen is in het meridiaanvlak, zal de afstand van het centraalpunt naar den omtrek van eene bepaalde ellips, langs het oppervlak der aarde gemeten, kleiner zijn in de richting van het noorden of zuiden dan naar het oosten of westen; de kromming van het terrein is derhalve in de richting van den meridiaan grooter dan in de richting loodrecht daarop.

De kromtestraal bereikt haar kleinste waarde in den meridiaan en hare grootste in de richting loodrecht daarop.

De grootte der kromtestralen is evenredig met de vierkanten van de afstanden van het centraalpunt tot het punt van de ellips, gelegen in de richting waarvan de kromtestraal genomen wordt.

Stelt men de halve groote en kleine as van een elliptische doorsnede n en m, dan is dus de verhouding der kromtestralen in deze richtingen: $n^2 : m^2$.

De stralen bereiken in deze richtingen hun minimum en maximum en dragen den naam van hoofdkromtestralen voor dat punt.

De kromtestraal in eene richting, die met den meridiaan een hoek a maakt, vindt men door eerst den afstand te bepalen tusschen het centraalpunt en het punt van eene bepaalde ellips in die richting gelegen. Noemt men

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

dien afstand p en de halve assen van de ellips weer n en m, dan wordt p bepaald door de uitdrukking

$$p^2 = \frac{1}{\frac{\cos^2 a}{m^2} + \frac{\sin^2 a}{n^2}}$$

of wel

$$\frac{1}{p} = \frac{\cos^2 a}{m^2} + \frac{\sin^2 a}{n^2}.$$

De kromtestraal in de richting a verhoudt zich tot dien in den meridiaan of in de richting loodrecht daarop, als $p^2 : m^2$ of $p^2 : n^2$.

Neemt men $a = 45°$, *dan is* p^2 *op* zeer weinig na gelijk aan mn.

Wordt het meetkunstig gemiddelde der beide hoofdkromtestralen genomen, dan verkrijgt men een bol, die in het noorden en zuiden evenveel boven, als in het oosten en westen beneden het aardoppervlak ligt.

Fig. 31 stelt een doorsnede van dezen laatsten bol en van de ellipsoide voor. De gedeelten APB, van noordwest tot noordoost en CPD, van zuidoost tot zuidwest duiden het terrein aan, waar de bol zich boven het aardoppervlak verheft. Bij de overige deelen BPC van noordoost tot zuidoost en DPA van zuidwest tot noordwest, ligt de bol beneden de ellipsoide. De doorsnede van bol en ellipsoide zijn onderling twee flauw gebogen lijnen BDP en APC, makende in P met elkander een hoek, die zeer weinig van 90° afwijkt. Deze bol sluit zeer nauw aan de ellipsoide.

Een bol met kleiner of grooter straal dan bovenvermelde zou de afwijking bij O. en W. of die bij N. en Z. grooter maken; de bol die zich het dichtst aan een gedeelte der aardoppervlakte aansluit, is die, met een straal gelijk aan het meetkundig gemiddelde der beide hoofdkromtestralen in het centraalpunt van dat terrein. Thans zal getracht worden op dezen bol een gedeelte van het oppervlak der ellipsoide over te brengen. Hiertoe is in fig. 32 de onderlinge ligging van beide oppervlakken nader voorgesteld. De afwijking der ellipsoide is sterk vergroot aangegeven, om de afwijking beter in het oog te doen springen.

Het vlak van teekening is dat van den meridiaan van P, het centraalpunt van een terrein van weinig uitgestrektheid. De ellips BNPQZA stelt den meridiaan voor, waarvan A en Q in den equator gelegen zijn (1). De kromtestraal van den meridiaan in P wordt in grootte en stand door PE voorgesteld; die van de richting loodrecht daarop door PD. (Het punt D valt in de aardas). Met het meetkundig gemiddelde van PE en PD, den straal Pc, is nu een bol beschreven, waarvan de doorsnede met het vlak van teekening de cirkel *an*P*qza* is. Deze bol heeft in P hetzelfde raakvlak als de ellipsoide. De onderlinge doorsneden van bol en ellipsoide zijn in fig. 31 voorgesteld. Bij de overbrenging wordt uitgegaan van den parallelcirkel van het centraalpunt P, welke het vlak van teekening snijdt volgens BOP. Als eerste voorwaarde

(1) Fig. 32 is bezwaarlijk juist te teekenen. De cirkel heeft het raakpunt P en nog twee snijpunten met de ellips gemeen. Het eene, dat gelegen is tusschen P en B aan bovenboog, is niet aangegeven en de figuur komt daardoor niet overeen met de voorstelling in fig. 31, waar de bol aan de Noord- en Zuidzijde boven de ellipsoide ligt.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

wordt gesteld, dat de lengten der bogen van dezen cirkel op den bol op hunne ware lengte worden overgebracht.

Om ook de in de nabijheid gelegen parallelbogen zooveel mogelijk onveranderd af te beelden, is de tweede voorwaarde, dat de convergentie der meridianen op den gemiddelden parallelcirkel even groot is op den bol als op de ellipsoide.

De af- en toeneming toch van de parallelbogen bij toe- en afneming der geographische breedte, hangt uitsluitend af van de meridiaanconvergentie; werd deze grootheid dus tengevolge van de overbrenging veranderd, dan zouden de parallellen op den bol óf sneller óf minder snel toe- of afnemen dan op de ellipsoide.

Voor een klein boogje op den parallelcirkel BP en de meridianen door de uiteinden van dat boogje, wordt de convergentie gevonden, door aan de beide meridianen raaklijnen te trekken; deze zullen het verlengde der aardas in een punt T snijden en vormen daar onderling de meridiaanconvergentie.

Laat men nu het uiteinde P van de raaklijn TP zich langs den parallelcirkel PB bewegen, dan ontstaat er een kegelmantel TPB, welke de raaklijnen van alle meridianen in zich bevat.

De raaklijnen uit het punt T aan den bol getrokken, raken dezen in punten van een kleinen cirkel *b*P en vormen een nieuwen kegelmantel *b*TP, rakende den bol volgens *b*P.

Daar het gebogen oppervlak van een kegel ontwikkeld kan worden op een plat vlak en omgekeerd, kan ook een kegelmantel op elken anderen kegelmantel worden overgebracht.

Dit kan hier worden toegepast door het oppervlak van BTP te ontwikkelen op den kegel *b*TP. De lijn TP, die de kegels gemeen hebben, blijft daarbij op hare plaats en daar alle raaklijnen aan den bol en aan de ellipsoide gelijk zijn aan TP, zullen de punten van den parallelcirkel BP langs den kleinen cirkel *b*P van den bol vallen.

De bogen van den parallelcirkel BP worden hierdoor op hunne ware lengte op den bol overgebracht, langs den cirkel *b*P; deze laatste heeft echter kleiner omtrek, zoodat slechts een gedeelte van de eerste parallel kan worden overgebracht, hetgeen geen bezwaar oplevert, daar slechts een terrein van kleinen omvang en niet de geheele oppervlakte der ellipsoide moet worden afgebeeld.

De as van den kegel *b*TP, gaande door het middelpunt *o* van den cirkel *b*P en door het middelpunt *c* van den bol, staat loodrecht op het vlak van den kleinen cirkel *bol*P en, daar dit een parallelcirkel voorstelt, zal *Toc* de gemeenschappelijke doorsnede der meridiaanvlakken op den bol moeten zijn.

Om nu een bepaalden meridiaan van de ellipsoide op den bol over te brengen, behoeft men slechts den boog van BP tusschen dezen en den meridiaan van het punt P, uit P langs P*b* uit te zetten. De geographische lengteverschillen ondergaan hierbij eene verandering, omdat de stralen der bogen

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

zich verhouden als OP' tot oP. Om een lengteverschil op den bol te vinden, moet men dat op de ellipsoide vermenigvuldigen met de verhouding $\frac{OP}{oP'}$.

Dat op deze wijze de meridiaanconvergentie op den bol dezelfde is als op de ellipsoide, ziet men onmiddellijk, wanneer beide kegels in het platte vlak worden ontwikkeld; de beide ontwikkelingen zullen elkaar dan volkomen bedekken. De equator van den bol is het vlak door zijn middelpunt c loodrecht op de as Tc gebracht.

De breedte van het centraalpunt P op den bol is de hoek Pcq dien wij $= \psi_o$ zullen stellen; deze is echter niet gelijk aan de breedte van P op de ellipsoide, den hoek $PGQ = \varphi_o$.

Het verschil $\varphi_o - \psi_o$ is gelijk aan den hoek GTc, den hoek tusschen de beide omwentelingsassen, zooals uit fig. 52 duidelijk blijkt.

De betrekking tusschen de hoeken ψ_o en φ_o vindt men uit de driehoeken DPT en cPT. Men heeft namelijk:

$$\text{tang DTP} = \text{tang } \varphi_o = \frac{DP}{PT}$$

en

$$\text{tang } cTP = \text{tang } \psi_o = \frac{cP}{PT}$$

en hieruit:

$$\text{tang } \psi_o = \text{tang } \varphi_o \times \frac{cP}{DP}.$$

Nu is $(cP^2) = DP \times EP$,

alzoo

$$\text{tang } \psi_o = \text{tang } \varphi_o \sqrt{\frac{EP}{DP}}.$$

De vorm onder het wortelteeken voorkomende, is de verhouding van den kromtestraal van den meridiaan tot dien van den „normaal" van het centraalpunt.

Noemt men de halve groote en de halve kleine as der ellipsoide a en b en de excentriciteit van de omwentelingsellips $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$, dan worden die kromtestralen uitgedrukt door

$$EP = \frac{a\,(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^{3/2}}$$

en

$$DP = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^{1/2}}.$$

EP is de kromtestraal van den meridiaan en wordt gelijk R, DP de kromtestraal der normale doorsnede loodrecht op het vlak van den meridiaan

(dwarskromtestraal) $= N$ en $\sqrt{\frac{1}{1 - e^2 \sin^2 \varphi^o}} = W$ gesteld, dus

$$R = a\,(1 - e^2)\,W^3.$$

$N = aW$, derhalve $\frac{R}{N} = (1 - e^2)\,W^2$

en vervolgens

$$\text{tang } \psi_o = \text{tang } \varphi_o\, W \sqrt{1 - e^2} \quad (1).$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De straal oP van den bol r, de gemiddelde kromtestraal, wordt bepaald door

$$\sqrt{NR} = a\sqrt{1-e^2}\,W^4 = bW^4 \quad (2).$$

De verhouding $\frac{OP}{oP}$, waarin de lengteverschillen worden vergroot, v genoemd, kan bepaald worden uit de driehoeken OPT en oPT. Men heeft $OP = PT \sin OTP = PT \sin \varphi_o$ en $oP = PT \sin oTP = PT \sin \psi_o$ en verder

$$v = \frac{OP}{oP} = \frac{\sin \varphi_o}{\sin \psi_o} \quad (3)$$

$$\text{tang } \psi_o = \text{tang } \varphi_o . W\,(1-e^2)^{1/2}$$

$$\text{cotg } \psi_o = \text{cotg } \varphi_o . \frac{1}{W\,(1-e^2)^{1/2}} = \frac{(1-e^2\sin^2\varphi_o)^{1/2}}{(1-e^2)^{1/2}}\ \text{cotg } \varphi_o$$

$$\sin^2\psi_o = \frac{1}{1+\text{cotg}^2\psi_o} = \frac{1}{1+\dfrac{1-e^2\sin^2\varphi_o\cos^2\varphi_o}{1-e^2}} = \frac{\sin^2\varphi_o}{\sin^2\varphi_o+\dfrac{1-e^2\sin^2\varphi_o}{1-e^2}\cos^2\varphi_o}$$

of

$$\frac{\sin^2\varphi_o}{\sin^2\psi_o} = \sin^2\varphi_o + \frac{1-e^2\sin^2\varphi_o}{1-e^2}\cos^2\varphi_o = 1-\cos^2\varphi_o + \frac{1-e^2\sin^2\varphi_o}{1-e^2}\cos^2\varphi_o$$

$$= 1 + \frac{-1+e^2+1-e^2\sin^2\varphi_o}{1-e^2}\cos^2\varphi_o = 1 + \frac{e_2\,(1-\sin^2\varphi_o)}{1-e^2}\cos^2\varphi_o$$

$$= 1 + \frac{e^2}{1-e^2}\cos^4\varphi_o \text{ en } v^2 = 1 + q\cos^4\varphi_o \quad (4).$$

Het lengteverschil van een willekeurigen meridiaan met den meridiaan van het centraalpunt in hoek- of boogmaat $= l$ stellende en hetzelfde lengteverschil op de ellipsoide $= L$, dan

$$l = L\sqrt{1+q\cos^4\varphi_o}.$$

Door bovenstaande formules worden nu de constanten bepaald ter overbrenging van de meridianen en van den parallelcirkel van het centraalpunt P op den bol, die zich het nauwste bij de ellipsoide aansluit. Er blijft nu nog over de plaats der overige parallelcirkels te bepalen.

De eenvoudigste handelwijze hiertoe verkrijgt men door *de lengten der meridiaanbogen op de ellipsoide onveranderd op den bol over te brengen*. Hiertoe moet de lengte van den meridiaanboog tusschen het centraalpunt en den parallelcirkel, dien men op den bol wenscht over te brengen, bepaald worden, waarbij men kan gebruik maken van de bestaande tafels, waarin die lengten van minuut tot minuut zijn opgenomen met de verdere gegevens, noodig voor de interpolatie voor tusschengelegen breedten. (Zie bijv. Gauss. Die Trigonometrie und Polygonometrie. Rechnungen in der Feldmesskunst. 2er Theil S 4—27).

De lengte van den boog wordt nu verder in hoekmaat omgezet, waarbij men gebruik zou kunnen maken van een vooraf te berekenen tafeltje bevattende de lengten van bogen van graden, minuten en secunden bij een straal

$$r = bW^3 \text{ (form. 2)}.$$

Men vindt op deze wijze het breedteverschil op den bol, dat opgeteld bij of afgetrokken van de breedte ψ_o van het centraalpunt op den bol, de gevraagde breedte van den over te brengen parallelcirkel oplevert. De afwijkingen bij

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

deze overbrenging van een klein terrein bepalen zich tot zeer kleine verschillen in de lengten langs de parallelcirkels.

Op breedten grooter dan die van het centraalpunt, worden de parallelbogen verkort, op kleinere breedten verlengd.

De vergrooting der parallelbogen V wordt uitgedrukt door de formules

$$V = 1 - \frac{^1/_3\ e^2\ (1 - e^2)\ \sin 2\ \varphi_0}{(1 - e^2\ \sin^2 \varphi_0)^2}\ \beta^3 + \ldots\ldots\ldots$$

of

$$V = 1 - \frac{^1/_3\ e^2\ \sin 2\ \varphi_0}{\sqrt{1 - e^2}\ \sqrt{1 - e^2\ \sin^2 \varphi_0}}\ \beta'^3 + \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

waarin β het breedteverschil op de ellipsoide, β' dat op den bol aanduidt. (De hoek β of β' uitgedrukt in deelen van den straal). Evenals in de lengten langs de parallelcirkels, zullen zich ook in de hoeken kleine wijzigingen vertoonen.

Daar het terrein in één richting een vergrooting ondergaat en in de richting loodrecht daarop de lengten onveranderd worden uitgezet, zal de vergrooting der oppervlakken eveneens worden uitgedrukt door de formules (5).

Een tweede wijze waarop de parallelcirkels op den bol kunnen worden overgebracht, bestaat hierin, dat men de lengten der meridiaanbogen zoodanig wijzigt, dat het terrein, en elk gedeelte daarvan, zijne ware oppervlakte behoudt. Om hiertoe te geraken, zal men er voor moeten zorgen, dat elk gedeelte van den meridiaanboog eene vergrooting ondergaat, gelijk aan de eenheid, gedeeld door de vergrooting langs den parallelcirkel, op de breedte van dat gedeelte meridiaanboog gelegen.

Van het centraalpunt af, waar de vergrooting gelijk 1 is, neemt die langs den meridiaan toe met eene grootheid afhankelijk van de derde machten der breedteverschillen.

Daar de parallelcirkels op breedten grooter dan die van het centraalpunt verkort worden, moeten daar de meridianen worden uitgerekt; op de breedten kleiner dan die van het centraalpunt heeft men het omgekeerde.

De lineaire verandering is evenredig aan de vierde macht der breedteverschillen, en heeft tot uitdrukking:

$$L = {}^1/_{12}\ r\ \frac{e^2\ (1 - e^2)^{\ 3}/_2\ \sin 2\ \varphi_0}{(1 - e^2\ \sin^2 \varphi_0)^{\ 5}/_2}\ \beta^4 + \ldots\ldots\ldots$$

of

$$L = {}^1/_{12}\ r\ \frac{e^2\ \sin 2\ \varphi_0}{\sqrt{1 - e^2}\ \sqrt{1 - e^2\ \sin^2 \varphi_0}}\ \beta'^4 + \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

waarin r den straal van den bol, β het breedteverschil op de ellipsoide en β' dat op den bol aanduidt; duidt men de meridianen noordwaarts van het centraalpunt aan met het teeken +, zuidwaarts met —, dan moet de waarde L in formules (6) hierbij telkens worden opgeteld: het gedeelte ten noorden wordt hierdoor langer, dat ten zuiden korter. Daar de parallelcirkels eenigszins verschoven zijn, is hun straal, streng genomen, hierdoor weer iets gewijzigd, zoodat ook de vergrooting daarlangs veranderd is, echter in de hoogere machten dan de derde.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Een derde wijze van overbrenging en dit is in de practijk de hoofdzaak, bestaat in het uitzetten der meridiaanbogen zoodanig, dat de vergrooting van elk gedeelte daarvan gelijk is aan de vergrooting van den paralleleirkel op de breedte van dat gedeelte.

Voldoen de meridiaanbogen aan deze voorwaarden, dan is in elk punt van het terrein de vergrooting in twee onderling loodrechte richtingen dezelfde, in welk geval we spreken van eene conforme overbrenging, omdat de hoeken der kleinste driehoeken niet worden gewijzigd. De correctie in de lengte der meridiaanbogen heeft hierbij dezelfde waarde als bij de equivalente overbrenging, echter met het tegenovergestelde tecken, dus $= -$ L (form. 6).

Daar deze derde wijze voor de geodesie belangrijker is dan de beide voorgaande, worden hier de formules voor de vergrooting en de lineaire verandering der meridiaanbogen, ook met toevoeging van den volgenden term vermeld.

$$V = 1 - \frac{{}^1/_2\, e^2 (1 - e^2) \sin 2\varphi_o}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^2}\, \beta^3 -$$

$$\left\{ \frac{{}^1/_6\, e^2 (1 - e^2) \cos^2 \varphi_o}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^2} + \frac{{}^1/_2\, e^4 (1 - e^2) \sin^2 2\varphi_o}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^3} \right\} \beta^4 + \ldots\ldots$$

of

$$V = 1 - \frac{{}^1/_3\, e^2 \sin^2 \varphi_o}{\sqrt{1 - e^2}\,\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_o}}\, \beta'^3 -$$

$$\left\{ \frac{{}^1/_6\, e^2 \cos^2 \varphi_o}{1 - e^2} - \frac{{}^1/_4\, e^4 \sin^2 2\varphi_o}{(1 - e^2)(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)} \right\} \beta'^4 + \ldots\ldots$$

$$L = -\,{}^1/_{12}\, r\, \frac{e^2 (1 - e^2)^{1/2} \sin 2\varphi_o}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^{3/2}}\, \beta^4 -$$

$$r \left\{ \frac{{}^1/_{30}\, e^2 (1 - e^2)^{1/2} \cos^2 \varphi_o}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^{3/2}} + \frac{{}^1/_5\, e^4 (1 - e^2)^{1/2} \sin^2 2\varphi_o}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^{1/2}} \right\} \beta^5 + \ldots\ldots$$

of

$$L = -\,{}^1/_{12}\, r\, \frac{e^2 \sin 2\varphi_o}{\sqrt{1 - e^2}\,\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_o}}\, \beta'^4 +$$

$$r \left\{ \frac{{}^1/_{30}\, e^2 \cos^2 \varphi_o}{1 - e^2} - \frac{{}^1/_{20}\, e^4 \sin^2 2\varphi_o}{(1 - e^2)(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o} \right\} \beta'^5 + \ldots\ldots$$

Bij de hier behandelde conforme overbrenging van ellipsoide naar den bol is de breedte van het centrale punt op den bol niet gelijk aan de breedte van dat punt op de ellipsoide en voor willekeurige punten zijn de lengten van niet op den centralen meridiaan gelegen punten op den bol niet gelijk aan die op ellipsoide. Het zou voor de hand liggen een bol te bezigen, waarop dit wel het geval is; dat is de bol beschreven met den dwarskromtestraal. Hoewel deze overbrenging voor een in den zin Noord—Zuid grooter terrein zou zijn toe te passen dan de behandelde, wordt ze niet gebezigd, wat zijn oorzaak vindt in het ondervolgende.

Een driehoeksnet gevormd door de kortste lijnen tusschen de driehoekspunten op de ellipsoide, wordt na overbrenging op den bol een net van lijnen op dien bol, waarin tengevolge van de conformiteit de hoeken even groot zijn

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

als op de ellipsoide, maar de op den bol overgebrachte lijnen zijn geen groote cirkels, maar andere kromme lijnen (slechts de lijnen langs den meridiaan vallend gaan bij de overbrenging op den bol in groote cirkels over). Met een driehoeksnet van dergelijke lijnen op den bol kunnen echter geen berekeningen worden uitgevoerd en deze lijnen moeten dus eerst door groote cirkels tusschen de hoekpunten vervangen worden. Daarvoor zijn aan de zijden en de richtingen reducties aan te brengen en met het aanbrengen der richtingsreducties gaat de hoekgelijkheid verloren. De behandelde projectie op den bol met gemiddelden kromtestraal heeft nu het voordeel, dat deze reducties veel kleiner zijn dan bij conforme overbrenging op den anderen bol, en zelfs zoo klein, dat zij voor het grootste deel der driehoeksmetingen verwaarloosd kunnen worden. Voor een deel kunnen de berekeningen dus worden uitgevoerd, alsof zij op den bol hadden plaats gevonden en uitsluitend met het oog hierop wordt de bol met gemiddelden kromtestraal gebezigd.

Daar de overbrenging van een bol op een anderen bol eenvoudiger is dan van de ellipsoide op den bol, heeft HAMMER tafels ontworpen om van de ellipsoide conform of equivalent over te gaan op een normaalbol met het aardmiddelpunt als middelpunt; deze tafels zijn dan voor elke middenparallel bruikbaar. Na overbrenging op dezen normaalbol volgt dan de conforme of equivalente overbrenging naar den bol, die voor een bepaald land het meeste geeigend is.

De conforme overbrenging naar den normaalbol komt nagenoeg overeen met de centrale projectie. Verbindt men een punt op de ellipsoide met het aardmiddelpunt, dan valt het snijpunt van deze lijn met den normaalbol op zeer weinig na samen met het juist overgebrachte punt.

Of men bij het overbrengen van de ellipsoide naar het platte vlak de overbrenging naar den bol als tusschenmethode zal bezigen, houdt verband met de projectiemethode naar het platte vlak; is deze b. v. een perspectivische, dan is de overbrenging noodig.

In Duitschland brengt men van de ellipsoide naar den bol en van den bol over naar de transversale conforme cylindrische projectie en de methode in zijn geheel draagt den naam van conforme dubbelprojectie. Op Java en Sumatra's Westkust werd de driehoeksberekening der eerste orde rechtstreeks uitgevoerd op de ellipsoide, waardoor de geographische coördinaten gevonden werden. Op Java werden hieruit rechtstreeks de BONNE-coördinaten, op S. W. K. de polyedercoördinaten berekend. In Zuid- en Noord-Sumatra worden de reducties aan de richtingen, voor overbrenging van de ellipsoide rechtstreeks naar het platte vlak, berekend door tusschenkomst van de MERCATOR-projectie. In deze projectie worden de coördinaten berekend en uit deze MERCATOR-coördinaten de geopraphische coördinaten en de polyedercoördinaten.

PERPUSTAKAAN NASIONAL - REPUBLIK INDONESIA

HOOFDSTUK VII.

PROJECTIËN VOOR DE SAMENSTELLING DER TOPOGRAPHISCHE KAARTEN VAN NEDERLANDSCH-INDIË.

A. GESCHIEDENIS.

Bij de opneming van Java is men residentiesgewijze te werk gegaan; ook de topographische kaart vormt een afzonderlijk geheel voor elk gewest, dat op zich zelf in een plat vlak is overgebracht; langs de grenzen der residenties heeft dientengevolge geen volkomen aansluiting plaats. Bij de residenties, die het eerst opgenomen zijn, werd van een eigenlijk gezegde kaartprojectie geen gebruik gemaakt; voor de latere is bij de kaarteering de projectie van Bonne gevolgd (1) (gewijzigde projectie van Flamsteed en ook „projection du dépôt de la guerre" genoemd). Het samenstellen der residentiekaarten van Java tot een geheel is wiskunstig niet mogelijk. Had men van Java een samenhangende, aan alle theoretische en practische eischen voldoende overzichtskaart willen samenstellen, dan zou men voor het geheele eiland één assenstelsel hebben moeten aannemen en daarop een verdeeling in bladen baseeren.

Aan zoodanige kaart kon evenwel in den aanvang niet gedacht worden, omdat eerst ruim tien jaren na het begin der meer geregelde op groote schaal bewerkstelligde opnemingen tot de kaarteering van geheel Java werd besloten.

De residenties, welke in het eerste tijdperk waren opgenomen, konden dus *niet anders dan afzonderlijk gekaarteerd* worden en eens met de uitgifte van residentiekaarten begonnen, was men terwille van de eenvormigheid wel verplicht daarmede door te gaan.

Zoo ontstonden de bekende chromolithographische kaarten van Java en Madoera.

(1) Rembang, Kediri. Soerabaja, Pasoeroean, Probolingo, Besoeki, Banjoewangi, Preanger-Regentschappen, Batavia, Madoera en Bantam. In de residentiën Madioen en Japara verkeerde de opneming in het overgangstijdvak tusschen de oude en latere wijze van werken op Java. Voor de kaarten van Semarang, Djokjakarta, Soerakarta, Tegal, Pekalongan en Krawang werd van driehoeksmeting zelfs geen noemenswaard nut getrokken en, heeft de samenstelling der topographische kaarten bestaan in het aaneenvoegen der veelhoeken. In Banjoemas, Bagelen en Kedoe was door den geographischen dienst vóór de opneming getrianguleerd, doch het driehoeksnet was voor een gedetailleerde opneming geheel onvoldoende en het uitzetten van de driehoekspunten op de kaart geschiedde zeer onzuiver.

REPUBLIK INDONESIA

Hoe volmaakt nu ook deze kaarten als chromolithographische producten mogen wezen, in de practijk voldoen ze niet in alle opzichten, wijl ze slechts een scherp begrensd gedeelte van Java voorstellende, de raadpleging van terreingedeelten welke in twee en meer residenties gelegen zijn zeer bemoeielijken. Dit springt vooral in het oog wanneer men b. v. om een sterk sprekend voorbeeld aan te halen, den Goenoeng Prahoe (Dieng) in zijn geheel wil nagaan; daarvoor zijn niet minder dan vijf residentiekaarten (Pekalongan, Semarang, Kedoe, Bagelen en Banjoemas benoodigd, die bovendien niet behoorlijk sluitend naast elkaar gelegd kunnen worden.

Bij een samenhangende overzichtskaart van Java zouden in het ongunstigst geval niet meer dan vier bladen noodig zijn, die echter dadelijk een volmaakt sluitend en dus duidelijk te overzien geheel vormen.

Door de wijziging der residentiën Madioen, Kediri, Krawang, enz. en de latere opheffing der residentiën Krawang, Tegal, Djapara, Probolingo en Bagelen zijn de bestaande kaarten in de volle beteekenis van het woord geen residentiekaarten meer. Om dus consequent de uitgifte van residentiekaarten van Java en Madoera voort te zetten, zou men verplicht zijn, telkens na vergrooting dan wel verkleining van een gewest hiervan een nieuwe kaart samen te stellen.

Met de genoemde moeielijkheden en de minder practische bruikbaarheid der residentiekaarten voor oogen, werd dan ook, toen tot een geregelde opname van Sumatra werd overgegaan, besloten van dat eiland geen dusdanige kaarten te vervaardigen en tevens werd een andere projectie aangenomen.

De Bonne-projectie, die zelfs bij het aannemen van een enkel assenstelsel voor geheel Java, over dit eiland geen belangrijke vervormingen zou opgeleverd hebben, wegens den gestrekten vorm in de richting van de parallellen, werd voor Sumatra minder geschikt gevonden. Door het toepassen van de Bonne-projectie of wegens de ligging van Sumatra een bijzonder geval daarvan: n. l. de projectie van Flamsteed, zouden bij de berekening van de coördinaten van driehoekspunten der derde orde fouten van 60 M. kunnen voorkomen.

Welke projectie trouwens ook gebezigd wordt, steeds zullen door de groote uitgestrektheid van het eiland en den ongunstigen stand daarvan met betrekking tot den middenmeridiaan en middenparallel, de vervorming in de uiterste hoeken der kaart een betrekkelijk belangrijk bedrag bereiken; het werd daarom raadzaam geacht gebruik te maken van een hulpmiddel, dat ook in Pruisen, Oostenrijk en Italië wordt toegepast en in eerstgenoemd land de polyederprojectie wordt genoemd.

Wel is waar werd nu de equivalentie aan de Bonne-projectie eigen opgeofferd, maar de toepassing der polyederprojectie heeft het groote voordeel, dat men over het algemeen de driehoeken der derde orde onmiddelijk op de kaart kan overbrengen en de coördinaten der hoekpunten in de projectie zelve kan berekenen, zonder dat het noodig is aan de op het terrein door meting bepaalde hoeken eenige verandering aan te brengen.

Bij de onderhanden genomen hermetingen van enkele gedeelten van Java (tot nu toe de residenties Banjoemas, Kedoe, Semarang en de afdeeling

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Krawang der residentie Batavia) alsmede driehoeksmetingen voor andere takken van dienst wordt ook de polyederprojectie toegepast.

B. DE PROJECTIE VAN BONNE.

De meridiaan van het centralepunt (oorsprong der coördinaten) wordt voorgesteld door een rechte lijn; de snijpunten der parallellen met deze lijn krijgen in de projectie denzelfden afstand als op de aardellipsoide. Voor het construeeren van de parallellen wordt op den centralen meridiaan een stuk afgezet, gelijk aan de raaklijnen in het centrale punt aan dien meridiaan, gemeten van dat punt tot aan het snijpunt T met de kleine as van de ellipsoide; van uit het snijpunt worden door de snijpunten van de parallellen met den centralen meridiaan cirkelbogen beschreven. De afstanden der meridianen op de parallellen zijn in projectie dezelfde als op de ellipsoide.

In de figuren 33 en 34 wordt dus

$$MT' = MT$$

lengte boog $M'A' =$ lengte boog MA

» » $M'Q' =$ » » MQ

» » $P'Q' =$ » » PQ

MB = de normaal voor de breedte $\varphi_0 = N_0$.

Wanneer de breedte van het centrale punt en die van het punt P door φ_0 en φ (absolute waarde) uitgedrukt worden en het lengteverschil van P met het centrale pnnt $= \lambda$ dan

$$TM = N_0 \cot g\, \varphi_0.$$

Wordt verder MQ $= s$ gesteld

$$T'Q' = N_0 \cot g\, \varphi_0 - s = \rho.$$

Indien het lengteverschil van het punt P met het centrale punt $= \lambda$ (positief voor P oostelijk, negatief voor P westelijk van het centrale punt) en de straal van den parallelcirkel van Q op de ellipsoide $= r$, dan is de lengte van de boog PQ op aarde $= \lambda r$ boog 1″, wanneer λ in secunden uitgedrukt wordt.

Is in projectie $Q'T'P' = \alpha''$, dan

boog PQ in projectie $= \alpha \rho$ boog 1″, dus

λr boog 1″ $= \alpha \rho$ boog 1″ of

$$\lambda r = \alpha \rho$$

Wanneer N de normaal voor de breedte φ is

$$r = N \cos \varphi$$

dus

$$\alpha = \lambda \frac{N}{\rho} \cos \varphi.$$

De poolcoördinaten van het punt P zijnde ρ, α moeten nu uitgedrukt worden in rechthoekige coördinaten x, y

$$x = BP = PT \sin \alpha = \rho \sin \alpha = 2\, \rho \sin {}^1/_2\, \alpha \cos {}^1/_2\, \alpha$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$y = AP = MQ - BQ = MQ - (TQ - TB) = s - \rho\,(1 - \cos\alpha)$$
$$= s - 2\,\rho\,\sin^2 {}^1/_2\,\alpha = s - x \text{ tang } {}^1/_2\,\alpha,$$

of de ligging van y ten zuiden van den middenparallel in aanmerking genomen

$$y = -s - x \text{ tang } {}^1/_2\,\alpha.$$

Reeds werd gevonden $\rho = N_0 \text{ cotg } \varphi_0 - s$

de lengte van den meridiaanboog s hangt af van de waarde φ_0 en φ

$$s = \beta\,Rm \text{ boog } 1'' \,(1 + {}^1/_3\,\beta^2\,e^2 \text{ boog}^2\,1'' \cos 2\,\varphi m)$$

of $$s = \beta\,Rm \text{ boog } 1'' + g\,(\triangle\,\varphi)^3$$

waarin $\beta = \varphi - \varphi_0$ uitgedrukt in secunden

Rm de meridiaankromtestraal voor $\dfrac{\varphi + \varphi_0}{2}$

g voor de zeer geringe breedte, in Nederlandsch-Indië ongeveer + 0.03

$\triangle\,\varphi = \varphi - \varphi_0$ uitgedrukt in graden

Rm en s uitgedrukt in meters.

De term $(\triangle\,\varphi)^3$ is zeer klein, voor een verschil van 1° met het centrale punt, d. i. nabij den evenaar voor een lengte van ruim 110 ${}^1/_2$ K.M., bedraagt zij slechts 3 cM.

Men kan dus steeds nemen

$$s = \beta\,Rm \text{ boog } 1''$$

De berekening kan voor het Z. halfrond plaats hebben als volgt:

Punt:

l_0	0° 46′ 0″.0	φ_0	7° 10′ 0.″0	
l	0 9 21.350	φ_1	6 46 14.450	
λ	0° 36′ 38″.650	β	0° 23′ 45″.550	
	2198″.650		1425″.550	
		$\varphi_0 + \varphi_1$	13° 56′ 14″.450	
log λ	3.3421561	${}^1/_2\,(\varphi_0 + \varphi_1)$	6 58 7.23	
log N,	6.8046636	log β	3.1539825	
log cos φ_1	9.9969606	log Rm	6.8017991	
C log ρ	2.2944270	log boog 1″	4.6855749	
log α	2.4382073	log s	4.6413565	
log s	4.6855747			
log ρ	7.7055730	s	+ 43788.1	
log x	4.8293550	N_0 cot φ_0	5.0722223	
log α	2.4382073			
log T	4.6855751	ρ	5.0766011	
C log 2	9.6989700			
		s	+ 43788.1	
log x tang ${}^1/_2\,\alpha$	1.6521074	x tang ${}^1/_2\,\alpha$	— 44.9	
x	— 67508.0	y	+ 43743.2	

$l_0 > l_1$ x negatief
$l_0 < l_1$ x positief

$\varphi_0 > \varphi_1$ $\begin{cases} \rho = N_0 \text{ cot } \varphi_0 + s \\ y = s - x \text{ tang } {}^1/_2\,\alpha \end{cases}$

$\varphi_0 < \varphi_1$ $\begin{cases} \rho = N_0 \text{ cot } \varphi_0 - s \\ y = s + x \text{ tang } {}^1/_2\,\alpha. \end{cases}$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Daar ρ en $\frac{N}{\rho}\cos\varphi$ bij een gegeven centrale punt alleen veranderen met φ, kunnen voor de practische toepassing voor regelmatig opklimmende waarden van ρ eerst hulptafels berekend worden der grootheden ρ en $\frac{N}{\rho}\cos\varphi$.

Zooals reeds op bladz. 48 werd gezegd, is de projectie van BONNE equivalent. Dit kan ook aangetoond worden als volgt:

Beschouwt men een zeer klein rechthoekje op het aardoppervlak, gevormd door twee meridianen en twee parallellen, dan gaat dit in projectie over in een zeer klein parallelogram, waarvan de zijden gevormd worden door de overeenkomende deelen der meridianen en parallellen in projectie

$$a'b' = ab \text{ (fig. 37).}$$

De parallelcirkel $a'b'$ staat loodrecht op den voerstraal Ta' en de afstand der parallelcirkels $a'b'$ en $c'd'$ gemeten op dien voerstraal is gelijk aan ac, want twee parallelcirkels in projectie worden uit hetzelfde middelpunt T beschreven en hun afstand d. i. het verschil der stralen gelijk genomen aan den meridiaanboog op de ellipsoide tusschen de overeenkomende parallelcirkels; $abcd$ en $a'b'c'd'$ hebben gelijke bases en gelijke hoogten, dus de oppervlakten zijn gelijk.

Daar een willekeurig terreinoppervlak de som is van een zeer groot aantal rechthoekjes en het daarmede overeenkomende deel in de projectie de som is van een even groot aantal overeenkomstige parallelogrammen, blijft de betrekking van gelijke oppervlakte voor een willekeurig oppervlak bestaan.

Was de projectie conform, dan zou de meridiaan die op het aardoppervlak loodrecht staat op den parallelcirkel, zulks in de projectie ook doen en dus samenvallen met den voerstraal. Meridiaan en voerstraal maken echter een hoek θ, welke positief is in het eerste en derde, negatief in het tweede en vierde kwadrant.

Is Q een punt gelegen op denzelfden meridiaan als P, dan is de limietstand van PQ als Q langs den meridiaan steeds meer tot P nadert, de raaklijn in P aan den meridiaan.

Worden de poolcoördinaten van P en Q resp. (α'', ρ) en $(\alpha'' + \triangle\alpha'', \rho + \triangle\rho)$ gesteld, dan is indien $\triangle\alpha$ positief wordt genomen $\triangle\rho$ negatief, want de voerstraal ρ neemt af wanneer α toeneemt (fig. 38).

Beschouwt men nu het driehoekje PQQ', dan is $\angle PQQ' = \theta$ te stellen (fig. 39).

$$PQ' = TP \triangle\alpha \text{ boog } 1'' = \rho \triangle\alpha \text{ boog } 1'' \text{ en } QQ' = -\triangle\rho$$

$$\text{tang } \theta = \frac{PQ'}{QQ'} = \frac{\rho \triangle \alpha''}{-\triangle\rho} \text{ boog } 1''.$$

Hiervoren werd gevonden $\rho\alpha = r\lambda$, waarin $r = N\cos\varphi$; wanneer nu bij benadering wordt aangenomen $N = R$, dan gaan de poolcoördinaten van P en Q over in

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$R \cos \varphi . \lambda \text{ en}$$
$$R \cos (\varphi + \triangle \varphi) . \lambda$$

hierbij is aangenomen dat R voor P en Q hetzelfde blijft, λ is constant, want P en Q liggen op denzelfden meridiaan.

$$(\rho + \triangle \rho)(\alpha + \triangle \alpha) = R \cos (\varphi + \triangle \varphi) . \lambda$$

$\rho\alpha + \rho \triangle \alpha + \alpha \triangle \rho + \triangle \rho \triangle \alpha = R \cos \varphi \cos \triangle \varphi . \lambda - R \sin \varphi \sin \triangle \varphi . \lambda$

of met verwaarloozing van $\triangle \rho \triangle \alpha$, $\cos \triangle \varphi = 1$ stellend en $\sin \triangle \varphi$ vervangend door $\triangle \varphi$ boog 1″.

$$\rho\alpha + \rho . \triangle \alpha + \alpha . \triangle \rho = R \cos \varphi . \lambda - R \sin \varphi . \triangle \varphi . \text{boog } 1'' . \lambda$$

hierin is $\rho\alpha = R \cos \varphi . \lambda$

dus $\rho . \triangle \alpha + \alpha . \triangle \rho = - R \sin \varphi . \triangle \varphi \text{ boog } 1'' . \lambda$

of $$\frac{\rho \triangle \alpha}{- \triangle \rho} = \alpha + \frac{R \triangle \varphi \text{ boog } 1''}{\triangle \rho} \sin \varphi . \lambda .$$

Bij benadering is te stellen

$$\rho = N_0 \operatorname{cotg} \varphi_0 - R (\varphi - \varphi_0) \text{ boog } 1'' \text{ en}$$
$$\rho + \triangle \rho = N_0 \operatorname{cotg} \varphi_0 - R (\varphi + \triangle \varphi - \varphi_0) \text{ boog } 1''$$

of $$\triangle \rho = - R \triangle \varphi \text{ boog } 1'' \text{ of } \frac{R \triangle \varphi \text{ boog } 1''}{\triangle \rho} = - 1$$

derhalve $$\frac{\rho . \triangle \alpha''}{- \triangle \rho} \text{ boog } 1'' = \operatorname{tang} \vartheta = (\alpha - \lambda \sin \varphi) \text{ boog } 1''$$

maar $$\rho\alpha = r\lambda \text{ of } \alpha = \frac{r}{\rho} \lambda$$

dus $$\operatorname{tang} \vartheta = \left(\frac{r}{\rho} - \sin \varphi \right) \lambda \text{ boog } 1''$$

of $$\vartheta = \left(\frac{r}{\rho} - \sin \varphi \right) \lambda \ (^1)$$

(voor het noordelijk halfrond $\vartheta = \left(\sin \varphi - \frac{r}{\rho} \right) \lambda$).

Op het aardoppervlak staat de parallel loodrecht op den meridiaan, in projectie loodrecht op den voerstraal, dus is de hoek tusschen voerstraal en meridiaan de verandering van het azimut van den parallelcirkel.

De hoek ϑ d. i. de verandering die het azimut van den parallelcirkel ondergaat bekend zijnde, kan thans de verandering worden berekend die een willekeurig azimut ondergaat.

PQR is een zeer klein rechthoekig driehoekje (fig. 40) waarvan de rechthoekszijden langs meridiaan en parallel vallen (P in het eerste kwadrant), P′ is de projectie van P en TP′ de voerstraal van P′. Maakt men P′L′ = PR, dan zal de parallel Q ingevolge de constructie der Bonne-projectie, in de projectie door L′ gaan.

(1) De uitdrukking $\vartheta = \frac{x \, y}{R^2 \text{ boog } 1''}$ wordt ook dikwijls gebezigd.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Het azimut van den voerstraal θ zijnde, is PR′ de projectie van PR en nu R′Q′ gelijkmakend aan RQ wordt Q′ de projectie van Q,

$$\angle\ R'P'Q' = A'$$ is het azimut van PQ in de projectie

$$\angle\ RPQ = A$$ dat op het aardoppervlak

$$\text{tang } P'R' = \text{tang } (A' - \theta) = \frac{L'Q'}{L'P'}$$

Wanneer

$$PQ = \wedge\ s,$$ dan is $P'L' = PR = \wedge\ s \cos A$ en

$L'Q' = R'Q' - R'L' = RQ - P'L' \text{ tang } \theta = \triangle\ s \sin A - \triangle\ s \cos A \text{ tang } \theta$

dus

$$\text{tang } (A' - \theta) = \frac{\triangle\ s \sin A - \triangle\ s \cos A \text{ tang } \theta}{\triangle\ s \cos A} = \text{tang } A - \text{tang } \theta$$

of

$$\frac{\text{tang } A' - \text{tang } \theta}{1 + \text{tang } A' \text{ tang } \theta} = \text{tang } A - \text{tang } \theta$$

en

$\text{tang } A' - \text{tang } \theta = \text{tang } A - \text{tang } \theta + \text{tang } A \text{ tang } A' \text{ tang } \theta - \text{tang } A' \text{ tang}^2 \theta$

of daar tang θ zeer klein is

$$\text{tang } A' = \text{tang } A + \text{tang } A \text{ tang } A' \text{ tang } \theta$$

$$\text{tang } A' - \text{tang } A = \text{tang } A \text{ tang } A' \text{ tang } \theta$$

$$\text{tang } (A' - A) = \frac{\text{tang } A \text{ tang } A' \text{ tang } \theta}{1 + \text{tang } A \text{ tang } A'} =$$

$$= \frac{\sin A \sin A'}{\cos A \cos A' + \sin A \sin A'} \text{ tang } \theta = \frac{\sin A \sin A'}{\cos (A - A')} \text{ tang } \theta$$

of benaderend

$$\sin (A' - A) = \text{tang } \theta \sin^2 A \text{ en}$$

$$A' - A = \theta \sin^2 A.$$

Daar $\sin^2 A$ altijd positief is en θ voor een bepaald punt P der projectie een bepaald bedrag heeft, zal de verandering van het azimut van alle lijnen, die door een bepaald punt gaan, hetzelfde teeken hebben. Al die lijnen worden dus in dezelfde richting gedraaid, de grootte der draaiing wisselt af tusschen 0 en θ. De verandering die een hoek in P ondergaat, is het verschil van de verandering van de azimuts der beenen; en daar de draaiing der beide beenen in dezelfden zin plaats heeft, is de grootste verandering die een hoek kan ondergaan gelijk aan θ, dat is voor den hoek gevormd tusschen meridiaan en parallel.

In het kleine rechthoekige driehoekje P′L′Q′ is

$$P'Q' = \sqrt{P'L'^2 + L'Q'^2} =$$

$$= \sqrt{(\triangle\ s \cos A)^2 + (\triangle\ s \sin A - \triangle\ s \cos A \text{ tang } \theta)^2}$$

$$= \triangle\ s \sqrt{\cos^2 A + \sin^2 A - 2 \sin A \cos A \text{ tang } \theta + \cos^2 A \text{ tang}^2 \theta}$$

$$= \triangle\ s \sqrt{1 - 2 \sin A \cos A \text{ tang } \theta + \cos^2 A \text{ tang}^2 \theta}$$

$$= \triangle\ s \sqrt{(1 - \text{tang } \theta \sin A \cos A)^2 + \cos^2 A \text{ tang}^2 \theta (1 - \sin^2 A)}$$

$$= \triangle\ s \sqrt{(1 - \text{tang } \theta \sin A \cos A)^2 + \cos^4 A \text{ tang}^2 \theta}.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Daar $\tan^2 \theta$ zeer klein is, kan $\cos^4 A \tan^2 \theta$ tegenover den anderen term verwaarloosd worden en is dus te stellen

$$P'Q' = \triangle s \, (1 - \tan \theta \sin A \cos A).$$

De vergrooting in een willekeurige richting is nu

$$m = \frac{P'Q'}{PQ} = 1 - \tan \theta \sin A \cos A =$$

$$= 1 - \theta \text{ boog } 1'' \sin A \cos A = 1 - \frac{\theta \text{ boog } 1''}{2} \sin 2A.$$

Volgens deze formule is $m = 1$ voor $A = 0$ en $A = 90°$, dus voor meridiaan en parallel. Voor den meridiaan is dit tengevolge der benadering niet absoluut juist, want PR op de aarde is wel gelijk aan P'L', maar niet aan P'R'

$$m \text{ meridiaan} = \frac{P'R'}{PR} = \frac{\triangle s \cos A}{\cos \theta} : \frac{\triangle s \cos A}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta}.$$

Uit de formule voor m volgt nog, dat wanneer in eenig kwadrant waarvan P de oorsprong is, b. v. verlenging plaats heeft, dit ook zoo is in het tegenoverstaand kwadrant. In de aansluitende kwadranten heeft daarentegen verkorting plaats.

Voor de aangegeven ligging van P in het 1e kwadrant is θ positief, dus alle lijnen door P gaande worden verlengd in het 2e en 4e, verkort in het 1e en 3e kwadrant.

C. DE POLYEDERPROJECTIE.

Het in kaart te brengen deel der ellipsoide wordt door middel van parallellen en meridianen verdeeld in trapeziumvormige stukken, die ieder op zich zelf volgens een conforme projectie naar het platte vlak worden overgebracht. Door die stukken, graadafdeelingen genoemd, klein genoeg te nemen, kan men de verandering der vergrooting zoo gering maken, als men slechts verkiest. Voor de Indische kaarten is voor de afmetingen genomen 20′ bij 20′; bij de kaarten op de schalen 1 : 20000 en 1 : 25000 wordt elke graadafdeeling voorgesteld op 16 bladen; bij die op de schalen 1 : 40000 en 1 : 50000 op 4 bladen, terwijl bij de kaarten op de schalen 1 : 80000 en 1 : 100000 elk blad der kaart juist met een graadafdeeling overeenkomt.

Voor de overbrenging der verschillende graadafdeelingen naar het platte vlak, wordt de conforme kegelvormige projectie gebezigd. De meridianen worden daarbij voorgesteld door rechte lijnen, die elkaar allen snijden in eenzelfde punt, op grooten afstand van het centrale punt in het verlengde der aardas gelegen, en noordelijk of zuidelijk daarvan, naar gelang het centrale punt zelf noordelijke of zuidelijke breedte heeft. De parallellen worden voorgesteld door concentrische cirkelbogen, wier gemeenschappelijk middelpunt samenvalt met het snijpunt der meridianen.

Een dergelijke graadafdeeling, gelegen op het zuidelijk halfrond, is voor-

gesteld in fig. 41. Het punt T is het middelpunt der cirkelbogen, die de parallellen voorstellen; C is het centrale punt; de meridiaan en de parallel door dat punt gaande zijn tevens aangegeven.

Bij de conforme kegelvormige projectie heeft de vergrooting langs eenzelfde parallel een constante waarde. Neemt men daarvoor voor de parallel van het centrale punt de eenheid, dan is het bedrag langs de beide parallellen, die boven- en benedenrand vormen, op een afstand van 10′ noordelijk en zuidelijk van het centrale punt, gelijk aan 1.000004; de afwijking der vergrooting van de eenheid is op de kaart dus volkomen onmerkbaar.

Wegens de groote lengte der stralen van de cirkelbogen, die boven- en benedenrand vormen, en de geringe breedte der graadafdeelingen, zijn de pijlen dier bogen zeer klein; voor de uiterste graadafdeelingen van Java, wier centrale punten zijn gelegen op 8°30′ Z.B., bedraagt de pijl nog slechts 4,10 Meter bij een lengte van den rand van ruim 37000 Meter; op de schaal 1 : 25000 is de pijl dus slechts 0,16 millimeter. De cirkelbogen kunnen daarom bij de samenstelling der kaart worden vervangen door rechte lijnen, zoodat de graadafdeelingen den vorm verkrijgen van symetrische trapeziums, wier langste evenwijdige zijde naar den equator is toegekeerd. Het verschil in lengte van boven- en benedenrand bedraagt voor de uiterste graadafdeelingen 32,9 Meter, of op de schaal 1 : 25000, 1,3 millimeter.

Voor de uiterste graadafdeelingen van Sumatra's Westkust, wier centrale punten zijn gelegen op de breedte van 2°30′, bedraagt de pijl slechts 1,18 Meter. Het verschil van boven- en benedenrand bedraagt voor die graadafdeelingen 8,64 Meter.

De y-as van het coördinatenstelsel eener graadafdeeling valt samen met den meridiaan van het centrale punt; de x-as is de loodlijn daarop in het centrale punt opgericht; zij is dus rakend aan de parallel van dat punt, en valt practisch hiermede samen. De begrenzing der graadafdeeling wordt gemakkelijk in teekening gebracht, als men de coördinaten der hoekpunten kent. Om den vorm en de afmetingen van de verschillende bladen der kaart te berekenen, wordt als volgt te werk gegaan (zie voorbeeld I).

Gegeven: φ_0 de *geographische breedte* van het centrale punt van het blad, zoowel noordelijk als zuidelijk *positief* genomen;
λ_1 de *halve afstand der meridianen* en
φ_1 de *halve afstand der parallellen*, tusschen welke het deel van het aardoppervlak is besloten, dat op de kaart moet worden voorgesteld, beiden uitgedrukt in *secunden*.

Gevraagd: b' de *halve lengte* der *kortste* evenwijdige zijde;
b'' de *halve lengte* der *langste* evenwijdige zijde;
h' de *afstand* van de *kortste* evenwijdige zijde tot aan het *centrale punt*;
h'' de *afstand* van de *langste* evenwijdige zijde tot aan het *centrale punt*;

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

p de *pijl* van de cirkelbogen, die streng genomen boven- en benedenrand zouden moeten vormen; alles uitgedrukt in *Meters*.

$$b' = [A]\ \lambda_1 - (C)\ \beta_1\ \lambda_1$$
$$b'' = [A]\ \lambda_1 + (C)\ \beta_1\ \lambda_1$$
$$h' = [B]\ \beta_1 + (D)\ \lambda_1^2$$
$$h'' = [B]\ \beta_1 - [D]\ \lambda_1^2$$
$$p = [D]\ \lambda_1^2.$$

In deze formules heeft men:

$$[A] = N_0 \cos \varphi_0 \text{ boog } 1''$$
$$[B] = R_0 \text{ boog } 1''$$
$$[C] = R_0 \sin \varphi_0 \text{ boog}^2\ 1''$$
$$[D] = {}^1/_4\ N_0 \sin 2\ \varphi_0 \text{ boog}^2\ 1''.$$

N_0 is de normaal en R_0 de meridiaankromtestraal voor de breedte φ_0.

Voor de berekening is het voldoende te nemen log [A] en log [B] met *vijf*, log [C] en log [D] met *drie* decimalen. Hierachter in tafel I vindt men log [A] en log [B] tot in *acht*, log [C] en log [D] tot in *vijf* decimalen voor de waarden van φ_0 van 0°10′ tot 8°50′ telkens opklimmende met 20 minuten (1); deze logarithmen moeten derhalve tot het vereischte aantal decimalen worden *afgerond*.

Voor bladen ten noorden van den equator is dus:

de hoogte $h' + h''$,
de lengte van den bovenrand $2\ b'$,
de lengte van den benedenrand $2\ b''$,

en voor bladen ten zuiden van den equator:

de hoogte $h' + h''$,
de lengte van den bovenrand $2\ b''$,
de lengte van den benedenrand $2\ b'$.

De gevonden waarden moeten worden verkleind volgens de schaal van de kaart. Zie verder *voorbeeld I*.

Hoe de berekening van de *coördinaten der punten van het driehoeksnet* op een blad der kaart uit hunne geographische lengten en breedten geschiedt, blijkt uit het volgende. Zie voorbeeld II (2).

Gegeven: φ_0 de *geographische breedte* van het centrale punt van het blad, zoowel noordelijk als zuidelijk *positief* genomen;

---

(1) Zie ook tafel VIa Geodetische tafels en formules.

(2) Ingeval het *tertiaire* driehoeksnet in de kaartprojectie wordt berekend, waarbij het, tengevolge van de nabijheid van het centrale punt, in het algemeen niet noodig is voor de overbrenging correcties aan te brengen aan de op het aardoppervlak gemeten richtingen of hoeken, moeten de coördinaten der *primaire* en *secundaire* punten tot in *centimeters* nauwkeurig worden berekend.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

l_0 de *geographische lengte* van het centrale punt van het blad, oostelijk *positief*, westelijk *negatief* genomen;
φ de *geographische breedte*, en
l de *geographische lengte* van het punt, welks coördinaten moeten worden berekend, wat het teeken betreft op dezelfde wijze behandeld als φ_0 en l_0.

Gevraagd: x, y de *coördinaten* van het punt op het blad der kaart.

$$\left.\begin{aligned} \varphi - \varphi_0 &= \beta \\ l - l_0 &= \lambda \end{aligned}\right\} \text{ uitgedrukt in } \textit{secunden}.$$

a. Het centrale punt heeft *noordelijke* breedte:

$$x = [A]\,\lambda - [C]\,\beta\lambda$$
$$y = [B]\,\beta + [D]\,\lambda^2 + [1]\,[D]\,\beta^2 + [2]\,\beta^3.$$

b. Het centrale punt heeft *zuidelijke* breedte:

$$x = [A]\,\lambda - [C]\,\beta\lambda$$
$$y = [B]\,\beta - [D]\,\lambda^2 - [1]\,[D]\,\beta^2 - [2]\,\beta^3.$$

In deze formules hebben [A], [B], [C] en [D] dezelfde beteekenis als voren, verder is:

$$[1] = 3\,e^2\,(1 - e^2)$$
$$[2] = {}^1/_6\,a\,(1 + e^2 - 2\,e^4)\ \text{boog}^3\ 1''$$

of in getallenwaarden:

$$\log\,[1] = 8.299 - 10$$
$$\log\,[2] = 0.086 - 10.$$

Omgekeerd kan het noodig zijn de geographische lengte en breedte van een punt uit de coördinaten in de polyederprojectie te berekenen; alsdan wordt te werk gegaan als volgt: (Voorbeeld III).

Gegeven: l_0, de *geographische lengte* van het centrale punt der graadafdeeling waarin het punt gelegen is, oostelijk *positief* westelijk *negatief* genomen;
φ_0 de *geographische breedte* van dat punt zoowel noordelijk als zuidelijk *positief* genomen;
x, y de *coördinaten* van het driehoekspunt.

Gevraagd: l de *geographische lengte*;
φ, de *geographische breedte* van het driehoekspunt, wat de teekens betreft evenzoo behandeld als l_0 en φ_0.

a. Het centrale punt heeft *noordelijke* breedte:

$$\lambda = [A']\,x + [C']\,x\,y$$
$$\beta = [B']\,y - [D']\,x^2$$

b. Het centrale punt heeft *zuidelijke* breedte:

$$\lambda = [A']\,x - [C']\,xy$$
$$\beta = [B']\,y - [D']\,x^2$$

BEREIK VAN NASIONALE PATRONE VAN SUIDAFRIKA

Verder in beide gevallen:

$$l = l_o + \lambda$$
$$\varphi = \varphi_o + \beta.$$

In deze formules heeft men λ en β uitdrukkende in secunden:

$$A' = \frac{1}{N_o \cos \varphi_o \text{ boog } 1''}$$
$$[B'] = \frac{1}{R_o \text{ boog } 1''}$$
$$[C'] = \frac{\text{tang } \varphi_o}{N_o^2 \cos \varphi_o \text{ boog } 1''}$$
$$[D'] = \frac{\text{tang } \varphi_o}{2 N_o R_o \text{ boog } 1''}$$

De maximum waarde van den correctieterm is voor $x = y = 18500$ Meter en $\varphi_o = 2° 30'$ eerst $0'',076$ en van dien van β, $0'',038$, voor die termen zijn dus steeds logarithmen met drie decimalen voldoende.

De waarden van log [A'] en log [B'] tot in *zeven* en van log [C'] en log [D'] tot in *drie* decimalen, zijn voor de verschillende waarden van φ_o opgegeven in Tafel II.

Wat de zijranden betreft, sluiten de naast elkaar gelegen graadafdeelingen in de projectie theoretisch volkomen aaneen; met de boven- en benedenranden van twee hierlangs aan elkaar grenzende graadafdeelingen is dit theoretisch niet het geval. Het grootste verschil in lengte der langs elkaar vallende randen van twee graadafdeelingen bedraagt evenwel voor de Indische kaarten slechts 0.095 millimeter, en dit bedrag moet nog worden verkleind volgens de schaal der kaart; practisch sluiten dus ook in dit opzicht twee graadafdeelingen volkomen aan elkaar.

Het eenige bezwaar, dat men tegen de Polyederprojectie kan opwerpen, is, dat de graadafdeelingen in een plat vlak niet tot een sluitend geheel aan elkaar kunnen worden gevoegd, doch dat dit alleen mogelijk is op een veelvlakkig lichaam met facetten van denzelfden vorm als de graadafdeelingen; vandaar ook den naam Polyederprojectie. De zijranden maken toch in de projectie hoeken met den meridiaan, die steeds grooter worden, naarmate het centrale punt verder van den evenaar is verwijderd. Zooals uit fig. 42 blijkt, vertoont zich dus bij het samenvoegen in een plat vlak van vier graadafdeelingen, die een gemeenschappelijk hoekpunt hebben, als er langs drie randen volkomen aansluiting bestaat, bij den vierden onvermijdelijk een gaping. Deze bedraagt echter bij den buitenrand niet meer dan 1.25 Meter, of op de schaal 1 : 20000 slechts 0.06 millimeter. Daar bij iedere graadafdeeling op zich zelf de aansluiting der 16 bladen, waaruit zij op die schaal bestaat, reeds te wenschen overlaat wegens de vormverandering van het papier, zou zelfs een belangrijker gaping tusschen de verschillende graadafdeelingen practisch van geen belang zijn.

Vereenigt men, als in fig. 45 een aantal op elkaar volgende graad-

afdeelingen met een *gemeenschappelijken middenmeridiaan tot een strook*, dan vormen de zijranden gebroken lijnen. Twee dergelijke strooken kunnen ieder slechts met één graadafdeeling volmaakt sluitend tegen elkaar worden gelegd; verwijdert men zich van deze, dan neemt de gaping steeds toe. Bij de uiterste randen van de tiende graadafdeeling van elke strook zal die gaping hoogstens 56.3 Meter bedragen, dus op de schaal 1 : 100000 slechts 0.56 millimeter; de strooken zouden zelf een lengte hebben van ruim 4.60 Meter. Hieruit blijkt, dat bij het aan elkaar leggen van een aantal graadafdeelingen, grooter dan ooit voor een *practisch doel noodig* kan zijn, de *gaping* op zich zelve niet hinderlijk is, en dit des te minder, omdat haar invloed ver wordt overtroffen door de vormveranderiug van het papier.

De afstand van twee punten in de projectie en de richting der verbindingslijn kunnen worden afgeleid uit hunne coördinaten. De richting wordt bepaald door den richtingshoek, dat is de hoek welke de lijn maakt met de y-as. Bij die richtingshoeken maakt men onderscheid naar den zin waarin de lijn beschouwd wordt; zoo is in fig. 44 als men P_1 als aanvangspunt en P_2 als eindpunt neemt, de richtingshoek α_{1-2}; neemt men P_2 als aanvangspunt en P_1 als eindpunt dan α_{2-1}.

Bij gebruik der kegelvormige projectie komen de richtingshoeken op de kaart, in het algemeen niet overeen met de azimuts. Deze laatste zijn hoeken met de meridiaan, en worden uit het Noorden rechtsomgaande, in denzelfden zin als de richtingshoeken, geteld van 0° tot 360°. De reden van het verschil is, dat de meridianen in de projectie niet evenwijdig loopen met de y-as. De meridiaan van het centrale punt valt echter samen met de y-as, en dus hebben voor alle punten van die lijn de azimuts dezelfde waarden als de richtingshoeken. Het verschil tusschen beide hoeken bedraagt voor de uiterste graadafdeelingen der kaart van Java hoogstens slechts 1′ 32″. Bij het in teekening brengen der gemeten veelhoeken kan men dus voor het uitzetten der azimuts zonder bezwaar uitgaan van lijnen, op de kaart evenwijdig met de y-as getrokken.

Terwijl de richtingshoek, wanneer men in denzelfden zin voortgaat, in alle punten eener rechte lijn in de kaart dezelfde waarde heeft, is dit met het azimut niet het geval, omdat in elk volgend punt de meridiaan onder een anderen hoek wordt gesneden. Zooals uit fig. 45 en 46 blijkt, zijn ten Oosten van den middenmeridiaan de azimuts A'_{1-2} en A'_{2-1} in de punten P_1 en P_2 in een graadafdeeling op het noordelijk halfrond grooter, op het zuidelijk halfrond kleiner, dan de overeenkomstige richtingshoeken α_{1-2} en α_{2-1}; ten Westen van den middenmeridiaan is het omgekeerde het geval.

Stelt men de verschillen α_1 en α_2, dan is, als het centrale punt der graadafdeeling noordelijke breedte heeft:

$$A'_{1-2} = \alpha_{1-2} + \alpha_1$$
$$A'_{2-1} = \alpha_{2-1} + \alpha_2,$$

en als het zuidelijke breedte heeft:

$$A'_{1-2} = \alpha_{1-2} - \alpha_1$$
$$A'_{2-1} = \alpha_{2-1} - \alpha_2.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL REPUBLIK INDONESIA

De grootheden α_1 en α_2 zijn gelijk aan:

$$\alpha_1 = [E'] x_1, \qquad \alpha_2 = [E'] x_2,$$

waarin x_1 en x_2 de abscissen zijn der punten P_1 en P_2 en $[E']$ een grootheid is, die afhangt van de breedte van het centrale punt:

$$[E'] = \frac{1}{N_0 \text{ cotang } \varphi_0 \text{ boog } 1''}$$

N_0 is de lengte der *normaal* voor de *breedte* φ_0 van het centrale punt der graadafdeeling, waarop de gegeven coördinaten betrekking hebben, de waarde van log $[E']$ tot in vier decimalen is voor de verschillende waarden der breedte φ_0 van 0° 10′ tot 8° 50′ opklimmende met 20′ opgegeven in Tafel II.

De waarde van α_1 of α_2 bereikt eerst voor x_1 of $x_2 = 42500$ Meter en $\varphi_0 = 2°\ 30'$ een bedrag van ongeveer 1′.

De wijze van berekening is opgenomen in voorbeeld IV.

$$\text{tang } a_{1-2} = \frac{\xi_{1-2}}{n_{1-2}}$$

$\xi_{1-2} + n_{1-2} +$ eerste kwadrant
$\xi_{1-2} + n_{1-2} -$ tweede »
$\xi_{1-2} - n_{1-2} -$ derde »
$\xi_{1-2} - n_{1-2} +$ vierde »

$$a_{2-1} = a_{1-2} \pm 180°$$

$$s = \frac{\xi_{1-2}}{\sin a_{1-2}} = \frac{n_{1-2}}{\cos a_{1-2}}.$$

Voor de berekening van s verdient als a_{1-2} weinig van 0° of 180° verschilt, de formule met den cosinus én als a_{1-2} weinig van 90° of 270° verschilt, de formule met den sinus de voorkeur.

De projecties der eigenlijke driehoekszijden komen in het algemeen niet overeen met de rechte verbindingslijnen van de driehoekspunten in de projectie, maar de afwijkingen tusschen die lijnen zijn zeer gering. Zijn de zijden normale doorsneden, dus de azimuts dier zijden astronomische, dan heeft men op het aardoppervlak feitelijk dubbele driehoekszijden, daar door den normaal van elk der eindpunten een plat vlak kan worden gebracht gaande door het andere punt. Ieder dier vlakken snijdt het aardoppervlak der ellipsoide volgens een normale doorsnede, die men zegt te behooren tot het punt, door welks normaal het vlak der doorsnede is gebracht. Ook in de projectie verkrijgt men dus zooals in fig. 47 is aangegeven, twee lijnen $P_1\ n_1\ P_2$ en $P_2\ n_2\ P_1$, de eerste behoorende tot het punt P_1, de tweede tot P_2. Het verschil in lengte dier beide lijnen is zoo uiterst gering, dat het ook bij de langste driehoekszijden onmerkbaar is en er voor de lengte van elke driehoekszijde slechts één waarde behoeft te worden genomen. Wegens de conformiteit der projectie is in elk eindpunt de hoek tusschen den meridiaan en de raaklijn aan de projectie der bij het beschouwde punt behoorende normale doorsnede, gelijk aan het astronomisch azimut.

De azimuts A_{1-2} en A_{2-1} der normale doorsnede op de ellipsoide kunnen uit de azimuts A'_{1-2} en A'_{2-1} der overeenkomstige rechte lijn in de projectie worden afgeleid; de aan deze grootheden aan te brengen kleine reducties

PERPUSTAKAAN BADAN GEOLOGI
REPUBLIK INDONESIA

hangen af van de coördinaten der eindpunten; evenzoo kan de lengte der normale doorsnede worden afgeleid uit die der rechte lijn in de projectie; de wijze van berekening is hieronder uiteengezet.

Gegeven: x_1, y_1 de coördinaten van het punt P_1;
x_2, y_2 de coördinaten van het punt P_2;
s, A'_{1-2}, A'_{2-1} de uit de coördinaten afgeleide lengte en azimuts der verbindingslijn.

Gevraagd: S de lengte der driehoekszijde P_1 P_2 op het aardoppervlak;
A_{1-2} het azimut der driehoekszijde P_1 P_2 op het aardoppervlak in het punt P_1;
A_{2-1} het azimut der driehoekszijde P_2 P_1 op het aardoppervlak in het punt P_2.

$$y_m = {}^1/_2 (y_1 + y_2) \qquad \xi_{1-2} = x_2 - x_1 \qquad n_{1-2} = y_2 - y_1$$

$$\log S = \log s - [1]\, y_m^2 - [2]\, n_{1-2}^2$$

$$\psi_{1-2} = [3]\, y_m\, \xi_{1-2} - [4]\, \xi_{1-2}\, n_{1-2}$$

$$\psi_{2-1} = -[3]\, y_m\, \xi_{1-2} - [4]\, \xi_{1-2}\, n_{1-2}$$

$$A_{1-2} = A'_{1-2} - \psi_{1-2}$$

$$A_{2-1} = A'_{2-1} - \psi_{2-1}.$$

In deze formules heeft men, de correctietermen der logarithmen uitdrukkende in eenheden van de zevende decimaal:

$$[1] = \frac{M\ 10^7}{2\ N_0\ R_0},$$

$$[2] = \frac{M\ 10^7}{24\ N_0\ R_0},$$

en de reductiën ψ_{1-2} en ψ_{2-1} uitdrukkende in secunden:

$$[3] = \frac{1}{2\ N_0\ R_0\ \text{boog}\ 1''},$$

$$[4] = \frac{1 + 3\ q \cos^2 \varphi_0}{12\ N_0^2\ \text{boog}\ 1''}.$$

M is de modulus van het Briggiaansche logarithmenstelsel; N_0 is de normaal, R_0 de kromtestraal voor de breedte φ_0 van het centrale punt der graadafdeeling waarop de gegeven coördinaten betrekking hebben; verder is $q = \frac{e^2}{1 - e^2}$, waarin e is de numerieke excentriciteit der meridiaanellips.

In verband met de kleine waarden van φ_0 kan men voor de grootheden [1] tot [4] nemen de constante waarden:

$$[1] = \frac{M\ 10^7}{2\ a^2\ (1 - e^2)},$$

$$[2] = \frac{M\ 10^7}{24\ a^2\ (1 - e^2)},$$

$$[3] = \frac{1}{2\ a^2\ (1 - e^2)\ \text{boog}\ 1''}$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

$$[4] = \frac{1 + 5\ q}{12\ a^2\ \text{boog}\ 1''}.$$

Hierin is a de halve groote as der meridiaanellips.

Voor een maximum waarde van $y_m = 18500$ M., van ξ_{1-2} en $n_{1-2} = 50000$ M., en van $\xi_{1-2}\ n_{1-2} = 35000$ M² is de waarde van den term

met [1] : 18 eenheden van de zevende decimaal,
» [2] : 11 » » » » »
» [5] : 2″,4 » » » » »
» [4] : 0″,5 » » » » »

Voor de berekening zijn dus logarithmen met drie decimalen steeds voldoende en kan men nemen:

$$\log [1] = 2{,}730 - 10$$
$$\log [2] = 1{,}651 - 10$$
$$\log [5] = 1{,}407 - 10$$
$$\log [4] = 0{,}655 - 10.$$

Als log s is gegeven in vijf decimalen dan kunnen de correctietermen steeds, en als zij is gegeven in zes decimalen, in den regel worden weggelaten. Neemt men de azimuts tot in geheele secunden, dan is de tweede term van ψ_{1-2} en van ψ_{2-1} te verwaarloozen.

Dikwijls doet zich het geval voor, dat een punt van hoogere orde, waaraan een driehoekspunt der derde orde wordt vastgelegd, is gelegen in een andere *graadafdeeling dan het te berekenen punt*. De grenzen der graadafdeeling, waarin dit laatste is gelegen, moet men dan zoover uitgebreid denken, dat ook het punt van hoogere orde daarbinnen valt. Voor de berekening moeten de coördinaten van dat punt met betrekking tot het assenstelsel der beschouwde graadafdeeling bekend zijn. Zijn deze niet gegeven, dan kunnen zij worden afgeleid uit de coördinaten ten opzichte van het assenstelsel der graadafdeeling, waarin het punt werkelijk is gelegen; men noemt dit het overbrengen van een punt naar een andere graadafdeeling.

Wanneer het te berekenen punt zeer dicht bij de grens eener graadafdeeling is gelegen, dan kan er twijfel bestaan, welk assenstelsel voor de berekening moet worden genomen. Blijkt het na afloop van deze, dat men een verkeerde keuze heeft gedaan, dan moet het berekende punt worden overgebracht naar de graadafdeeling, waarin het werkelijk is gelegen.

De graadafdeeling, op welker assenstelsel de *bekende* coördinaten betrekking hebben, wordt genoemd de *eerste*, die op welker assenstelsel de *gevraagde* coördinaten betrekking hebben, de *tweede* graadafdeeling.

Stelt men nu:

x, y, de coördinaten van het punt met betrekking tot het assenstelsel der eerste graadafdeeling;

x', y', die met betrekking tot de tweede graadafdeeling;

l_0, de geographische lengte van het centrale punt der eerste graadafdeeling met betrekking tot den voor het tellen der lengten aan-

PERPUSTAKAAN NASIONAL REPUBLIK INDONESIA

genomen eersten meridiaan, oostelijk positief, westelijk negatief genomen;

φ_o, de geographische breedte van het centrale punt der eerste graadafdeeling, zoowel noordelijk als zuidelijk positief genomen;

l'_o, φ'_o, de geographische lengte en breedte van het centrale punt der tweede graadafdeeling, wat het teeken betreft evenzoo behandeld als l_o en φ_o;

dan zijn voor de berekening van x' en y' de volgende formules toe te passen:

a. Het centrale punt der tweede graadafdeeling heeft noordelijke breedte:

$$x' = x + P - [\alpha]\, y + [\beta]\, x + [\gamma]\, xy$$
$$y' = y + Q + [\alpha]\, x + [\beta]\, y - [\delta]\, x^2 + [\delta]\, y^2.$$

b. Het centrale punt der tweede graadafdeeling heeft zuidelijke breedte:

$$x' = x + P + [\alpha]\, y + [\beta]\, x - [\gamma]\, xy$$
$$y' = y - Q - [\alpha]\, x + [\beta]\, y + [\delta]\, x^2 - [\delta]\, y^2.$$

$$[\alpha] = \lambda_o \sin \varphi'_o \text{ boog } 1''$$

$$[\beta] = \frac{1}{2}(1 - e^2)\, \beta_o^2 \text{ boog}^2\, 1''$$

$$[\gamma] = \frac{1}{a}\, \beta_o \text{ boog } 1''$$

$$[\delta] = \frac{1}{2a}\, \beta_o \text{ boog } 1''$$

$$\log \frac{1}{2}(1 - e^2) \text{ boog}^2\, 1'' = 9{,}0762 - 10$$

$$\log \frac{1}{2a} \text{ boog } 1'' = 7{,}5799 - 10.$$

Voor de maximum waarde van x en $y = 18500$ Meter zijn de waarden van de termen met:

$$[\alpha] = 4{,}69 \text{ M.}$$
$$[\beta] = 0{,}51 \text{ »}$$
$$[\gamma] = 0{,}51 \text{ »}$$
$$[\delta] = 0{,}16 \text{ »}$$

Bij de berekening moet het teeken voor λ_o en β_o in rekening worden gebracht.

De in bovenstaande formules voorkomende grootheden P en Q zijn tot in centimeters opgegeven in Tafel III en moeten daaruit worden genomen voor het argement φ'_o, P uit de kolom behoorende bij de waarde

$$\lambda_o = l_o - l'_o$$

en Q uit de kolom behoorende bij de waarde

$$\beta_o = \varphi_o - \varphi'_o.$$

De waarden, die λ_o en β_o kunnen verkrijgen, zijn $0'$, $-20'$ en $+20'$.

De logarithmus der grootheid $[\alpha]$, die ook van φ'_o afhangt, is in de tafel voor de verschillende waarden van φ_o en λ_o opgegeven tot in vier decimalen; de logarithmen der grootheden $[\beta]$, $[\gamma]$ en $[\delta]$, die niet afhangen van φ'_o, maar

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

alleen van β_o, zijn opgegeven tot in drie decimalen. Ter voorkoming van ophooging der afrondingsfouten verdient het aanbeveling de correctietermen te berekenen tot in centimeters en eerst na de optelling tot decimeters af te ronden.

De berekening zal men uitvoeren in een schema, ingericht als in voorbeeld VI.

Wanneer de coördinaten van een driehoekspunt zijn berekend, dan kunnen deze alleen bij de kaarten op de schaal 1 : 80000 en 1 : 100000, waarbij elke graadafdeeling op één blad wordt voorgesteld, rechtstreeks dienen voor het uitzetten van het punt op de kaart. Is de graadafdeeling over meerdere bladen — veertien of zestien — verdeeld, dan wordt er op elk blad nog een afzonderlijk coördinatenstelsel aangenomen, waarvan de assen evenwijdig loopen met die der graadafdeeling.

De coördinaten van een punt met betrekking tot de assen van het blad zijn dadelijk te vinden, als men de coördinaten kent van den oorsprong van het blad met betrekking tot het coördinatenstelsel der graadafdeeling. Noemt men toch de berekende coördinaten van het punt x, y, die van den oorsprong van het blad x_o, y_o, en de gezochte coördinaten met betrekking tot de bladassen (de bladcoördinaten) ξ, n, dan heeft men eenvoudig:

$$\xi = x - x_o$$
$$n = y - y_o.$$

De waarden x_o, y_o voor de verschillende bladen der graadafdeelingen worden ontleend aan een vooraf berekenden staat, waarin tevens zijn opgenomen de coördinaten van de hoekpunten der bladen, zoodat ook de bladgrenzen gemakkelijk zijn uit te trekken (constanteregister).

Voor het uitzetten der bladcoördinaten worden de bladen geruitëerd middels vierkante centimeters; de bladassen worden het zwaarst uitgetrokken, en verder van deze afgerekend de decimeterlijnen ook iets zwaarder dan de overige; het geruiteerde gedeelte moet iets grootere afmetingen hebben dan het eigenlijke blad. Na herleiding der bladcoördinaten ξ en n volgens de schaal der kaart wordt het centimetervakje bepaald, waarin het uit te zetten punt is gelegen. Langs den boven- en benedenrand van dat vakje zet men met den dubbelen decimeter de overschietende millimeters der abscis ξ uit, legt den dubbelen decimeter vervolgens langs de beide aldus verkregen punten, en prikt de overschietende millimeters der ordinaat n af, waardoor de plaats van het punt wordt verkregen. Tot contrôle meet men vervolgens met een verdeelde liniaal de geheele lengte der bladcoördinaten na; wegens de verandering van de afmetingen der centimetervakken tengevolge van het rekken en krimpen van het papier, zullen zich hierbij in het algemeen kleine verschillen vertoonen; grove vergissingen bij het uitzetten begaan worden echter dadelijk ontdekt. Een nadere contrôle, ook op de berekening der bladcoördinaten, wordt verkregen door twee uitgeprikte punten door een rechte lijn te verbinden, welke ook als driehoekszijde bij de berekening is gebezigd, en de lengte in de kaart met de berekende lengte te vergelijken.

Bij de topographische kaarten van Java en Sumatra worden ook de ver-

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

schillende bladen der graadafdeeling door parallellen en meridianen begrensd; op de schalen 1 : 20000 en 1 : 25000 komen deze op 5′, op de schalen 1 : 40000 en 1 : 50000 op 10′ onderlingen afstand. De randverdeeling is hierbij gemakkelijk aan te brengen. daar 1″ in lengte en breedte overeenkomt bij de schalen 1 : 20000 en 1 : 25000 met $^1/_{300}$, bij de schalen 1 : 40000 en 1 : 50000 met $^1/_{600}$ en bij de schalen 1 : 80000 en 1 : 100000 met $^1/_{1200}$ gedeelte der lengte van den bladrand.

D. OVERBRENGING VAN PUNTEN UIT DE CONFORME KEGEL-PROJECTIE IN DIE VAN BONNE EN OMGEKEERD.

Soms kan het noodig zijn punten over te brengen uit de conforme kegelprojectie (c. q. polyederprojectie) in die van BONNE en omgekeerd.

Moet het eerste plaats hebben dan is de gang van zaken als volgt. Uit de coördinaten in de conforme kegelprojectie worden de geographische coördinaten berekend, zooals op bladz. 101 is aangegeven en daarna worden de geographische coördinaten omgewerkt tot BONNE-coördinaten.

Voor het overbrengen van punten uit de BONNE in de polyederprojectie wordt gebruikt gemaakt van de formules

$$x = \rho \sin \alpha$$

$$\rho \cos \alpha = \pm y + N_0 \operatorname{cotg} \varphi_0 \quad \text{(noordl. halfrond : } -y\text{) (zuidl. halfrond } +y\text{)}$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{x}{\pm y + N_0 \operatorname{cotg} \varphi_0}$$

$$\rho = \frac{x}{\sin \alpha} = \frac{\pm y + N_0 \operatorname{cotg} \varphi_0}{\cos \alpha}$$

$$N_0 \operatorname{cotg} \varphi_0 - \rho = s = \beta \, R_m \text{ boog } 1'' = (\varphi - \varphi_0) \, R_m \text{ boog } 1''$$

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{N_0 \operatorname{cotg} \varphi_0 - \rho}{R_m \text{ boog } 1''}$$

$$\alpha = \lambda \frac{N}{\rho} \cos \varphi$$

$$\lambda = \frac{\alpha \, \rho}{N \cos \varphi}.$$

Uit de geographische coördinaten λ, φ worden de coördinaten in de conforme kegelprojectie berekend.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

BIJLAGEN.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

BEPALING DER ψ CORRECTIE.

Hoewel in de noot op bladz. 75 gezegd werd, dat wanneer het tertiair driehoeksnet in de kaartprojectie wordt berekend, het in het algemeen niet noodig zal zijn aan de op het aardoppervlak gemeten richtingen of hoeken correcties aan te brengen en in den regel de gemeten hoeken gebezigd mogen worden als die tusschen de rechte verbindingslijnen der hoekpunten, mag dit wanneer de afstanden te groot worden, (1) niet meer geschieden. De hoeken tusschen de rechte lijnen, die de projectiën der driehoekspunten verbinden, mogen niet meer gelijk gesteld worden aan die tusschen de projecties der normale doorsneden op het aardoppervlak en aan elke richting moet de op bladz. 80 aangegeven correctie $\psi_{t-2} = [5]\ y_m\ \xi_{t-2} - [\frac{1}{2}]\ \xi_{t-2}\ \eta_{t-2}$ worden aangebracht. Ter contrôle kan in elken driehoek volgens de geodetische tafels en formules het spherisch exces (2) worden berekend; dit moet gelijk zijn aan de som van de reducties der 3 hoeken met tegengesteld teeken.

(1) Zie voor de toepassing der zoogenaamde ψ correctie o. a. Jaarverslagen Topographischen Dienst 1905 Bladz. 30 en 1907 Bladz. 52.

(2) Zijn de lengten der zijden van een driehoek P, P$_2$ P$_3$

S_{t-2}, S_{t-3}, S_{2-3}

de overstaande hoeken respectievelijk

B_1, B_2, B_3,

en noemt men het spherisch exces ε, dan is

$$B_1 + B_2 + B_3 = 180^\circ + \varepsilon$$

$$\varepsilon = [\alpha]\ S_{t-2}\ S_{t-3} \sin B_1$$

waarin $[\alpha] = \frac{1}{2\ NR\ \text{boog}\ 1''}$ is te nemen voor de gemiddelde hoekpunten van den driehoek. Voor een maximum waarde van S = 100 KM is voor een berekening van ε tot in twee decimalen der secunden, het gebruik van logarithmen met vier decimalen voldoende.

Tafel van log $[\alpha]$.

φ	log $[\alpha]$
0°	1.40702 — 10
1	701 — 10
2	701 — 10
3	700 — 10
4	699 — 10
5	697 — 10
6	695 — 10
7	693 — 10
8	690 — 10

Berekening van het spherisch exces.

P_1	A
Driehoek P_2	B
P_3	D
B_1	
log $[\alpha]$	
log S_{t-3}	
log S_{2-3}	
log sin B_1	
log ε	
ε	

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Om de correctiën ψ te berekenen, moeten de coördinaten van het punt D feitelijk reeds bekend zijn; het is echter voldoende de ruw benaderde waarden daarvan te nemen en deze b. v. te ontleenen aan de bestaande kaart; hierdoor kunnen slechts zeer kleine en te verwaarloozen fouten ontstaan.

Bij de practische toepassing behoeven de zoogenaamde ψ correcties niet berekend te worden, maar kunnen middels een graphische methode direct afgelezen worden uit een hyperbolische teekening of, bij logarithmische verdeeling der assen, uit een rechtlijnige teekening. (Zie de platen).

Het gedeelte (1) der correctie van eenige richting moet voor elke graadafdeeling opnieuw bepaald worden, doch de teekening kan dienen voor elke graadafdeeling.

Aanteekeningen betreffende de graphische bepaling der ψ correctiën.

1. *Hyperbolische teekening.*

De correctie ψ, aan te brengen aan de richting van de lijn AB bij overbrenging in de polyederprojectie is

$$[5]\ y_m\ \xi\ -\ [4]\ \xi\ n$$

waarin y_m de ordinaat van het midden der lijn AB in de projectie, $\xi = x_B - x_A$ en $n = y_B - y_A$; deze grootheden behoeven slechts bij benadering bekend te zijn.

Drukt men ze uit in K.M., dan is log [5] = 7.407 — 10 en log [4] = 6.635 — 10 te stellen en wordt ψ gevonden in secunden.

A. Vervaardiging der graphische voorstelling.

$\psi = (1) - (2)$ waarin

$$(1) = [5]\ y_m\ \xi \text{ en}$$
$$(2) = [4]\ \xi\ n$$

a. Bepaling van (*1*).

Uit de formule

$$(1) = [5]\ y_m\ \xi \text{ volgt:}$$
$$y_m\ \xi = \frac{(1)}{[5]}.$$

Zet men bij een rechthoekig coördinatenstelsel ξ af op de X-as en y_m op de Y-as, dan zullen de punten wier ξ en y_m zoodanig zijn, dat daarvoor (1) eenzelfde bepaalde waarde heeft, gelegen zijn op de kromme lijn

$$\xi\ y_m = \frac{(1)}{[5]}, \text{ waarin dan (1) de bepaalde waarde heeft.}$$

Deze vergelijking is die van een *hyperbool* op haar asymptoten (coördinaatassen) en daar de coördinaatassen hier rechthoekig zijn aangenomen, staan de asymptoten loodrecht op elkander en is dus de hyperbool gelijkzijdig.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De vergelijking dezer gelijkzijdige hyperbool op haar asymptoten als coördinaatassen, is ook te schrijven in den vorm

waarin a = $\xi\, y_m = {}^1/_2\, a^2$

de halve groote as = de halve kleine as

dus $^1/_2\, a_2 = \frac{(1)}{[5]}$

of $a = 28 \surd (1)$.

De verschillende waarden van a der hyperbolen zijn hieruit berekend.

(1)	a
0".2	12.5 KM.
.4	17.7 „
.6	21.7 „
.8	25.0 „
1.0	28.0 „
.2	30.7 „
.4	33.1 „
.6	35.4 „
.8	37.5 „
2.0	39.6 „
.2	41.5 „
.4	43.4 „

Voor de constructie der krommen is uitgegaan van de hyperbool waarbij (1) = 2".0.

De constructie dezer laatste had plaats uitgaande van de stelling, dat eene lijn die een tak van de hyperbool en hare asymptoten snijdt, zoodanig in 5 stukken verdeeld wordt, dat de beide uiterste stukken aan elkaar gelijk zijn. Men zet derhalve van den oorsprong der coördinaten een stuk a = 39.6 K.M. af op de lijn die een hoek van 45° maakt met de X-as en trekt door het zoo verkregen punt T verschillende lijnen, die door de coördinaatassen worden gesneden. Het punt T verdeelt het gedeelte dier lijn tusschen de assen over het algemeen in twee ongelijke deelen; het kleinste wordt nu op het grootste afgezet vanaf het snijpunt met de coördinaatas en daardoor een punt C van de hyperbool gevonden.

Door op die wijze een aantal punten te bepalen en deze door eene vloeiende lijn te verbinden wordt de hyperbool waarvoor (1) = 2".0 verkregen.

Een lijn evenwijdig aan X-as, zal door de hyperbolen zoodanig verdeeld worden, dat de afstand van de snijpunten tot de Y-as evenredig is met de (1) der hyperbolen

$$\xi\, y_m = \frac{(1)}{[5]} \text{ of } \xi = \frac{1}{[5]\ y_m} \quad (1).$$

Is y_m constant, dan is toch ξ evenredig met (1).

Neemt men nu (1) achtereenvolgens 0".2, 0".4 ..... 2".0, 2".2 en 2".4, dan zal dus het stuk van de lijn evenwijdig aan de X-as, tusschen de Y-as en de hyperbool waarvoor (1) = 2".0, door de hyperbolen, waarvoor (1) = 0".2 t/m 2".0 in 10 gelijke deelen worden verdeeld, en door op die lijn naar de andere zijde nog 2 dergelijke deelen uit te zetten, vindt men punten op de hyperbolen waarvoor (1) = 2".2 en (1) = 2".4. Hetzelfde geldt voor de snijlijnen evenwijdig aan de Y-as.

Om dus het gedeelte der hyperbolen boven (resp. rechts) van T te construeeren, trekke men lijnen evenwijdig aan de X-as, resp Y-as, tot zij de hyperbool [(1) = 2".0] snijden, verdeelt de stukken tusschen de Y as, resp. X-as en de snijpunten met die hyperbool in 10 gelijke deelen en zet op het verlengde

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

dier lijnen vanaf het snijpunt met de hyperbool nog 2 dier deelen uit. Daarna zette men het punt T van de hyperbool [(1) = 1".8] af, n. l. $a = 37.5$; trekt door dit punt een lijn evenwijdig aan de X-as, resp. Y-as tot de snijding met de Y-as, resp. X-as, en verdeelt dit in 9 gelijke deelen; daarna het punt T construeerende voor de hyperbool [(1) = 1".6] en op overeenkomstige wijze in 8 gelijke deelen verdeelende enz.

Door de bij elke hyperbool behoorende, op deze wijze geconstrueerende punten door eene vloeiende lijn te verbinden, worden de verschillende lijnen der graphische voorstelling (1) verkregen.

b. Bepaling van (2).

$$(2) = [4]\ \xi n \text{ of}$$

$$\xi n = \frac{(2)}{[4]}.$$

(2)	a
0".2	30.5 KM.
.4	43.1 „
.6	52.8 „
.8	60.9 „
1.0	68.1 „

Zet men derhalve op een ander rechthoekig assenstelsel de ξ en n uit, behoorende bij eenzelfde waarde van (2), dan worden eveneens gelijkzijdige hyperbolen met $a = 68.1 \surd (2)$ verkregen.

Voor de constructie worde op gelijke wijze te werk gegaan; bij de teekening is uitgegaan van de hyperbool waarvoor (2) = 0".6 met verdeeling der evenwijdige snijlijnen in 3 gelijke deelen.

B. Gebruik der graphische voorstelling.

Stel op het station N is gemeten, ter vastlegging van de punten (*a*), A en (*b*); in de series zijn opgenomen de punten van hooger orde B, C en D.

De plaatsbepaling van het punt A zij zoodanig, (c. q. groote afstand, scherpe snijding) dat het wenschelijk wordt geacht aan de op het station gemeten hoeken correcties aan te brengen voor de overbrenging in de projectie. De richtingen, voortvloeiende uit het 1° deel der stationsvereffening [bladz. 17 Handleiding voor de uitvoering van secundaire triangulaties] zijn b. v.

(*a*)	0°	0′	0″.0
A	25	13	15.3
(*b*)	53	25	17.2
B	86	55	29.6
C	156	48	22.8
D	306	27	44.6

Men verwijdere eerst de richtingen waarvoor de richtingsverbetering niet noodig geacht wordt

[(*a*) en (*b*)].

In rubriek y_m wordt aangegeven de y ten opzichte van het centrale punt

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

der graadafdeeling, waarin de berekening plaats vindt, voor het midden der lijnen NA, NB, NC en ND; in de rubriek ξ:

de waarden $(X_A - X_S)$, $(X_B - X_S)$, $(X_C - X_S)$ en $(X_D - X_S)$;
in de rubriek n:

de waarden $(Y_A - Y_S)$, $(Y_B - Y_S)$, $(Y_C - Y_S)$ en $(Y_D - Y_S)$;
alles in K.M. met het behoorlijk teeken en te ontleenen aan de kaart. Met de waarden y_m en ξ worden uit de graphische voorstelling van (1) de waarden van (1) en met die van ξ en n in de voorstelling van (2) die van (2) opgezocht, en in de betrekkelijke rubrieken met het teeken ingevuld; (2) van (1) afgetrokken geeft ψ.

Deze ψ's worden opgeteld bij de richtingen voorkomende in de rubriek »meting op aardoppervlak" en daarna de gecorrigeerde beginrichting afgetrokken van de overige gecorrigeerde richtingen.

Aan dit eindresultaat wordt nu op de gewone wijze het tweede gedeelte der stationsvereffening aangebracht (bladz. 19 der Handleiding).

Station:

Richtpunten.	Richtingen op het aardoppervlak.	y_m	ξ	n	(1)	(2)	ψ	Richtingen in de projectie.	Richtingen herleid tot de richtstraal.
A	25 18 15.3	— 29.0	+ 25.5	+ 21.0	— 1.9	+ 0.3	— 2.2	13.1	0 0 0".0
B	86 55 29.6	— 46.1	+ 19.6	— 4.0	— 2.3	— 0.0	— 2.3	27.3	61 42 14.2
C	156 48 23.8	— 52.4	+ 2.7	— 15.7	— 0.4	— 0.0	— 0.4	29.4	131 35 9.3
D	306 27 44.6	— 34.7	— 15.7	+ 19.3	+ 1.4	— 0.2	+ 1.5	46.1	281 4 33.0

2. *Rechtlijnige teekening.*

A. (1) $= [\alpha]\, y_m\, \xi$, waarin $\log [\alpha] = 7.4070 - 10$, als y_m en ξ zijn uitgedrukt in K.M.

Uit (1) $= [\alpha]\, y_m\, \xi$ volgt: $\log (1) = \log [\alpha] + \log \xi + \log y_m$ of $\log \xi + \log y_m = \log (1) + 2.5930$.

Neemt men een rechthoekig coördinatenstelsel aan, zet men $x' = \log \xi$ op de x-as en $y' = \log y_m$ op de y-as uit, dan is de lijn der gelijke log (1), dus der gelijke (1), eene rechte lijn, die hoeken van 45° maakt met de assen.

Daar van en met (1) $= 0''{,}5$ de lijnen van gelijke (1) de x- en y-assen buiten de teekeningen snijden, zijn deze bepaald door berekening der snijpunten met de beide andere randen dan die waarlangs de assen vallen, dus met de lijnen

$\xi = 100$ en $y_m = 100$, of $x' = 2$ en $y' = 2$.

De snijpunten liggen dan op die randen, gerekend van af de x, respectievelijk de y-as, op log (1) + 0.5930, en dus, waar hier de eenheid der logarithme wordt voorgesteld door 20 cM., op (log (1) + 0.5930) × 20 cM.

B. v. (1) = 10". log (1) = 1.0 dus op de lijn $\xi = 100$ K.M. afzetten vanaf de x-as 1.5930 × 20 cM. = 31.86 cM.; evenzoo op de lijn $y_m = 100$ K.M. vanaf de y-as 31.86 cM.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

Voor de lijnen (1) = 0″,1 en (1) = 0″,2, welke de assen snijden, kan dezelfde formule dienen; men krijgt dan uitzetting in negatieve richting b. v. log 0.2 = 9.3010 — 10, dus de afstand (9.8940 — 10) × 20 cM. = — 0.1060 × 20 cM. = — 2.12 cM. langs de x-as gerekend vanaf de lijn $\xi = 100$ K.M. en — 2.12 langs de y-as gerekend van af de lijn $y_m = 100$ K.M.

Ingeval van ξ, respectievelijk y_m, kleiner dan 1 K.M., zoude (1) bij groote waarden van y_m, respectievelijk ξ, nog tot ruim 0″,2 kunnen opklimmen, doch is dan niet direct in de teekening te vinden. In dit uitzonderingsgeval kan men de (1) opzoeken bij m. ξ en y_m, respectievelijk ξ en m. y_m, en dan is het m^e gedeelte te nemen van de waarde van (1), die daarbij gevonden wordt.

B. $(2) = [\beta]\ \xi\ n$, waarin $\log\ [\beta] = 6.6546 - 10$.

Logarithmisch verkrijgt men verder:

$\log\ \xi + \log\ n = \log\ (2) - \log\ [\beta] = \log\ (2) + 3.3454$ en dus

$\log\ \xi = x''$ en $\log\ n = y''$ stellend, verkrijgt men ook hier, dat de lijnen van gelijke log (2), dus van gelijke (2), rechte lijnen zijn, die de assen onder hoeken van 45° snijden.

De voorstelling van (2) is gegeven in den bij de bepaling van (1) ongebruikt gebleven linker benedenhoek. Voor het gebruik is de kaart 180° om te draaien. Bij de lijnen van gelijke (2) is de gebezigde schaal: eenheid logarithme = 10 cM.

Daar de lijnen de assen niet snijden, zijn ook hier voor de constructie de snijpunten met de lijnen $\xi = 100$ K.M. en $n = 100$ K.M. bepaald met behulp van: log (2) + 1.3454.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

GEODETISCHE CONSTANTEN.

De halve groote as der aarde $a = 6377397.15441$ Meters;
de halve kleine as der aarde $b = 6356078.96266$ Meters.
Noemt men p de afplatting, e de excentriciteit, m, n en q veelvuldig gebezigde hulpgrootheden, dan is:

$$p = \frac{a-b}{a} = 1 - \sqrt{1-e^2} = \frac{1}{299.1528}$$

$$= 0.0033427731141727$$

$$e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2} = 2\,p - p^2 = 0.0066743720962526$$

$$m = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = \frac{e^2}{2-e^2} = 0.0033483601488993$$

$$n = \frac{a-b}{a+b} = \frac{p}{2-p} = 0.0016741847670000$$

$$q = \frac{a^2-b^2}{b^2} = \frac{e^2}{1-e^2} = 0.0067192186617975$$

$$1 - e^2 = (1-p)^2 = \frac{1-m}{1+m} = \left(\frac{1-n^2}{1+n}\right) = \frac{1}{1+q}$$

$$\log a = 6.8046434636544375$$
$$\log b = 6.8031892828838097$$
$$\log p = 7.5241069004912509 - 10$$
$$\log e^2 = 7.8244104149116077 - 10$$
$$\log m = 7.5248521644549084 - 10$$
$$\log n = 7.2238053860708941 - 10$$
$$\log q = 7.8273187744528655 - 10$$
$$\log (1-e^2) = 9.9970916404587444 - 10$$
$$\log (1+m) = 0.0014317452072820$$
$$\log (1-m) = 9.9985435856660264 - 10$$
$$\log (1+n) = 0.0007264812456244$$
$$\log (1-n) = 9.9992725014729966 - 10$$

Uit bovenstaande grootheden volgt:
de omtrek der aarde langs den equator: 40.070368 M.
de omtrek der aarde langs een meridiaan: 40.005423 M.
het oppervlak der aarde: 509.950714 K.M².
de inhoud der aarde: 1.082841.522500 K.M³.
de straal van een bol, die hetzelfde oppervlak heeft als de aarde: 6.370289.5 M.
de straal van een bol, die denzelfden inhoud heeft als de aarde: 6.370283.2 M.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

MATHEMATISCHE CONSTANTEN.

$\pi = 3.14159265359$ $\quad \log \pi = 0.4971498.727$

$\frac{1}{\pi} = 0.31830988618$ $\quad \log \frac{1}{\pi} = 9.5028501.275 - 10.$

Aantal graden, minuten en secunden begrepen op den straal als

$\rho^\circ = 57°.2957795131$ $\quad \log \rho^\circ = 1.7581226.524$

$\rho' = 3437'.74677078$ $\quad \log \rho' = 3.5362738.828$

$\rho'' = 206264''.806247$ $\quad \log \rho'' = 5.3144251.552$

$\log$ boog $1^\circ = 8.2418773.676 - 10$

$\log$ boog $1' = 6.4637261.172 - 10$

$\log$ boog $1'' = 4.6855748.668 - 10.$

De basis van het Neperiaansche logarithmenstelsel:

$\varepsilon = 2.7182818.2846.$

De modulus van het Briggiaansche logarithmenstelsel:

$M = 0.43429448190$

$\log M = 9.6377843.115 - 10$ $\quad \log {}^1/_6\ M = 8.8596330.6 - 10$

$\log {}^1/_2\ M = 9.3567543.2 - 10$ $\quad \log {}^1/_7\ M = 8.7926862.7 - 10$

$\log {}^1/_3\ M = 9.1606630.6 - 10$ $\quad \log {}^1/_8\ M = 8.7346943.2 - 10$

$\log {}^1/_4\ M = 9.0357243.2 - 10$ $\quad \log {}^1/_9\ M = 8.6835418.0 - 10$

$\log {}^1/_5\ M = 8.9588143.1 - 10$ $\quad \log {}^1/_{12}\ M = 8.3586050.7 - 10.$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

LENGTE- EN VLAKTEMATEN.

1 Geographische mijl = 7.420439 K.M. [0.8704296].
1 K.M. = 0.134765 Geographische mijl [9.1295704 — 10].
1 Zeemijl = 1.851852 K.M. [0.2676065].
1 K.M. = 0.540000 Zeemijl [9.7323937 — 10].
1 Paal = 400 Rijnl. roeden = 1.506945 K.M. [0.1780969].
1 K.M. = 0.663595 Paal [9.8219051 — 10].
1 Toise = 1.949036 M. [0.2898199].
1 M. = 0.513074 Toise [9.7101801 — 10].
1 Parijsche voet = 0.3248594 M. [9.5116687 — 10].
1 M. = 3.078444 Parijsche voet [0.4883313].
1 Engelsche voet = 0.3047975 M. [9.4840111 — 10].
1 M. = 3.280869 Engelsche voet [0.5159889].
1 Rijnlandsche voet = 0.3139465 M. [9.4968557 — 10].
1 M. = 3.185256 Rijnlandsche voet [0.5031443].

1 Par. duim = 27.0700 mM. 1 Par. lijn = 2.2558 mM.
1 Eng. duim = 25.3998 mM. 1 Eng. lijn = 2.1166 mM.
1 Rijnl. duim = 26.1622 mM. 1 Rijnl. lijn = 2.1802 mM.

1 □ Geographische mijl = 55.062915 K.M². [1.7408592].
1 K.M². = 0.018161 □ Geographische mijl [8.2591408 — 10].
1 □ Paal = 320 Bahoe = 2.270878 K.M². [0.3561938].
1 K.M². = 0.440358 □ Paal [9.6438062 — 10].
1 Bahoe = 0.709649 Hectare [9.8510435 — 10].
1 Hectare = 1.409147 Bahoe [0.1489565].

De getallen tusschen haakjes zijn de logarithmen van de getallen waar zij onmiddelijk achter zijn geplaatst.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

ALGEMEENE GEODETISCHE FORMULES.

Is φ de breedte van een punt P, gelegen op het oppervlak der aarde, en stelt men de uitdrukking

$$\frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = W$$

dan bestaan de volgende betrekkingen:

1°. x, de afstand van het punt tot de kleine as der aarde,

$$x = aW \cos \varphi.$$

2°. y, de afstand van het punt tot het vlak van den equator,

$$y = a\ (1 - e^2)\ W \sin \varphi.$$

3°. N, de lengte van het deel der normaal op de ellipsoïde in het punt P, begrepen tusschen dat punt en het snijpunt met de kleine as der aarde, bepaaldelijk „de normaal" genoemd,

$$N = aW.$$

4°. d, de afstand van het snijpunt der normaal met de kleine as der aarde tot aan het middelpunt,

$$d = e^2 N \sin \varphi = ae^2 W \sin \varphi.$$

5°. R, de kromtestraal van den meridiaan in het punt P,

$$R = a\ (1 - e^2)\ W^3.$$

6°. de kromtestraal der normale doorsnede gaande door het punt P, welker vlak loodrecht staat op dat van den meridiaan (de dwarskromtestraal) is gelijk aan de normaal N.

7°. de gemiddelde kromtestraal in het punt P,

$$\sqrt{NR} = a\sqrt{1 - e^2 W^4} = bW^4.$$

8°. r, de straal van den parallelcirkel in het punt P,

$$r = x = N \cos \varphi = aW \cos \varphi.$$

9°. R_A, de kromtestraal in het punt P van de normale doorsnede, gaande door dat punt en waarvan het azimut in dat punt = A,

$$R_A = \frac{N}{1 + q \cos^2 \varphi \cos^2 A}.$$

De waarde van

$$\log W = \log \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

voor de verschillende waarden van φ wordt voor kleine breedten het gemakkelijkst berekend door middel van de formule:

$\log W = {}^1/_2\, Me^2 \sin^2 \varphi + {}^1/_4\, Me^4 \sin^4 \varphi + {}^1/_6\, Me^6 \sin^6 \varphi + {}^1/_8\, Me^8 \sin^8 \varphi + \ldots\ldots$,

waarin

$$\log {}^1/_2\, Me^2 = 7.1611647.305 - 10$$
$$\log {}^1/_4\, Me^4 = 4.6845451 - 10$$
$$\log {}^1/_6\, Me^6 = 2.55286 - 10$$
$$\log {}^1/_8\, Me^8 = 0.0032 - 10.$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

De lengte van een boog van den meridiaan, begrepen tusschen twee punten, welker geographische breedten φ_1 en φ_2 zijn, wordt voor afstanden van 100000 M. nog in milimeters nauwkeurig gevonden uit de formule:

$$S = \beta Rm \text{ boog } 1'' \, [1 + {}^1/_8 \beta^2 e^2 \text{ boog}^2 1'' \cos^2 \varphi m],$$

waarin: $\beta = \varphi_2 - \varphi_1$, uitgedrukt in secunden,

$\varphi m = {}^1/_2 (\varphi_1 + \varphi_2)$,

Rm, de meridiaan-kromtestraal voor de breedte φm,

$$\log {}^1/_8 e^2 \text{ boog}^2 1'' = 6.29247 - 10.$$

Voor de berekening van den logarithmus tot in acht decimalen nauwkeurig, heeft men de formule:

$$\log s = \log \beta Rm \text{ boog } 1'' + {}^1/_8 M \beta^2 e^2 \text{ boog}^2 1'' \cos 2 \varphi m.$$

$$\log {}^1/_8 Me^2 \text{ boog}^2 1'' = 5.95025 - 10''.$$

De lengte van een boog van den parallelcirkel begrepen tusschen twee punten, wier lengteverschil uitgedrukt in secunden gelijk is aan λ, wordt gevonden uit de formule:

$$s = r\lambda \text{ boog } 1''.$$

De inhoud van een trapeziumvormig deel van het aardoppervlak, dat begrensd wordt door twee bogen van meridianen en twee bogen van parallellen, is te berekenen uit de formule:

$$I = 2\lambda \text{ boog } 1'' [A_1 \cos \varphi m \sin {}^1/_2 \beta - A_3 \cos 3 \varphi m \sin {}^3/_2 \beta + A_5 \cos 5 \varphi m \sin {}^5/_2 \beta - \ldots]$$

waarin:

$$A_1 = a^2 \left(1 - \frac{e^2}{2} - \frac{e^4}{8} - \ldots\ldots\right)$$

$$A_3 = a^2 \left(\frac{e^2}{6} + \frac{e^4}{48} + \ldots\ldots\right)$$

$$A_5 = a^2 \left(\frac{3}{80} \frac{e^4}{} + \ldots\ldots\right);$$

en in getallenwaarden:

$$\log A_1 = 7.6078527.5$$

$$\log A_3 = 4.655908$$

$$\log A_5 = 1.8541$$

$$\log 2 \text{ boog } 1'' = 4.9866048.6 - 10,$$

terwijl λ moet worden uitgedrukt in secunden en I in vierkante Kilometers wordt gevonden.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

AFMETINGEN IN DE MERCATOR-PROJECTIE VOLGENS DE AARDELLIPSOIDE VAN BESSEL.

	In M.	In m. M. op 1 : 100.000	In m. M. op 1 : 250.000	In m. M. op 1 : 500.000
Lengte van 1° in de parallel	111306.58	1113.07	445.23	222.62
" " 1′ " " "	1855.11	18.55	7.42	3.71
" " 1″ " " "	30.9185	0.309	0.124	0.062

Geographische breedte.	Afmetingen van den meridiaan.					Aangroeiing voor 1 secunde.	
	Voor iederen graad in M.	Voor iederen halven graad				In M.	Log id.
		In M.	In m. M. op de schaal				
			1 : 100.000	1 : 250.000	1 : 500.000		
0° —	—	—	—	—	—	30.71278	1.487319
0° 30′	—	55282.55	552.83	221.13	110.57	30.71504	1.487351
1° —	110569.36	55286.81	552.87	221.15	110.58	30.71992	1.487420
1° 30′	—	55295.36	552.95	221.18	110.59	30.72685	1.487518
2° —	110603.51	55308.15	553.08	221.23	110.62	30.73640	1.487653
2° 30′	—	55325.24	553.25	221.30	110.65	30.74836	1.487822
3° —	110671.85	55346.61	553.47	221.39	110.70	30.76260	1.488023
3° 30′	—	55372.26	553.72	221.49	110.75	30.77918	1.488257
4° —	110774.47	55402.21	554.02	221.61	110.81	30.79825	1.488526
4° 30′	—	55436.49	554.36	221.74	110.88	30.81960	1.488827
5° —	110911.56	55475.07	554.75	221.90	110.95	30.84353	1.489164
5° 30′	—	55518.01	555.18	222.07	111.04	30.86981	1.489534
6° —	111083.31	55565.30	555.65	222.26	111.13	30.89854	1.489938
6° 30′	—	55616.97	556.17	222.47	111 24	30.92965	1.490375
7° —	111289.98	55673.01	556.73	222.69	111.35	30.96328	1.490847
7° 30′	—	55733.49	557.33	222.93	111.47	30.99930	1.491352
8° —	111531.89	55798.40	557.98	223.19	111.60	31.03788	1.491892
8° 30′	—	55867.77	558.68	223.47	111.74	31.07893	1.492466
9° —	111809.41	55941.64	559.42	223.77	111.89	31.12247	1.493074
9° 30′	—	56020.02	560.20	224.08	112.04	31.16851	1.493716
10° —	112122.98	56102.96	561.03	224.41	112.21		

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

VOORBEELD I. Berekening der afmetingen van een blad der kaart.

Noordelijke breedte.
Blad:
Schaal 1:100000 [1:80000].
Centraalpunt $\varphi_0 = 1^\circ\ 40'$ (argument).
$\beta_1 = \lambda_1 = 10' = 600''$.

log [A]	1.49004	log [C]	4.637
log λ_1	2.77815	log $\beta_1\ \lambda_1$	5.556
log (1)	4.26819	log (3)	0.193
log [B]	1.48731	log [D]	4.338
log β_1	2.77815	2 log λ	5.556
log (2)	4.26546	log (4)	9.894
+ (1)	18543	+ (2)	18427
∓ (3)	∓ 2	± (4)	± 1
b'	18541	h'	18428
b''	18545	h''	18426

Afmetingen van het blad: [1:80000].
$b' = 231.8$ mM. $h' = 230.4$ mM.
$b'' = 231.8$ mM. $h'' = 230.3$ mM.
Lengte van den bovenrand 463.6 mM.
„ „ „ benedenrand 463.6 mM.
Hoogte 460.7 mM.

Zuidelijke breedte.
Blad:
Schaal: 1:50000 [1:40000].
Centraalpunt $\varphi_0 = 5^\circ\ 0'$ (argument).
$\beta_1 = \lambda_1 = 5' = 300''$.

log [A]	1.48857	log [C]	5.113
log λ_1	2.47712	log $\beta_1\ \lambda_1$	4.954
log (1)	3.96569	log (3)	0.067
log (B)	1.48734	log [D]	4.813
log β_1	2.47712	2 log λ	4.954
log (2)	3.96446	log (4)	9.767
+ 1	9240	+ (2)	9214
∓ (3)	± 1	± (4)	± 1
b'	9239	h'	9215
b''	9241	h''	9213

Afmetingen van het blad: [1:40000].
$b' = 231.0$ mM. $h' = 230.4$ mM.
$b'' = 231.0$ mM. $h'' = 230.3$ mM.
Lengte van den bovenrand 462.0 mM.
„ „ „ benedenrand 462.0 mM.
Hoogte 460.7 mM.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

VOORBEELD II. Berekening der coördinaten van een punt van het driehoeksnet op een blad der kaart uit de geografische lengte en breedte.

Noordelijke breedte.

Blad:
Centraalpunt φ_o = 1° 40′ 0″ N. (argument).
l_o = 1° 40′ 0″ W.
Punt: Sibogo.

l	1°32′28″.477 W.	φ	1°45′32″.407
l_o	1 40 0 W.	φ_o	1 40 0
λ	+ 731″.523	β	+ 5′32″.407
	+ 451″.523		+ 332″.407

log [A]	1.4900357.9	log [C]	4.63655
log λ	2.6546798.7	log β	2.52167
log (1)	4.1447156.6	log λ	2.65468
log (B)	1.4873136.5	log (3)	9.81290
log β	2.5216701.6	log [D]	4.33825
log (2)	4.0089838.1	2 log λ	5.30936
+ (1)	+ 13954.545	log (4)	9.64761
− (3)	— 0.650	log [1]	8.299
		log [D]	4.338
x	+ 13953.89	2 log β	5.043
+ (2)	+ 10209.014	log (5)	7.680
+ (4)	+ 0.444	log [2]	0.086
+ (5)	+ 0.005	3 log β	7.565
+ (6)	+ 0.004	log (6)	7.651
y	+ 10209.47		

Zuidelijke breedte.

Blad:
Centraalpunt φ_o = 2° 0′ 0″ Z. (argument).
l_o = 0°32′30″ O.
Punt: Indrapoera.

l	0°32′17″.394 O.	φ	2° 2′15″.638
l_o	0 32 30 O.	φ_o	2 0 0
λ	— 12″.606	β	+ 2′15″.638
			+ 135″.638

log [A]	1.4899554.5	log [C]	4.71571
log λ	1.1005773.3 n	log β	2.13238
log (1)	2.5905327.8 n	log λ	1.10058 n
log [B]	1.4873152.7	log (3)	7.94867 n
log β	2.1323813.7	log [D]	4.41732
log (2)	3.6196966.4	2 log λ	2.20115
+ (1)	— 389,523	log (4)	6.61847
− (3)	+ 0.008	log [1]	8.299
		log [D]	4.417
x'	— 389.51	2 log β	4.265
− (2)	— 4165.783	log (5)	6.981
− (4)	— 0.000	log [2]	0.086
− (5)	— 0.001	3 log β	6.397
− (6)	— 0.000	log (6)	6.483
y	— 4165.78		

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

VOORBEELD III. Berekening van de geographische lengte en breedte van een driehoekspunt uit de coördinaten in de polyederprojectie.

Punt: Si Tirdo Toba: S 100.
Graadafdeeling: 1.
Centraalpunt: $l_o = 1°\ 30'$ W. (O. L. +, W. L. −); $p_o = 2°\ 30'$ N. (argument).

x	+ 5074.71	y	− 4681.16
log [A']	8.5101924	log [B']	8.5126818
log x	3.7054113	log y	3.6703535 n
log (1)	2.2156037	log (2)	2.1830353 n
log [C']	0.346	log [D']	0.048
log x	3.705	log x^2	7.411
log y	3.670 n	log (4)	7.459
log (3)	7.721 n		

+ (1)	+ 164".287	+ (2)	− 152".418
+ (3)	− 0.005	− (4)	− 0.003
λ	+ 2'44".282	β	− 2'32".421
l_o	− 1°30'0".000	p_o	2°30'0".000
l	1°27'15".718 W.	p	2°27'27".579 N.

Punt: B. Poenggoeng Lading: S 39.
Graadafdeeling: 63.
Centraalpunt: $l_o = 0°\ 30'$ O. (O. L. +, W. L. −); $p_o = 0°\ 30'$ Z. (argument).

x	− 15777.33	y	− 8997.05
log [A']	8.5099295	log [B']	8.5126870
log x	4.1980335 n	log y	3.9348543 n
log (1)	2.7079630 n	log (2)	2.4475413 n
log [C']	0.123	log [D']	9.825
log x	4.198 n	log x^2	8.396
log y	3.935 n	log (4)	8.221
log (3)	8.256		

+ (1)	− 510".462	− (2)	+ 280".247
− (3)	− 0.018	− (4)	− 0.017
λ	− 8'30".480	β	+ 4'40".230
l_o	+ 0°30'0".000	p_o	1°30'0".000
l	0°21'29".520 O.	p	1°34'40".230 Z.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

VOORBEELD IV. Berekening van de richtingshoeken, de lengte en de azimuts der verbindingslijn van twee punten in de projectie uit de coördinaten.

Graadafdeeling	6		63
φ_0	2° 10′ N.		1° 30′ Z.
P_2	Si Tindo Toba S 100.		G. Pantai Tjarmin P 11.
P_1	D. Paoeng P 61		B. Poenggoeng Lading S 39.
x_2	— 31994.00		— 7471.33
x_1	— 7359.86		— 15777.33
ξ_{1-2}	— 24634.14		+ 8306.00
y_2	+ 32177.09		+ 24424.60
y_1	+ 1002.01		— 8607.05
η_{1-2}	+ 31175.08		+ 33031.65
log ξ_{1-2}	4.3915374 n		3.9193919
log η_{1-2}	4.4938076		4.5189303
log tang α_{1-2}	9.8977298 n		9.4004616
α_{1-2}	321° 41′ 4″, 83		14° 6′ 52″, 99
α_{2-1}	141 41 4 83		194 6 52 99
log ξ_{1-2}	4.3915374 n		3.9193919
log sin α_{1-2}	9.7923893 n		9.3871480
log s	4.599153		4.5322439
log cos α_{1-2}	9.8946542		9.9866864
log η_{1-2}	4.4938076		4.5189303
log [E′]	7.0877		6.9278
log x_1	3.8660 n		4.1980 n
log x_2	4.5051 n		3.8734 n
log α_1 = log [E′] x_1	0.9546		1.1258 n
log α_2 = log [E′] x_2	1.5928 n		0.8012 n
α_1	— 9″, 01		— 13″, 36
α	— 39, 15		— 6, 33
N.B. + $\mid A'_{1-2} = \alpha_{1-2} \pm \alpha_1$	321° 40′ 55″, 82		14° 7′ 6″, 35
Z.B. — $\mid A'_{2-1} = \alpha_{2-1} \pm \alpha_2$	141 40 25, 68		194 6 59, 32

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

VOORBEELD V. **Berekening van de lengte en de azimuts eener driehoekszijde op het aardoppervlak uit de lengte en de azimuts van de verbindingslijn der eindpunten in de projectie.**

Graadafdeeling	6		63	
P_2 P_1	Si Tindo Toba S 100. D. Paoeng P 61.		G. Pantai Tjarmin P 11. B. Poenggoeng Lading S 39.	
$y_m = {}^1/_2 (y_1 + y_2)$	+ 16590		+ 7909	
log [1]	2.730	2.730	2.730	2.730
log y_m^2	8.440		7.796	
log (1)	1.170		0.526	
log [2]	1.651	1.651	1.651	1.651
log m_{1-2}^2	8.988		9.038	
log (2)	0.639		0.689	
log S	4.5991534		4.5322439	
Eenh. v. d. 7e dec. — (1)	— 15		— 3	
Eenh. v. d. 7e dec. — (2)	— 4		— 5	
log S	4.5991515		4.5322431	
log [3]	1.407	1.407	1.407	1.407
log y_m	4.220		3.898	
log ξ_{1-2}	4.392 *n*		3.919	
log (3)	0.019 *n*		9.224	
log [4]	0.635	0.635	0.635	0.635
log ξ_{1-2}	4.392		3.919	
log m_{1-2}	4.494		4.519	
log (4)	9.521 *n*		9.073	
(3)	— 1.05		+ 0.17	
(4)	— 0.33		+ 0.12	
$\psi_{1-2} = +$ (3) — (4)	— 0.72		+ 0.05	
$\psi_{2-1} = -$ (3) — (4)	+ 1.38		— 0.29	
$A_{1-2} = A'_{1-2} - \psi_{1-2}$	321° 40' 56", 54		14° 7' 6", 30	
$A_{2-1} = A'_{2-1} - \psi_{2-1}$	141 40 24, 30		194 6 59 61	

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

VOORBEELD VI. Berekening der coördinaten van een punt ten opzichte van de assen van een blad der kaart uit de coördinaten van dat punt ten opzichte van de assen van een aangrenzend blad.

Noordelijke breedte: Zuidelijke breedte:

Punt: N. N.				Punt: N. N.			
1e Graadafd. K. — 2e Graadafd. L.				1e Graadafd. S. — 2e Graadafd. T.			
O.L. + l_o / W.L. — l'_o	− 1° 30′ / − 1° 30′	φ_o / φ'_o	2°30′ N. / 2°10 N.(arg.)	O.L. — l_o / W.L. — l'_o	+ 3° 30′ / + 3° 50′	φ_o / φ'_o	6°50′ Z. / 7°10′ Z.(arg.)
λ_o	0′	β_o	+ 20″	λ_o	— 20″	β_o	— 20″
x	+ 14286.3	log [x]	—	x	+ 6422.9	log [x]	6.8608 n
+ P	—	log x	4.155	+ P	− 36840.99	log x	3.8077
− [x] y	—	log y	3.439 n	+ [x] y	− 11.92	log y	4.2156
+ [β] x	+ 0.24	log [β]	5.226	+ [β] x	+ 0.11	log [β]	5.226
+ [γ] xy	− 0.04	log [x] x	—	− [γ] xy	− 0.10	log [x] x	0.6685 n
x'	+ 14286.5	log [x] y	—	x'	− 30429.8	log [x] y	1.0764 n
		log [β] x	9.381			log [β] x	9.034
		log [β] y	8.665 n			log [β] y	9.442
		log [γ]	0.960			log [γ]	0.960 n
y	− 2748.7	log xy	7.594 n	y	+ 16429.5	log xy	8.023
+ Q	+ 36855.38	log [γ] xy	8.554 n	− Q	+ 36846.89	log [γ] xy	8.983 n
+ [x] x	—			− [x] x	+ 4.66		
+ [β] y	− 0.05	log [ξ]	0.659	+ [β] y	+ 0.28	log [ξ]	0.659 n
− [ξ] x^3	− 0.09	log x^3	8.310	+ [ξ] x^3	− 0.02	log x^3	7.615
+ [ξ] y^3	+ 0.00	log y^3	6.878	− [ξ] y^3	+ 0.12	log y^3	8.431
y'	+ 34106.5	log [ξ] x^3	8.969	y'	+ 53281.4	log [ξ] x^3	8.274 n
		log [ξ] y^3	7.537			log [ξ] y^3	9.090 n

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

TAFEL I.

P	log [A]	log [B]	log [C]	log [D]
0° 10'	1.4902165.1	1.4873100.1	3.63061	3.32849
30	1.4902019.0	1.4873103.0	4.11373	3.81559
50	1.4901727.0	1.4873108.9	4.33557	4.03740
1° 10'	1.4901288.9	1.4873117.7	4.48108	4.18347
30	1.4900704.8	1.4873129.5	4.59081	4.29253
50	1.4899974.5	1.4873144.2	4.67793	4.37959
2° 10'	1.4899098.1	1.4873161.9	4.75046	4.45202
30	1.4898075.4	1.4873182.4	4.81257	4.51403
50	1.4896906.4	1.4873205.9	4.86689	4.56823
3° 10'	1.4895591.1	1.4873232.4	4.91516	4.61636
30	1.4894129.3	1.4873261.8	4.95858	4.65963
50	1.4892520.9	1.4873294.0	4.99803	4.69886
4° 10'	1.4890765.9	1.4873329.3	5.03419	4.73490
30	1.4888864.0	1.4873367.4	5.06756	4.76807
50	1.4886815.2	1.4873408.4	5.09852	4.79884
5° 10'	1.4884619.3	1.4873452.3	5.12742	4.82751
30	1.4882276.2	1.4873499.1	5.15450	4.85435
50	1.4879785.7	1.4873548.9	5.17997	4.87957
6° 10'	1.4877147.9	1.4873601.5	5.20402	4.90335
30	1.4874361.9	1.4873657.0	5.22680	4.92584
50	1.4871428.3	1.4873715.3	5.24843	4.94717
7° 10'	1.4868346.2	1.4873776.5	5.26901	4.96744
30	1.4865116.1	1.4873840.5	5.28866	4.98675
50	1.4861736.9	1.4873907.4	5.30744	5.00519
8° 10'	1.4858209.6	1.4873977.2	5.32542	5.02282
30	1.4854532.8	1.4874049.7	5.34268	5.03970
50	1.4850706.4	1.4874125.1	5.35927	5.05590

Achter log [C] en log [D] moet gevoegd worden — 10.
log [1] = 8.299 — 10. log [2] = 0.086 — 10.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

TAFEL II.

ϕ	log [A']	log [B']	log [C']	log [D']	log [E']
0° 10'	8.5097835	8.5126900	9.169	8.871	5.9735
30	8.5097981	8.5126897	9.646	9.348	6.4506
50	8.5098273	8.5126891	9.868	9.570	6.6725
1° 10'	8.5098711	8.5126882	0.014	9.716	6.8187
30	8.5099295	8.5126870	0.123	9.823	6.9278
50	8.5100026	8.5126856	0.211	9.912	7.0150
2° 10'	8.5100902	8.5126838	0.283	9.985	7.0877
30	8.5101924	8.5126818	0.346	0.047	7.1499
50	8.5103094	8.5126794	0.400	0.102	7.2043
3° 10'	8.5104409	8.5126768	0.449	0.150	7.2527
30	8.5105871	8.5126738	0.492	0.193	7.2963
50	8.5107479	8.5126706	0.532	0.233	7.3359
4° 10'	8.5109234	8.5126671	0.569	0.269	7.3722
30	8.5111136	8.5126633	0.602	0.303	7.4058
50	8.5113185	8.5126592	0.634	0.334	7.4369
5° 10'	8.5115381	8.5126548	0.663	0.363	7.4660
30	8.5117724	8.5126501	0.691	0.391	7.4934
50	8.5120215	8.5126451	0.717	0.416	7.5191
6° 10'	8.5122852	8.5126398	0.741	0.441	7.5434
30	8.5125638	8.5126343	0.765	0.464	7.5664
50	8.5128572	8.5126285	0.787	0.486	7.5884
7° 10'	8.5131654	8.5126223	0.808	0.506	7.6092
30	8.5134884	8.5126159	0.828	0.526	7.6292
50	8.5138263	8.5126093	0.848	0.546	7.6483
8° 10'	8.5141790	8.5126023	0.866	0.564	7.6666
30	8.5145467	8.5125950	0.884	0.581	7.6843
50	8.5149294	8.5125875	0.902	0.598	7.7012

Achter al deze logarithmen moet gevoegd worden — 10.

log [1] = 2.730 — 10. log [2] = 1.651 — 10.

log [3] = 1.407 — 10. log [4] = 0.635 — 10.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

β_0 3° 10′ — 5° 50′.

TAFEL III.

β'_0	λ_0 β_0	0′ + 20″	0′ − 20″	± 20′ + 20″	± 20′ 0″	± 20′ − 20″
3° 10′	P	—	—	37034.07	37045.92	37057.76
	Q	+ 36856.01	− 36855.78	+ 36861.97	+ 5.95	− 36849.83
	log [α]	—	—	6.5070.	6.5070	6.5070
3° 30′	P	—	—	37020.36	37033.45	37046.54
	Q	+ 36856.28	− 36856.01	+ 36862.85	+ 6.58	− 36849.44
	log [α]	—	—	6.5504	6.5504	6.5504
3° 50′	P	—	—	37005.40	37019.74	37034.07
	Q	+ 36856.56	− 36856.28	+ 36863.76	+ 7.20	− 36849.08
	log [α]	—	—	6.5899	6.5899	6.5899
4° 10′	P	—	—	36989.20	37004.78	37020.36
	Q	+ 36856.87	− 36856.56	+ 36864.70	+ 7.82	− 36848.74
	log [α]	—	—	6.6260	6.6260	6.6260
4° 30′	P	—	—	36971.76	36988.58	37005.40
	Q	+ 36857.21	− 36856.87	+ 36865.65	+ 8.44	− 36848.43
	log [α]	—	—	6.6594	6.6594	6.6594
4° 50′	P	—	—	36953.07	36971.13	36989.20
	Q	+ 36857.57	− 36857.21	+ 36866.63	+ 9.06	− 36848.15
	log [α]	—	—	6.6904	6.6904	6.6904
5° 10′	P	—	—	36933.13	36952.44	36971.75
	Q	+ 36857.95	− 36857.57	+ 36867.63	+ 9.68	− 36847.89
	log [α]	—	—	6.7193	6.7193	6.7193
5° 30′	P	—	—	36911.96	36932.51	36953.07
	Q	+ 36858.36	− 36857.95	+ 36868.66	+ 10.30	− 36847.66
	log [α]	—	—	6.7463	6.7463	6.7463
5° 50′	P	—	—	36889.54	36911.34	36933.13
	Q	+ 36858.80	− 36858.36	+ 36869.71	+ 10.91	− 36847.45
	log [α]	—	—	6.7718	6.7718	6.7718
	log [β]	5.226	5.226	5.226	—	5.226
	log [γ]	0.960	0.960	0.960	—	0.960 n
	log [δ]	0.659	0.659 n	0.659	—	0.659 n

P en [α] hebben hetzelfde teeken als λ_0. — Achter alle log. moet worden gevoegd — 10.

TAFEL III.

φ'_0 6° 10′ — 8° 50′

φ'_0	λ_0 β_0	0′ + 20′	0′ — 20′	± 20′ + 20′	± 20′ 0′	± 20′ — 20′
6° 10′	P	—	—	36865.89	36888.92	36911.9
	Q	+ 36859.25	— 36858.79	+ 36870.78	+ 11.53	— 36847.7
	log [ϱ]	—	—	6.7958	6.7958	6.7958
6° 30′	P	—	—	36841.00	36865.27	36889.5
	Q	+ 36859.74	— 36859.25	+ 36871.88	+ 12.14	— 36847.1
	log [ϰ]	—	—	6.8186	6.8186	6.8186
6° 50′	P	—	—	36814.86	36840.37	36865.8
	Q	+ 36860.25	— 36859.74	+ 36873.00	+ 12.75	— 36846.9
	log [ϰ]	—	—	6.8402	6.8402	6.8402
7° 10′	P	—	—	36787.49	36814.24	36840.9
	Q	+ 36860.77	— 36860.25	+ 36874.13	+ 13.36	— 36846.4
	log [ϰ]	—	—	6.8608	6.8608	6.8608
7° 30′	P	—	—	36758.87	36786.86	36814.8
	Q	+ 36861.34	— 36860.77	+ 36875.31	+ 13.97	— 36846.8
	log [ϰ]	—	—	6.8805	6.8805	6.8805
7° 50′	P	—	—	36729.03	36758.25	36787.4
	Q	+ 36861.91	— 36861.34	+ 36876.48	+ 14.57	— 36846.7
	log [ϰ]	—	—	6.8992	6.8992	6.8992
8° 10′	P	—	—	36697.95	36728.41	36758.8
	Q	+ 36862.51	— 36861.91	+ 36877.69	+ 15.18	— 36846.7
	log [ϰ]	—	—	6.9172	6.9172	6.9172
8° 30′	P	—	—	36665.63	36697.33	36729.0
	Q	+ 36863.14	— 36862.51	+ 36878.92	+ 15.78	— 36846.7
	log [ϰ]	—	—	6.9345	6.9345	6.9345
8° 50′	P	—	—	36632.07	36665.01	36697.9
	Q	+ 36863.69	— 36863.14	+ 36880.17	+ 16.38	— 36846.7
	log [ϰ]	—	—	6.9510	6.9510	6.9510
	log [β]	5.226	5.226	5.226	—	5.226
	log [γ]	0.960	0.960 *n*	0.960	—	0.960 *n*
	log [δ]	0.659	0.659 *n*	0.659	—	0.659 *n*

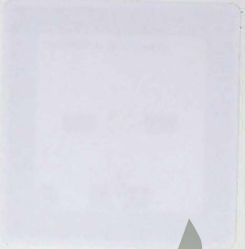
P en [ϰ] hebben hetzelfde teeken als λ_0. — Achter alle log. moet worden gevoegd — 10.

PERPUSTAKAAN NASIONAL

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA

PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA



PERPUSTAKAAN NASIONAL
REPUBLIK INDONESIA