VERSLAG

BETREFFENDE

DE BEREKENING DER TABELLEN

VOOR DE

NEDERLANDSCH-INDISCHE LEVENSVERZEKERING- EN LIJFRENTE-MAATSCHAPPIJ,

DOOR

Dr. J. A. C. OUDEMANS.

LEMBAGA KEBUDAJAAN
INDONESIA

V - 24.

...urkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië,
Dl. 26, pag. 163.

PERPUSTAKAAN NASIONAL R.I.
Tanggal : 28-6-2010
Nomor Induk : 517/PM.Mus&Wm/10
BIB - ID : 0010-33259160
ITEM - ID : 000037899222
Asal : Museum Pusat

V, 2
24

VERSLAG

BETREFFENDE

DE BEREKENING DER TABELLEN

VOOR DE

NEDERLANDSCH-INDISCHE LEVENSVERZEKERING- EN LIJFRENTE-MAATSCHAPPIJ,

DOOR

Dr. J. A. C. OUDEMANS.

EERSTE HOOFDSTUK.

Over de aangenomene sterftetafels.

De aangenomene sterftetafel is de basis, waarop de berekening der levensverzekering- en lijfrentetafels berust.

Bij de Nederlandsch-Indische Levensverzekering- en Lijfrente-Maatschappij zijn verschillende wetten van sterfte aangenomen, naar gelang zij moesten dienen voor de berekening van lijfrente of van levensverzekering. Voor de lijfrente is het wenschelijk dat een langer leven, dan waarschijnlijk is, aan den kontribuant worde toegekend; voor de levensverzekering een korter, opdat de maatschappij zekerder zij, hare aangegane verbindtenissen te kunnen voldoen.

Een vroeger opgemaakt, doch niet gepubliceerd rapport deelde de uitkomsten mede van de eerste onderzoekingen omtrent de Indische sterftekans. Toen de gegevens uit

BAT. GENOOTSCHAP K.N.W.

Soerabaja, Samarang, Pasoeroean, Solo, enz. die bij het opmaken van dat rapport nog ontbraken, later ontvangen waren, bleek het, dat de aangenomen percenten sterfte voor beide gevallen, — lijfrente en levensverzekering — *veilig* waren. De vroegere getallen werden nagenoeg bevestigd.

Ten einde echter geene sprongen in de berekeningen te verkrijgen, werden de percenten sterfte nog een weinig gewijzigd, gedeeltelijk ook met het doel, om ook een analogen loop der sterftelijn te hebben met dien, welken de konstruktie van Prof. Lobatto's cijfers in zijn hierna te melden werkje oplevert.

Voor de berekening der kontributiën voor een weduwenpensioen is ook gelet op de omstandigheid, dat in Europa over het algemeen de vrouwen minder sterven dan de mannen, en werd dus eene afzonderlijke sterftetafel voor vrouwen aangenomen. Tafels voor lijfrente of levensverzekering zijn niet afzonderlijk met deze sterfte berekend, daar het slechts enkele keeren gebeuren zal, dat eene vrouw eene lijfrente of levensverzekering bij de maatschappij neemt, en de rapporteurs bovendien eenstemmig met het Bijblad van de Economist (Julij—September 1859, blz. 284) van meening waren, dat het bestaan van het bedoelde verschil nog niet als geheel bewezen beschouwd kan worden. Dat Prof. Lobatto en anderen de sterftetafel voor vrouwen voordeeliger gevonden hebben dan die voor mannen, ligt waarschijnlijk daaraan, dat zij haar uit volks-*tellingen* van groote steden hebben afgeleid, waar een groot aantal vrouwen van middelbaren leeftijd uit het platte land komen, om te dienen; hierdoor schijnt het, dat zij minder uitsterven. Deze handelwijze, om uit eene enkele telling eene sterftetafel af te leiden, is alleen naauwkeurig voor eene stationnaire bevolking, maar niet, wanneer er vele personen van eenen bepaalden leeftijd in de massa komen, die er misschien op eenen anderen tijd weder uitgaan. In Indië bijv. zou eene enkele telling geheel ongeschikt zijn, om eene slechts eenigzins naauwkeurige sterftetafel op te leveren.

Voor de berekening van de kontributiën voor weduwenpensioen werd nogtans geacht, alle mogelijke zekerheid te moeten in acht nemen, en daarom werd eene eenigzins voordeeliger sterftelijn aangenomen.

Ter vergelijking volgen hier de percenten sterfte, welke Prof. Lobatto aangeeft, die, welke het onderzoek van de sterfte der officieren heeft opgeleverd, de voorloopig in het rapport en eindelijk de definitief aangenomene. Om verwarring voor te komen, is het midden van elk vijftal jaren genomen.

PERCENTEN STERFTE.

OUDERDOM	LOBATTO.		INDISCHE OFFICIEREN.	VOORLOOPIG AANGENOMEN.		DEFINITIEF AANGENOMEN.		
Jaar.	Mannen.	Vrouwen.		Levensverzekering.	Lijfrente.	Levensverzekering.	Lijfrente mannen en vrouwen.	Vrouwen voor weduwenpensioen.
22½	1,54	0,96	2,45	3	2	2,82	1,66	1,55
27½	1,64	1,25	2,3	3	1,6	3,01	2,06	1,68
32½	1,43	1,40	3,73	3	1,8	3,25	1,98	1,84
37½	1,92	1,59	3,98	3,5	2,5	3,53	2,42	2,03
42½	2,06	1,60	3,24	4	2,3	3,88	2,56	2,25
47½	2,69	1,90	4,36	4,5	3,25	4,32	3,19	2,54
Gemiddeld	1,88	1,45	3,34	3,5	2,24	3,47	2,31	1,98
of	1:53	1:69	1:30	1:28	1:45	1:29	1:43	1:50,5

Voor jaren boven de 50, zegt het bedoelde rapport, werd voor lijfrente aangenomen de Hollandsche sterfte; voor levensverzekering werd op deze nog 40% opgelegd. Later kwam het beter voor, de sterftelijnen door te trekken, zoo als zij waarschijnlijk zouden moeten loopen, en de ordinaten (loodlijnen) der figuur af te meten, en als het aantal levenden voor de hoogere jaren aan te nemen. Hierdoor is het verschil der percenten sterfte in den regel minder geworden, dan 40%. Wat nogtans de sterftelijn der levensverzekering aanging, het werd voor dezen tak noodig geoordeeld, het uitsterven veel vroeger aan te nemen, dan op het 95e jaar, zoo als voor de lijfrente was verondersteld. Er werd daarvoor dus het 80e levensjaar aangenomen (zie fig. 1, 2, en 3, hierachter).

Het bleek nu, dat de reeds aangenomene punten der levensverzekering-sterftelijn en het punt van uitsterven bij 80 jaar (ordinaat = 0) zeer goed in eene parabolische kromme lijn van den derden graad waren te brengen. De beste lijn van deze soort werd gezocht en voor de regelmatigheid der sterftetafel en derhalve van daarop steunende tafels van levensverzekering werd voor elk jaar het aantal levenden door de formule berekend. Van 5 tot 0 jaar is de lijn gewijzigd en eene sterkere uitsterving aangenomen. Doorgetrokken, zoude onze parabolische kromme lijn, die voor 5 jaar 77712 levenden geeft, voor 0 jaar de ordinaat 87096 geven, doch nu werd 100,000 aangenomen. Of deze verhouding (sterfte in de 5 eerste jaren 22,3%) wel genoegzaam is, ja of de geheele lijn van 0 tot 23 jaar een naauwkeurig genoeg beloop heeft, komt er minder op aan, daar de maatschappij geene kontrakten voor levensverzekering sluit beneden de 20 jaar.

De sterftetafel voor levensverzekering beneden de 20 jaar, heeft alleen gediend voor berekening van wederverzekering. Is de sterfte grooter, de stervenden ontvangen slechts hunnen inleg terug, en de maatschappij behoudt dan de interessen. Veel kan de maatschappij dus in dié

gevallen niet verliezen, vooral daar bij de berekening der lijfrente eene waarschijnlijk zeer veilige wet van extinctie is aangenomen.

Voor de sterftelijn van lijfrente is beneden de 20 jaar, zooals reeds in het rapport voornoemd is aangemerkt, Hollandsche sterfte aangenomen. Vooreerst was dit zekerheidshalve geraden, daar er zeer weinig gegevens voor de berekening eener Indische sterftetafel van 0—20 jaar aanwezig zijn. Wel kennen wij uit sommige opgaven de sterfte in het algemeen van kinderen beneden de 16 jaar, maar daar de sterftekans bij den kinderleeftijd het meeste met de jaren verschilt (in Holland — volgens Lobatto — bij 0 jaar 25%, bij 15 jaar 0,28%), zoo zouden er meer gedetailleerde opgaven noodig geweest zijn.

Er is dus aangenomen de Hollandsche sterftelijn, doch op deze uitzondering na, dat van 0 tot 3 jaar eene gelijkmatige sterfte is aangenomen, gelijk aan die, welke van het 3e tot het 4e jaar plaats heeft.

Voor de praktijk is deze aanname ook zeer voldoende, daar er vele kinderen naar Europa gaan, om aldaar hunne opvoeding te ontvangen. Op die gevallen wordt dan niet toegepast de korting voor korter dan 15 jaar verblijf in Indië, die bij de meer in leeftijd gevorderden wordt afgetrokken.

Desniettemin kwam het voor, dat de groote sterfte van kinderen, *kort na de geboorte*, in Nederland, niet voor Indië kon aangenomen worden. Bij den tak lijfrente (weezenpensioen is eene voorwaardelijke lijfrente) moet reeds zekerheidshalve eene geringere sterfte aangenomen worden, dan werkelijk bestaat; doch er komt nog dit bij, dat de groote sterfte van ca. 25% in het eerste levensjaar, in Amsterdam en andere plaatsen, waarschijnlijk toe te schrijven is aan het lijden van koude, armoede en gebrek, en het is dus allezins aannemelijk, dat in Indië bij pasgeborenen die zeer groote sterfte niet bestaat.

Door de sterfte der kinderen echter van 0 tot 4 jaar gelijkmatig aan te nemen, ontstaat eene anomalie in de per-

centsgewijze sterfte; deze namelijk groeit daardoor in die 3 eerste jaren eenigzins aan om na het 3e jaar [1]) te dalen, zie fig. 4; doch deze aanvankelijke vermeerdering der percentsgewijze sterfte, is in harmonie met de ondervinding, die sommigen beweren opgedaan te hebben, dat werkelijk in Indië de sterfte, van de geboorte tot het 1e jaar, niet zoo groot is, als van het 1e tot het 3e jaar, wanneer tanden krijgen en buikziekte vele kinderen wegrukken.

Mogt de loop der bedoelde lijn, aldus gevonden onnatuurlijk worden geacht, dan bedenke men, dat die loop aangenomen is *uit gebrek aan gegevens*, en voor de zekerheid der maatschappij. De kinder-verzekering vormt bovendien een afzonderlijken tak der maatschappij, voor dien tak wordt afzonderlijk *Bonus* berekend, die voor $\frac{1}{3}$ gedeelte aan kontribuanten terugvloeit.

TWEEDE HOOFDSTUK.

Ontwikkeling der formulen, naar welke de berekening der tabellen heeft plaats gehad.

Inleiding.

Bij de berekening der tabellen eener maatschappij van levensverzekering en lijfrente kunnen verschillende wegen ingeslagen, verschillende formules gebruikt worden. De methode, die bij de berekening der tabellen der Ned.-Indische levensverzekering- en lijfrente-maatschappij gevolgd is, komt in beginsel overeen met die, welke onder anderen,

---

[1]) Ik zeg: „*na het 3e jaar*," omdat de ordinaten de percentsgewijze sterfte van een jaar op het volgende voorstellen.

doch alleen voor de lijfrentetafel, aangegeven is in het bekende werk van Prof. Lobatto, getiteld:

»*Beschouwing van den aard, de voordeelen en de inrigting* »*der maatschappijen van levensverzekering, bevattende tevens* »*eene verklaring der ware gronden van berekening tot het ont-* »*werpen van duurzame weduwenfondsen, bijzonderlijk opgesteld* »*ten dienste der ongeoefenden in de wiskunde*," en onderscheidt zich daardoor, dat bij de berekening der hoofdtabellen — die van enkele lijfrente en levensverzekering — een aanvang wordt gemaakt met de bepaling der kontante waarde dier lijfrente of dier levensverzekering, voor het levensjaar voorafgaande dat, waarin volgens de aangenomene sterftetafel het uitsterven plaats heeft; terwijl voorts die kontante waarde voor elk vroeger jaar afgeleid wordt uit die voor elk volgend jaar, zoodat ten slotte de bedoelde kontante waarde verkregen wordt voor pasgeborenen.

De oorzaak, waarom er eene wijziging in de formules van Prof. Lobatto moest gebragt worden, ligt in de bijzondere voorwaarden, die voor de levensverzekering- en lijfrente-maatschappij gelden, namelijk:

1°. de rentestandaard van 6%;

2°. de uitbetalingen geschieden op het einde van elk kwartaal;

3°. de lijfrenten worden door de maatschappij voluit betaald over de maand van overlijden des verzekerden;

4°. bij maandelijksche stortingen voor eene levensverzekering, geschieden die stortingen vooruit; derhalve is de maand van overlijden de laatste, waarvoor de storting voldaan moet worden.

Eindelijk heeft invloed op de premiën der lijfrenten en der levensverzekeringen de wijze, waarop de Ned.-Indische maatschappij de administratiekosten in rekening brengt. Zij zondert hiertoe af 10% van alle gelden, die bij haar worden ingebragt, en 10% van de ontvangene interessen. De laatste korting wordt in de berekening der tabellen dadelijk ingevoerd, door in plaats van 6% aan te nemen, den

rentestandaard 5,4%; terwijl de korting van 10 pct. op de inlagen in rekening wordt gebragt, door alle berekende waarden van stortingen der kontribuanten aan de maatschappij met $\frac{1}{9}$, alle berekende renten voor eene bepaalde storting daarentegen met $\frac{9}{10}$ te vermenigvuldigen.

---

§ I.

Lijfrente.

Door lijfrente wordt verstaan eene rente, die ophoudt bij iemands overlijden. De som, die iemand dadelijk aan de maatschappij moet vooruitbetalen, om eene dergelijke rente te genieten, wordt de *kontante waarde* of de premie der lijfrente genoemd.

In het aangehaalde werkje [1]) merkt Prof. Lobatto op, dat, daar volgens de door hem aangenomen sterftetafels, het totaal uitsterven op het 102de jaar plaats heeft, de kontante waarde eener lijfrente, voor personen van 101 jarigen ouderdom, gelijk nul is, dewijl de Maatschappij op het einde van het jaar niets te betalen heeft, aangezien er, volgens de onderstelling, alsdan geene personen meer overig zijn. Bij zijne ontwikkeling wordt namelijk aangenomen, dat alleen die kontribuanten aan het einde des jaars de rente voor dat jaar ontvangen, die alsdan nog in leven zijn.

Bij de door de Ned. Indische Levensverzekering- en Lijfrente-Maatschappij ten gronde gelegde sterftetafel voor lijfrenten, is het uitsterven gesteld op het 95ste jaar.

Door de 2de en 3de der in de inleiding opgegeven voorwaarden, wordt de zoo even genoemde uitkomst bij ons gewijzigd, de waarde der lijfrente voor het jaar, voraf-

---

[1]) § 18, bladz. 59.

gaande dat, waarin het uitsterven plaats heeft, is niet = 0, en wordt op de volgende wijze afgeleid.

Stel, dat zich bij den aanvang des jaars 12 mannen van 94 jarigen ouderdom bij de maatschappij aanmelden, om eene lijfrente van ƒ 100 's jaars te koopen. Elke maand van dat jaar sterft er een persoon, zoodat de maatschappij bij het einde van het eerste kwartaal heeft uit te betalen:

12 lijfrenten van eene maand over de maand Januarij,
11 » » » » » » » Februarij,
10 » » » » » » » Maart,

te zamen 33 lijfrenten van eene maand, dat is 11 lijfrenten van een kwartaal, of 11 maal 25 = 275 gulden.

Op dezelfde wijze redenerende, vindt men, dat bij het einde van het tweede kwartaal 8, bij het einde van het derde 5, en bij het einde van het vierde kwartaal 2 maal 25 gulden moeten uitbetaald worden, d. i. respektievelijk 200, 125 en 50 guldens.

Om nu te vinden, hoeveel door ieder der 12 personen bij het begin des jaars moet gestort worden, moeten deze sommen alle op het begin des jaars gerabatteerd worden, hetgeen door eene eenvoudige evenredigheid geschiedt. Zooals namelijk in de inleiding gezegd is, is bij de berekening aangenomen geworden een rentestandaard = 5,4%; hierdoor is 1000 gulden heden na één kwartaal waard ƒ 1013,50,
na twee kwartalen . . . . . » 1027,—,
na drie » . . . . . » 1040,50,
na vier » . . . . . » 1054,—.

Eene rabattering eener geldsom a over een kwartaal geschiedt dus door de evenredigheid:

$$1013{,}50 : a = 1000 : x,$$

waaruit: $x = \frac{10000}{10135} \times a.$

Evenzoo geschiedt de rabattering over 2 kwartalen, door vermenigvuldiging met de breuk $\frac{1000}{1027}$, over 3 kwartalen

door vermenigvuldiging met $\frac{100000}{104035}$, en over 4 kwartalen door vermenigvuldiging met $\frac{1000}{1034}$.

De bedoelde rabattering uitwerkende, verkrijgt men:

van het	eerste	kwartaal	f 271,33
»	» tweede	»	» 194,74
»	» derde	»	» 120,13
»	» vierde	»	» 47,44
		te zamen	f 633,64;

dit deelende door 12, om den inleg van ieder te zoeken, vindt men $f.52,80\frac{1}{3}$, zijnde dus de kontante waarde eener lijfrente van f 100,—, voor personen van 94 jarigen ouderdom.

Wij gaan nu over tot de ontwikkeling van de formule, waardoor uit de kontante waarde eener lijfrente van f 100, voor zekeren ouderdom, afgeleid wordt die voor eenen ouderdom, welke één jaar minder is, en zullen daarvoor de volgende teekens gebruiken:

$L_n =$ kontante waarde eener lijfrente van f 100, voor personen van $n$jarigen ouderdom.

$l_n =$ aantal levenden op $n$jarigen ouderdom, getrokken uit de aangenomene sterftetafel.

$l_n + \frac{1}{12}$ beteekent evenzoo het aantal levenden, één maand na de intrede van het n^e jaar,

$l_n + \frac{7}{12}$ het aantal levenden, 7 maanden na de intrede van het n^e jaar, enz.

Is nu bekend de kontante waarde eener lijfrente van f 100 voor den ouderdom van $n + 1$, d. i. $L_n + 1$, dan wordt op de volgende wijze afgeleid L_n.

Wij nemen aan, dat een aantal van l_n personen van $n$jarigen ouderdom eene lijfrente van f 100 koopen, betalende ieder L_n gulden. De gezamenlijk gestorte som bedraagt dus:

$$l_n \times L_n'$$

Het getal L_n moet nu aldus berekend worden, dat de

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.

maatschappij in staat zij, volgens de kans, die de sterftetafel aangeeft, om bij het einde van elk kwartaal de op haar rustende verpligtingen te voldoen, terwijl er, na het einde des jaars, de als bekend vooronderstelde som $l_n + 1$. $L_n + 1$ zal moeten overblijven.

Bij het einde van het eerste kwartaal ontvangen:

l_n personen de lijfrente over Januarij,
$l_n + {}^{1}/_{12}$ » » » » Februarij,
$l_n + {}^{2}/_{12}$ » » » » Maart;

hetgeen op hetzelfde nederkomt, alsof $l_n + {}^{1}/_{12}$ eene rente van drie maanden, d. i. 25 gulden moeten ontvangen.

Men kan op dezelfde wijze aannemen, dat de maatschappij bij het einde van het 2de kwartaal aan $l_n + {}^{4}/_{12}$,
» » » » » 3de » » $l_n + {}^{7}/_{12}$,
» » » » » 4de » » $l_n + {}^{10}/_{12}$ personen f 25 te betalen heeft, welke sommen, benevens die, welke na het einde des jaars in kas moet zijn, allen gerabatteerd op 1 Januarij te voren, te zamen gelijk moeten zijn aan de som, die alsdan in kas is. Hieruit ontstaat de vergelijking:

$$l_n L_n = \left(\frac{10000}{10135}.\, l_n + {}^{1}/_{12} + \frac{1000}{1027}.\, l_n + {}^{4}/_{12} + \frac{10000}{10405}.\, l_n + {}^{7}/_{12} + \frac{1000}{1054}.\, l_n + {}^{10}/_{12}\right) \times 25 + \frac{1000}{1054}\, l_n + 1.\, L_n + 1.$$

Deze formule kan op verschillende wijze herleid en voor de berekening geschikt gemaakt worden. De volgende wijze werd voor de achtereenvolgende berekening het gemakkelijkst geoordeeld, en de hieronder te vermelden formule is ook bij de berekening der tabellen aangewend.

Men merke op, dat:

$$l_n + {}^{1}/_{12} = l_n - {}^{1}/_{12}\,(l_n - l_n + 1) = {}^{11}/_{12}\, l_n + {}^{1}/_{12}\, l_n + 1;$$
$$l_n + {}^{4}/_{12} = l_n - {}^{4}/_{12}\,(l_n - l_n + 1) = {}^{8}/_{12}\, l_n + {}^{4}/_{12}\, l_n + 1;$$
$$l_n + {}^{7}/_{12} = {}^{5}/_{12}\, l_n + {}^{7}/_{12}\, l_n + 1;$$
$$l_n + {}^{10}/_{12} = {}^{2}/_{12}\, l_n + {}^{10}/_{12}\, l_n + 1;$$

zoodat onze vergelijking wordt:

$$l_n L_n = 2\tfrac{5}{12}\left(\tfrac{10000}{10135}\times 11 + \tfrac{1000}{1027}\times 8 + \tfrac{10000}{10405}\times 5 + \tfrac{1000}{1054}\times 2\right) l_n$$
$$+ 2\tfrac{5}{12}\left(\tfrac{10000}{10135}\times 1 + \tfrac{1000}{1027}\times 4 + \tfrac{10000}{10405}\times 7 + \tfrac{1000}{1054}\times 10\right) l_{n+1}$$
$$+ \tfrac{1000}{1054}\, l_{n+1}.\, L_{n+1};$$

welke vergelijking, behoorlijk ontwikkeld, en na deeling van de beide leden door l_n oplevert:

$$L_n = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\,\frac{l_{n+1}}{l_n} + \tfrac{1000}{1054}\,\frac{l_{n+1}}{l_n}.\, L_{n+1}.$$

De eerste term van het tweede lid is volkomen gelijk aan de boven gevondene kontante waarde der lijfrente van f 100 voor 94 jarigen ouderdom. Stelt men ook $n = 94$, en let men op, dat alsdan $l_{n+1} = l_{95} = 0$ is, dan vervallen de 2de en 3de term, en de formule geeft hetzelfde.

De aldus verkregene kontante waarden moeten nog met $^{10}/_{9}$ vermenigvuldigd worden, om de getallen te verkrijgen, welke in de tabellen zijn bekend gemaakt.

Daar het verder der direktie wenschelijk voorkwam, in de tabellen de lijfrente op te nemen, die de kontribuanten voor f 120 storting kunnen genieten, werd nog opgelost de evenredigheid:

$$\tfrac{10}{9}\, L_n : 120 = 100 : x,$$

waaruit:

$$x = \frac{1080}{L_n},$$

zijnde x de gevraagde lijfrente, reeds alle administratiekosten in rekening gebragt.

§ II.

Levensverzekering (*storting in eens*).

In het boven gemelde werkje van Prof. Lobatto [1]) wordt aangetoond, hoe uit de waarde eener lijfrente van *f* 100 voor een' zekeren leeftijd, door eene eenvoudige berekening gevonden kan worden de kontante waarde eener levensverzekering van *f* 100.

Daar het echter, volgens hetgeen in het 1e hoofdstuk gezegd is, noodig geoordeeld is, voor de berekening van levensverzekering eene andere sterftetafel ten gronde te leggen, dan voor die van lijfrente, zoo zou, indien dezelfde weg door ons gevolgd werd, eerst eene tabel berekend moeten worden, bevattende de waarde eener lijfrente van *f* 100, berekend met levensverzekering-sterfte, en daaruit de waarde der levensverzekering voor elken leeftijd moeten worden afgeleid, waartoe dan nog, wegens de in de inleiding aangegeven bijzonderheden der Ned.-Indische Levensverzekering- en Lijfrente-Maatschappij, eene meer ingewikkelde formule zoude moeten dienen dan die, welke Prof. Lobatto opgeeft.

Het was derhalve doelmatiger, bij de berekening der tafel voor levensverzekering eene dergelijke methode te ontwerpen, als boven in § I voor de berekening der tafel voor lijfrente is aangegeven, hetgeen op de volgende wijze geschied is.

In de sterftetafel voor levensverzekering is het uitsterven op het 80e jaar gesteld. Wij beginnen dus, met de waarde te berekenen eener levensverzekering van *f* 100 op het 79e levensjaar.

Stel, dat zich 4 personen van dien ouderdom aanmelden, om hun leven voor *f* 100 te verzekeren. De maatschappij moet er dus op rekenen, na het einde van elk

---

[1]) 10e hoofdstuk.

kwartaal / 100 uit te betalen. Rabatteert men deze 4 sommen alle tot den aanvang van het jaar, dan heeft men:

/	98,666
»	97,370
»	96,108
»	94.877
Te zamen /	387,021.

Daar deze som door 4 personen moet gestort worden, zoo bedraagt de inleg van ieder één vierde hiervan, of

/ 96,755.

De formule, om hieruit den inleg van personen van 78 jarigen ouderdom en zoo vervolgens te vinden, wordt op dergelijke wijze afgeleid, als bij de lijfrente is aangetoond.

Stel: er melden zich l_n personen van n jaren ouderdom aan; ieder legt eene som $= V_n$ in, dan is de gezamenlijke inleg:

$$l_n \; V_n .$$

Het aantal personen, dat tusschen het n_e en het $n+1$e jaar sterft, is volgens de aangenomen notatie:

$$l_n - l_n + 1.$$

De maatschappij zal dus elk kwartaal uit te betalen hebben:

$$\tfrac{1}{4} \; (l_n - l_n + 1) \; 100 \text{ gl.};$$

terwijl er op het einde des jaars in kas moet blijven:

$$l_n + 1. \; V_n + 1.$$

Rabatteert men al deze sommen op het begin des jaars, dan blijkt het, welke som alsdan in kas moet zijn, nl.:

$$96{,}755 \; (l_n - l_n + 1) + \tfrac{1000}{1054} \; l_n + 1. \; V_n + 1;$$

deze som $= l_n \, V_n$ zijnde, vindt men:

$$V_n = \tfrac{1000}{1054} \, \frac{l_n + 1}{l_n} \, V_n + 1 - 96{,}755 \, \frac{l_n + 1}{l_n} + 96{,}755.$$

§ III.

Levensverzekering (*maandelijksche kontributie*).

Kent men eenmaal de kontante waarde eener levensverzekering, dan kan men ook ligt berekenen, welke maandelijksche kontributie daarvoor moet uitbetaald worden. Men moet hiervoor slechts kennen de waarde eener lijfrente, betaalbaar in maandelijksche termijnen, en wel elke maand vooruit te betalen, beginnende terstond en eindigende met de maand van overlijden. Stel namelijk A de waarde van zulk eene lijfrente van a gulden 's maands, dan heeft men, om de maandelijksche kontributie voor eene levensverzekering V te vinden, de evenredigheid:

$$A_n \quad : \quad V_n = a : x,$$

waaruit:

$$x = \frac{a}{A_n} . V_n .$$

Om nu de waarde van A af te leiden uit die van V, is deze redenering gevolgd.

Wij zullen eerst zoeken de kontante waarde van eene eeuwigdurende maandelijksche rente van f 0,45, eerste termijn terstond.

Rabatteert men hiertoe de f 0,45 die na ééne maand, na 2, 3, tot na elf maanden betaald moeten worden, tot het begin des jaars, en telt men die op bij de f 0,45 die kontant betaald moet worden, dan erlangt men f 5,27.

Eene eeuwigdurende rente van f 0,45 per maand, eerste termijn terstond, staat dus gelijk met eene eeuwigdurende rente van f 5,27 's jaars, eerste termijn terstond.

Uit het boven aangevoerde is het echter duidelijk dat de waarde eener eeuwigdurende rente van f 5,40 's jaars, eerste termijn terstond, gelijk is aan f 105,40, en wij hebben dus de evenredigheid:

$$5{,}40 : 5{,}27 = 105{,}40 : x$$

waaruit

$$x = f\ 102{,}87.$$

Verder redenere men aldus:

V_n is de kontante waarde eener verzekering van f 100, te betalen op het einde van het kwartaal van het overlijden.

Dus is 1,0287 V_n de kontante waarde eener verzekering van f 102,87, te betalen als voren.

Ik wil echter weten de kontante waarde eener even groote verzekering, te betalen op het einde der *maand* van het overlijden.

Voor menschen, die in de eerste, tweede of derde maand van het kwartaal sterven, geeft dit een verschil van twee, één of nul maanden, dus gemiddeld van ééne maand, dat de verzekering vroeger van de maatschappij ontvangen wordt.

Door eene som ééne maand eerder ontvangbaar te stellen, vermenigvuldigt men hare waarde met den faktor 1,0045.

Derhalve is de kontante waarde eener verzekering van f 102,87, te betalen bij het einde der *maand* van het overlijden, gelijk aan

$$B = 1{,}0045 \times 1{,}0287\ V_n .$$

Nu is f 102,87, zoo als boven gevonden is, de kontante waarde eener eeuwigdurende maandelijksche rente van f 0,45, eerste termijn terstond; derhalve is de zoo even gevondene som B gelijk aan de kontante waarde van eene eeuwigdurende maandelijksche rente van f 0,45, eerste termijn bij het einde der maand van het overlijden.

Het verschil dezer twee grootheden

$$102{,}87 - 1{,}0045 \times 1{,}0287 \times V_n$$

is derhalve de k. w. eener *lijfrente* van f 0,45 's maands, eerste termijn terstond, en laatste termijn bij het einde der maand vóór het overlijden.

Om nu de hoegrootheid der gevraagde maandelijksche kontributie te vinden, hebben wij de evenredigheid:

Kontante waarde Maandelijksche stortingen

$$1{,}0287\ (\ 100\ -\ 1{,}0045\ V_n\ )\ :\ V_n\ =\ 0{,}45\ :\ x\ ,$$

waaruit

$$x\ =\ 0{,}43744\ \frac{V_n}{100\ -\ 1{,}0045\ V_n}\ ,$$

(of ook:

$$x\ =\ 0{,}43548\ \frac{V_n}{99{,}55\ -\ V_n}\ ,)$$

welke waarde weder met $^{10}/_{0}$ moet vermenigvuldigd worden.

---

§ IV.

Tijdelijke levensverzekering *(kontante waarde.)*

Bij tijdelijke levensverzekering wordt het kapitaal alleen dan uitbetaald, wanneer de verzekerde overlijdt in het tijdvak, waarover de verzekering loopt.

De kontante waarde van zulk eene tijdelijke verzekering is gemakkelijk te vinden, als men de tafel: »kontante waarde eener (gewone) levensverzekering" berekend heeft.

Stel namelijk: er melden zich l_n personen van n jarigen leeftijd aan, voor eene tijdelijke levensverzekering voor den tijd van p jaren; noem de som, die zij daarvoor ieder moeten storten V_t, dan ontvangt de maatschappij $l_n\ V_t$.

Hadden zij eene gewone levensverzekering aangegaan, dan zou hun inleg geweest zijn V_n, dus in het geheel $l_n\ V_n$, en daar er over p jaren $l_n + p$ personen over zijn, moet van den inleg $l_n\ V_n$, die door het op interest zetten vergroot, doch door uitbetalingen der verzekeringen verminderd wordt, na p jaren overgebleven zijn de som $l_n + p.\ V_n + p$.

Rabatteert men deze som over p jaren door vermenigvuldiging met $\left(\frac{1000}{1054}\right)^p$, en trekt men het produkt af van

den totalen inleg d. i. $l_n\ V_n$, dan is het verschil gelijk aan het kapitaal, waaruit de verzekeringen gedurende de eerste p jaren kunnen voldaan worden, zoodat deze som ook toereikende is, om aan l_n personen eene tijdelijke levensverzekering gedurende p jaren te verzekeren. Wij hebben dus:

$$l_n\ V_t = l_n\ V_n - \left(\frac{1000}{1054}\right)^p .\ l_{n+p} .\ V_{n+p},$$

waaruit:

$$V_t = V_n - \left(\frac{1000}{1054}\right)^p .\ \frac{l_{n+p}}{l_n} .\ V_{n+p} .$$

---

§ V.

Tijdelijke Levensverzekering *(maandelijksche kontributie.)*

Wordt de tijdelijke levensverzekering gekocht, in plaats van door eene storting in eens, door maandelijksche kontributiën, dan komt dit hiermede overeen, dat de maatschappij met de kontante waarde eene tijdelijke lijfrente op het leven des verzekerden neemt.

Wij moeten dus eerst vinden de kontante waarde eener tijdelijke lijfrente van f 100, en wel, betaalbaar in maandelijksche termijnen, eerste termijn terstond. Noem die L_t, dan is de inleg heden $L_t\ l_n$. Verder op dezelfde wijze redenerende, als bij de tijdelijke levensverzekering, vindt men:

$$L_t = L_n - \left(\frac{1000}{1054}\right)^p .\ \frac{l_{n+p}}{l_n} .\ L_{n+p} .$$

Het is niet noodig, de tamelijk omslagtige berekening van L_n, volgens eene dergelijke formule als die van § I[1]), doch met levensverzekering-sterfte, geheel uit te werken, daar er een eenvoudig verband bestaat tusschen L_n en V_n.

Wij hebben namelijk reeds in § III gezien, dat de kontante waarde eener lijfrente van f 5,40 's jaars, te betalen

[1]) L_n beteekent nl. hier niet volkomen hetzelfde als in § I, en is 1,009 maal grooter; zie de redenering hierachter op bladz. 189, die hier ook geheel van toepassing is.

in maandelijksche termijnen, eerste termijn terstond, gelijk is aan 1,0287 (100—1,0045 V_n); dit vermenigvuldigende met de verhouding $\frac{100}{3,40}$, verkrijgt men voor de verlangde waarde van L_n:

$$L_n = 19{,}051\ (100 - 1{,}0045\ V_n).$$

De hoegrootheid der maandelijksche kontributie wordt nu door de eenvoudige evenredigheid gevonden:

Kontante waarde.		Jaarlijksche rente.
$L_t : V_t$	=	$100 : 12\ x$,

$$x = \frac{V_t}{L_t} \times 8{,}33\tfrac{1}{3},$$

terwijl de gevondene waarde van x weder met $\frac{10}{9}$ moet vermenigvuldigd worden.

---

§ VI.

Levensverzekering *(lijdelijke kontributie.)*

Om de kontante waarde eener gewone levensverzekering te veranderen in eene maandelijksche kontributie gedurende een zeker aantal jaren, lost men de volgende evenredigheid op:

Kontante waarde eener tijdelijke lijfrente gedurende het bedoelde aantal jaren:		Kontante waarde eener levensverzekering:		Jaarlijksche rente:
L_t	:	V_n	=	$100 : 12\ x$,

waaruit:

$$x = \frac{V_n}{L_t} \times 8{,}33\tfrac{1}{3}.$$

Men lette op de vermenigvuldiging met $\frac{10}{9}$.

De tijdelijke kontributie voor eene levensverzekering is, voor zoo ver ons bekend is, eene geheel nieuwe bepaling, welke in tarieven van andere maatschappijen niet is opgenomen. Voor Indië is deze betalingswijze zeer geschikt; menigeen toch, die op goede gronden kan verwachten, gedurende 5,10 of 15 jaren belangrijke afzonderingen zijner inkomsten te kunnen verdragen, maar zulks niet meer zal kunnen doen, als zijne Indische loopbaan geëindigd is.

---

§ VII.

Uitgestelde lijfrente.

De tafels van uitgestelde lijfrente geven aan, hoeveel lijfrente over p jaren zal worden uitgekeerd, voor eene dadelijke storting van f 120. De berekening hiervan is zeer eenvoudig.

Stellen wij, dat er l_n personen van n jarigen ouderdom dat bedrag storten, met verlangen, daarvoor eene uitgestelde lijfrente te koopen, ingaande over p jaren. De geheele inleg bedraagt $l_n \times 120$ gulden, welke som over p jaren waard zal zijn:

$$l_n \times 120 \times 1{,}054^{\,p}.$$

Voorts zal dat bedrag dan toebehooren aan l_{n+p} personen, en dus zal aan ieder hunner toekomen:

$$\frac{l_n}{l_{n+p}} \times 120 \times 1{,}054^{\,p},$$

waarvoor dan eene lijfrente wordt uitgekeerd, gevonden door de evenredigheid:

$$120 : \frac{l_n}{l_{n+p}} \times 120 \times 1{,}054^{\,p} = \frac{10800}{L_{n+p}} : x,$$

waaruit:

$$x = \frac{l_n}{l_{n+p}} \times \frac{1}{L_{n+p}} \times 10800 \times 1{,}054^{\,p}.$$

In deze formule is (zie het einde van § I) reeds begrepen de heffing van 1% voor administratiekosten.

---

§ VIII.

Uitgestelde lijfrente met wederverzekering.

In de tabellen van uitgestelde lijfrente is ook eene kolom opgenomen, waarin opgegeven wordt, hoeveel de lijf-

draagt, wanneer de voorwaarde wordt aangegaan,
rven van den kontribuant de door hem gestorte
erug ontvangen; ingeval hij vóór het ingaan der
overlijdt.

deze kolom opgenomene getallen zijn op de vol-
ijze berekend.

n wij de uitgestelde lijfrente van f 120 zonder
zekering R. met wederverzekering R_w, dan moet
aldus beschouwd worden, dat de door de kontri-
gestorte 120 gulden in twee gedeelten gesplitst
waarvan het eene gedeelte bestemd is, hen eene
levensverzekering van f 120 te koopen, zoodat,
zij binnen de n jaren komen te overlijden hunne er-
gulden erlangen, terwijl verder gerekend moet
dat zij alleen voor het 2e gedeelte eene lijfrente

IV is aangetoond hoe gevonden wordt de kontante
V_t eener tijdelijke levensverzekering van f 100.
ntante waarde eener tijdelijke levensverzekering van
s dus $\frac{6}{5}\ V_t$.

bben dus de eenvoudige evenredigheid:

$$120 : 120 - \tfrac{6}{5}\ V_t = R : R_w,$$

$$R_w = R \times \frac{100 - V_t}{100}.$$

eer R uit de gedrukte tafel wordt ontnomen, be-
R_w niet meer op administratiekosten gelet te

---

§ IX.

Uitzetfonds.

ellen geven aan, hoeveel bij het bereiken van het
aam een persoon kan uitbetaald worden, voor wien
jaar eene som van f 120 is gestort.

§ VII.

Uitgestelde lijfrente.

De tafels van uitgestelde lijfrente geven aan, hoeveel lijfrente over p jaren zal worden uitgekeerd, voor eene dadelijke storting van f 120. De berekening hiervan is zeer eenvoudig.

Stellen wij, dat er l_n personen van n jarigen ouderdom dat bedrag storten, met verlangen, daarvoor eene uitgestelde lijfrente te koopen, ingaande over p jaren. De geheele inleg bedraagt $l_n \times 120$ gulden, welke som over p jaren waard zal zijn:

$$l_n \times 120 \times 1{,}054^{\,p}.$$

Voorts zal dat bedrag dan toebehooren aan l_{n+p} personen, en dus zal aan ieder hunner toekomen:

$$\frac{l_n}{l_{n+p}} \times 120 \times 1{,}054^{\,p},$$

waarvoor dan eene lijfrente wordt uitgekeerd, gevonden door de evenredigheid:

$$120 : \frac{l_n}{l_{n+p}} \times 120 \times 1{,}054^{\,p} = \frac{10800}{L_{n+p}} : x,$$

waaruit:

$$x = \frac{l_n}{l_{n+p}} \times \frac{1}{L_{n+p}} \times 10800 \times 1{,}054^{p}.$$

In deze formule is (zie het einde van § I) reeds begrepen de heffing van 10% voor administratiekosten.

---

§ VIII.

Uitgestelde lijfrente met wederverzekering.

In de tabellen van uitgestelde lijfrente is ook eene kolom opgenomen, waarin opgegeven wordt, hoeveel de lijf-

rente bedraagt, wanneer de voorwaarde wordt aangegaan, dat de erven van den kontribuant de door hem gestorte gelden terug ontvangen; ingeval hij vóór het ingaan der lijfrente overlijdt.

De in deze kolom opgenomene getallen zijn op de volgende wijze berekend.

Noemen wij de uitgestelde lijfrente van *f* 120 zonder wederverzekering R. met wederverzekering R_w, dan moet de zaak aldus beschouwd worden, dat de door de kontribuanten gestorte 120 gulden in twee gedeelten gesplitst worden, waarvan het eene gedeelte bestemd is, hen eene tijdelijke levensverzekering van *f* 120 te koopen, zoodat, ingeval zij binnen de n jaren komen te overlijden hunne erven 120 gulden erlangen, terwijl verder gerekend moet worden dat zij alleen voor het 2e gedeelte eene lijfrente genieten.

In § IV is aangetoond hoe gevonden wordt de kontante waarde V_t eener tijdelijke levensverzekering van *f* 100.

De kontante waarde eener tijdelijke levensverzekering van *f* 120, is dus $\frac{6}{5}\ V_t$.

Wij hebben dus de eenvoudige evenredigheid:

$$120 : 120 - \tfrac{6}{5}\ V_t = R : R_w,$$

waaruit:

$$R_w = R \times \frac{100 - V_t}{100}.$$

Wanneer R uit de gedrukte tafel wordt ontnomen, behoeft bij R_w niet meer op administratiekosten gelet te worden.

---

§ IX.

Uitzetfonds.

De tabellen geven aan, hoeveel bij het bereiken van het 25e jaar aan een persoon kan uitbetaald worden, voor wien op zijn ne jaar eene som van *f* 120 is gestort.

De berekening hiervan is zeer eenvoudig.

Stel namelijk dat er voor l_n personen van n jaren ouderdom f 120 worden gestort, dan is de gezamenlijke som l_n 120 gl, en deze som wordt, wanneer die personen den ouderdom van 23 jaren bereikt hebben:

$$l_n \times 120 \times 1{,}054^{\,23-n};$$

deze som moet verdeeld worden tusschen de dan nog levenden, zoodat ieder erlangt:

$$U = \frac{l_n}{l_{23}} \times 120 \times 1{,}054^{\,23-n};$$

wordende dit getal nog met $\frac{9}{10}$ vermenigvuldigd.

---

§ X.

Opvoedingsfonds.

De tabellen voor opvoedingsfonds zijn tweërlei. In de eerste soort wordt opgegeven hoeveel gedurende 7 jaren, namelijk van het 16e tot het 23e jaar, door personen getrokken kan worden, voor wie op het n^e jaar eene som van f 120 is gestort.

De berekening hiervan is geheel analoog aan die van de vorige §, er moet alleen voorafgaan de berekening van de som O_{16}, die op het 16e jaar aanwezig moet zijn, om gedurende de eerstvolgende 7 jaren eene zekere lijfrente bijv. van f 100 te kunnen uitbetalen.

Na hetgeen in § I over het berekenen der lijfrente gezegd is, is het duidelijk dat de laatstgemelde berekening geschiedt door de volgende formulen:

$$O_{23} = 0,$$

$$O_{22} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 45{,}9515\,\frac{l_{23}}{l_{22}},$$

$$O_{21} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 45{,}9515\,\frac{l_{22}}{l_{21}} + \frac{1000}{1054}\,\frac{l_{22}}{l_{21}}\,O_{22},$$

PERPUSTAKAAN NASIONAL

$$O_{20} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l_{21}}{l_{20}} + \frac{1000}{1054}\ \frac{l_{21}}{l_{20}}\ O_{21},$$

enz. enz.

$$O_{16} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l_{17}}{l_{16}} + \frac{1000}{1054}\ \frac{l_{17}}{l_{16}}\ O_{17}.$$

De inleg, die op het n^e jaar moet gestort worden, ten einde op het 16e jaar over de som O_{16} te kunnen beschikken, is, zie de vorige §,

$$I = O_{16} \times \frac{l_{16}}{l_n} \times \left(\frac{1000}{1054}\right)^{16-n},$$

moetende deze som, wegens voor administratiekosten, met $\frac{10}{9}$ vermenigvuldigd worden.

Wil men weten, hoeveel jaarlijks genoten zal worden voor eene kontributie op het n^e jaar van f 120, dan dient hiervoor de evenredigheid:

$$\tfrac{10}{9}\ I : 120 = 100 : x,$$

waaruit:

$$x = \frac{10800}{I} = \frac{10800}{O_{16}} \times \frac{l_n}{l_{16}} \times \left(\frac{1054}{1000}\right)^{16-n}.$$

De tweede soort van tabellen voor opvoedingsfonds geven even zoo aan, hoeveel gedurende 4 jaren, namelijk van het 16e tot het 20e jaar door personen getrokken kan worden, voor wie op het n^e jaar f 120 is gestort.

De formulen, die voor de berekening dezer tabellen gediend hebben, zijn:

$$O_{20} = 0,$$

$$O_{19} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l_{20}}{l_{19}},$$

$$O_{18} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l_{19}}{l_{18}} + \frac{1000}{1054}\ \frac{l_{19}}{l_{18}}\ O_{19},$$

$$O_{17} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l_{18}}{l_{17}} + \frac{1000}{1054}\ \frac{l_{18}}{l_{17}}\ O_{18},$$

$$O_{16} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l_{17}}{l_{16}} + \frac{1000}{1054}\ \frac{l_{17}}{l_{16}}\ O_{17},$$

$$I = O_{16} \times \frac{l_{16}}{l_n} \times \left(\frac{1000}{1054}\right)^{16-n},$$

$$x = \frac{10800}{O_{16}} \times \frac{l_n}{l_{16}} \times \left(\frac{1054}{1000}\right)^{16-n}.$$

---

§ XI.

Weduwenfonds *(stortling in cens.)*

De tabellen voor weduwenpensioen geven aan, welke som de man op elken ouderdom storten moet om zijne weduwe een jaarlijksch inkomen van *f* 100 te verzekeren. Daar hierbij gelet moet worden op het verschil in ouderdom, zoo moest voor elk verschil eene afzonderlijke kolom berekend worden.

Zoo als bekend is, is de kontante waarde van een weduwenpensioen van *f* 100 's jaars, gelijk aan die eener lijfrente van *f* 100 's jaars op de vrouw, verminderd met die eener huwelijksrente van *f* 100 's jaars op het huwelijkspaar, wordende door huwelijksrente verstaan eene rente, die zoo lang uitbetaald wordt, totdat het huwelijk door den dood van een der echtgenooten ontbonden wordt.

De tabellen geven niet alleen de *kontante waarde* van een huwelijkspensioen aan, maar ook de *maandelijksche kontributie*, waartoe men zich verbinden moet, om een huwelijkspensioen van *f* 1000 na zijnen dood aan zijne weduwe uitbetaald te erlangen.

Wij zullen nu uiteenzetten hoe beiden berekend worden.

De kontante waarde eener lijfrente van *f* 100 's jaars op het leven der vrouw wordt ontleend uit eene gewone tafel van lijfrente.

De kontante waarde daarentegen van eene huwelijksrente wordt berekend met behulp der lijfrente-formule, in § I ontwikkeld, doch in plaats van eene sterftetafel van mannen of vrouwen moet bij de berekening te gronde gelegd worden eene tafel, die het verminderen der huwelijken aanduidt en die wij in het vervolg extinktietafel zullen noemen.

Bij de konstruktie dezer tafel moest genomen worden de levensverzekering-sterfte voor den man, doch de lijfrente-sterfte der vrouw.

Om aan te wijzen hoe die extinktietafel gekonstrueerd moet worden, stellen wij, dat de man m en de vrouw v jaren oud is.

Stel, dat de sterftetafel voor de mannen, voor den leeftijd m, aangeeft A mannen, die voor de vrouwen, voor den leeftijd v, B vrouwen, dan wordt, bij de vorming der extinktietafel, vooronderstéld dat er A B paren aanwezig zijn, waarvan de man m en de vrouw v jaren oud is.

Stel dat er nu na een zeker aantal jaren:

van de A mannen overblijven C,
» » B vrouwen » D,

voorts dat er A B paren in den beginne geweest zijn, dan is de vraag hoeveel paren blijven er over?

Dit wordt door eene eenvoudige redenering gevonden; van de A B mannen blijven er namelijk B C over, zoo als de evenredigheid

$$A : AB = C : BC$$

aanduidt; deze B C mannen hadden oorspronkelijk B C vrouwen, doch daar er van de B vrouwen slechts over zijn gebleven D, zoo heeft men de evenredigheid:

$$B : BC = D : CD;$$

het aantal overgeblevene paren is dus CD.

Hieruit volgt dus dat de extinktietafel op de volgende wijze gevormd wordt: zijn er oorspronkelijk

$$l_m \times l'_v \text{ paren},$$

zijnde $l_m = A$ en $l'_v = B$, dan is de extinktietafel

$$l_m \times l'_v,$$
$$l_m + 1 \times l'_v + 1,$$
$$l_m + 2 \times l'_v + 2,$$
$$l_m + 3 \times l'_v + 3,$$
enz. enz.

wordende de l genomen uit de sterftelijst voor levensverzekering, en de l' uit de sterftelijst voor lijfrente voor vrouwen.

De formule voor de berekening van de kontante waarde eener huwelijksrente is nu blijkbaar:

$$H^m_v = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 45{,}9515 \times \frac{l_m + 1}{l_m} \times \frac{l'_v + 1}{l'_v}$$

$$+ \frac{1000}{1054} \times \frac{l_m + 1}{l_m} \times \frac{l'_v + 1}{l'_v} \times H^{m+1}_{v+1}$$

waarin H^m_v de kontante waarde beteekent eener huwelijksrente van f 100 's jaars, als de man m en de vrouw v jaren oud is.

Noemen wij verder L_v de kontante waarde eener lijfrente van f 100 voor eene vrouw van v jaren ouderdom, en de kontante waarde van het weduwen pensioen I, dan is:

$$I = L_v - H^m_v,$$

moetende I ten slotte met $\frac{10}{9}$ vermenigvuldigd worden.

---

§ XII.

Weduwenfonds *(maandelijksche kontributie.)*

Wij moeten nog aangeven op welke wijze berekend is, hoeveel kontributie 's maands de man voor hetzelfde doel betalen moet.

Deze berekening is analoog aan die der maandelijksche storting voor eene levensverzekering, boven reeds behandeld.

Men kan de zaak namelijk zoo verstaan, alsof de maatschappij eerst de kontante waarde voor het huwelijkspensioen ontvangt, doch later voor dien prijs bij eene andere maatschappij eene huwelijksrente op het huwelijkspaar koopt, dat die kontante waarde gestort heeft.

De huwelijksrente, die de maatschappij koopt, verschilt dan echter van die, welke zij zelve zou uitbetalen, daarin, dat hare betalingen geschieden om de drie maanden, en wel *aan het eind van elk kwartaal*, terwijl zij bij maandelijksche stortingen verkiest betaald te worden *elke maand vooruit*.

Terwijl zij bijv. hare eerste betaling van het jaar doet op het einde van Maart, zal zij verlangen betaald te worden 1^en^ Januarij, 1^en^ Februarij en 1^en^ Maart, dus 3 maanden, 2 maanden en ééne maand vroeger, gemiddeld 2 maanden vroeger. Wilden de kontribuanten ook gemiddeld twee maanden vroeger betaald worden, dan zouden zij 1,009 maal meer moeten storten, daar 1000 gulden, bij den aangenomen' rentestandaard 5,4%, na twee maanden worden 1009 gulden. De huwelijksrente H_v^m wordt dus, dit in acht nemende, 1,009 H_v^m, en wij hebben derhalve de evenredigheid:

$$1{,}009\ H_v^m : L_v - H_v^m = 100 : 12\ x,$$

waaruit:

$$x = \frac{L_v - H_v^m}{1{,}009\ H_v^m} \times 8{,}33\tfrac{1}{3}.$$

De tafels geven aan de maandelijksche kontributie voor een weduwenpensioen van f 1000, derhalve wordt voor de tafels

$$x = \frac{L_v - H_v^m}{1{,}009\ H_v^m} \times 83{,}33\tfrac{1}{3} = \frac{L_v - H_v^m}{H_v^m} \times 82{,}59,$$

terwijl deze waarde van x, zoolang de administratiekosten

op dezelfde wijze geheven worden als thans, nog met $\frac{10}{9}$ vermenigvuldigd moet worden.

Alsdan wordt de formule:

$$x = \frac{L_{v} - H_{v}^{m}}{H_{v}^{m}} \times 91{,}76\tfrac{2}{3}.$$

---

§ XIII.

Weezenfonds *(storting in eens.)*

Er zijn tweërlei soort van tabellen voor weezenpensioen berekend. De eerste soort bevat hoeveel *in eens gestort* of *maandelijks tot den dood gekontribueerd* moet worden, om zijn kind een weezenpensioen van *f* 100 te verzekeren tot zijn 23e jaar.

De tweede soort bevat dezelfde opgaven, doch voor een weezenpensioen, loopende tot het 20e jaar.

Ook wordt in die tabellen opgegeven hoeveel hetzij levenslang, hetzij tijdelijk gedurende 5 of gedurende 10 jaren, voor hetzelfde doel moet gekontribueerd worden. Hierover zal een volgende § handelen.

Bepalen wij ons vooreerst tot de eerste soort.

De berekening van de hoegrootheid der storting in ééns, alsmede de maandelijksche kontributie voor een weezenpensioen is geheel analoog met die betreffende een weduwenpensioen. Er moet evenzoo eene extinktietafel berekend worden voor elk verschil in ouderdom tusschen vader en kind, die echter niet verder behoeft voortgezet te worden dan tot het 23e jaar van het kind.

Verschilt de vader 25 jaren met het kind, dan neme men uit de sterftetafel voor levensverzekering de aantallen levenden (l) van 25 tot 48 jaar, stelle daarnaast eene tweede kolom, de aantallen levenden (l') van 0 tot 23

jaar, doch getrokken uit de sterftetafel van lijfrente, vermenigvuldige de naast elkander staande getallen, waardoor men eene tafel verkrijgt, die het verminderen zal aanduiden der kombinatie vader-kind. Het laatste getal dezer tafel zal echter niet $= 0$ zijn, maar gelijk het produkt $l_{48}\ l'_{23}$. Alleen dan zou het laatste getal $= 0$ zijn, indien het verschil in leeftijd tusschen vader en kind 57 jaar bedroeg, als wanneer het laatste cijfer in de eerste kolom $l_{80} = 0$ zoude zijn.

Noemen wij, hetgeen vroeger huwelijksrente heette, hier vader-kind-rente, doch beteekenen wij deze, even als in § XI en XII de huwelijksrente, met H, zoodat H^v_k de kontante waarde beduidt eener vader-kind-rente, van f 100 als de vader v en het kind k jaren oud is, dat is de kontante waarde eener jaarlijksche rente van f 100, die ophoudt:

1e als de vader sterft,
2e » het kind » ,
3e » » » 23 jaar oud is.

Noemen wij verder L^{23}_k de kontante waarde eener tijdelijke lijfrente van f 100 voor een kind van k jaren ouderdom, betaalbaar tot het 23e jaar, dan zal het duidelijk zijn, dat de inleg of storting in ééns voor het weezenpensioen van f 100 is

$$I = L^{23}_k - H^v_k.$$

De eerste term L^{23}_k kan langs twee wegen berekend worden. Men kan de gewone formule voor lijfrente gebruiken, en dan heeft men het volgende stel vergelijkingen:

$$L_{23}^{23} = 0,$$

$$L_{22}^{23} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l'_{23}}{l'_{22}},$$

$$L_{21}^{23} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l'_{22}}{l'_{21}} + \frac{1000}{1054}\ \frac{l'_{22}}{l'_{21}}\ L_{22}^{23},$$

.....

$$L_{k}^{23} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l'_{k}+1}{l'_{k}} + \frac{1000}{1054}\ \frac{l'_{k}+1}{l'_{k}}\ L_{k+1}^{23}.$$

Of men kan de formule voor tijdelijke lijfrente aanwenden, reeds in § V opgegeven, die voor de tegenwoordige notatie aldus geschreven wordt:

$$L_{k}^{23} = L_{k} - \left(\frac{1000}{1054}\right)^{23-k}\ \frac{l'_{23}}{l'_{k}}\ L_{23}.$$

De vader-kind-rente wordt even zoo gevonden door de formule:

$$H_{k}^{v} = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\ \frac{l_{v}+1}{l_{v}} \cdot \frac{l'_{k}+1}{l'_{k}}$$
$$+ \frac{1000}{1054}\ \frac{l_{v}+1}{l_{v}} \times \frac{l'_{k}+1}{l'_{k}} \times H_{k+1}^{v+1}.$$

De berekening begint met die van H_{22}^{v}, waarbij dient opgemerkt te worden dat $H_{23}^{v+1} = 0$ is.

---

§ XIV.

Weezenfonds *(maandelijksche kontributie.)*

Geheel analoog aan de formule, in § XII ontwikkeld, zijn die welke voor de waarde der maandelijksche kontributie voor een weezenpensioen gelden.

De tafels geven de maandelijksche kontributie aan voor

een weezenpensioen van f 100, derhalve heeft men even als in § XII:

$$x = \frac{L_k^{23} - H_k^v}{1{,}009\ H_k} \times 83{,}33\tfrac{1}{3}$$

$$= \frac{L_k^{23} - H_k^v}{H_k^v} \times 82{,}59,$$

of, na vermenigvuldiging met $\frac{10}{9}$:

$$x = \frac{L_k^{23} - H_k^v}{H_k^v} \times 91{,}76\tfrac{2}{3}.$$

---

§ XV.

Weduwen- of Weezenfonds. *(tijdelijke kontributie.)*

Even als in § VI de weg is aangewezen om de hoegrootheid der tijdelijke kontributie voor eene eenvoudige levensverzekering te vinden, evenzoo kan ook ligtelijk berekend worden hoeveel iemand, voor een weduwen- of weezenpensioen, tijdelijk, bijv. gedurende 5, 10 of 15 jaren moet storten. De bedoeling is dan weder, dat, als hij in dat tijdsverloop sterft, het pensioen toch ingaat.

Om ons eerst tot de berekening, een weduwenpensioen betreffende, te bepalen, uit de berekende waarde van H_v^m, zoekt men eerst de kontante waarde eener *tijdelijke* huwelijksrente van f 100.

Bijv. om de kontante waarde eener tijdelijke huwelijksrente gedurende 5 jaar te vinden, als de man m en de vrouw v jaar oud is, heeft men de formule:

$$H_t = H_v^m - \left(\frac{1000}{1054}\right)^5 \frac{l_{m+5}}{l_m} \cdot \frac{l'_{v+5}}{l'_v} \cdot H_{v+5}^{m+5}.$$

De gevondene waarde van H_t moet weder met 1,009 vermenigvuldigd worden om de rente-uitbetaling aan het einde van elk kwartaal weder te reduceren op rente-uitbetaling aan het begin der maand, en alsdan heeft men weder de evenredigheid

Kontante waarde eener tijdelijke huwelijksrente van f 100.	Kontante waarde van een weduwenpensioen van f 1000.	Jaarlijksche rente.
$1{,}009\ H_t$	: $10\ (L_v - H_v^m)$	= $100 : 12\ x$,

waaruit

$$x = \frac{L_v - H_v^m}{1{,}009\ H_t} \times 83{,}33\tfrac{1}{3},$$

$$= \frac{L_v - H_v^m}{H_t} \times 82{,}59\ ,$$

of, na vermenigvuldiging met $\frac{10}{9}$:

$$x = \frac{L_v - H_v^m}{H_t} \times 91{,}76\tfrac{2}{3}.$$

Voor de tijdelijke kontributie voor een weezenfonds is alles analoog; er moet eerst eene tijdelijke vader-kind-rente gezocht worden, die wij $\left(H_k^v\right)_t$ zouden kunnen noemen, alsdan gelden de formulen van § XIV, mits men in den noemer der breuken in plaats van H_k^v leze $\left(H_k^v\right)_t$.

§ XVI.

Lijfrente en uitgestelde lijfrente op twee personen.

Daar bij vele gehuwde personen de wensch kan ontstaan, eene lijfrente of uitgestelde lijfrente te koopen, die eerst met den dood van den langst levenden ophoudt, zoo zijn ook voor dit geval de noodige tabellen berekend. Het is voor het koopen eener lijfrente op twee personen geen vereischte, dat die personen gehuwd zijn.

De berekening geschiedt geheel als die voor de lijfrente of uitgestelde lijfrente op één persoon, met dat onderscheid, dat weder, in plaats van eene sterftetafel, eene extinktietafel gebruikt moet worden, even als voor de weduwenpensioenen reeds geschied is, met dit onderscheid, dat bij de berekening der extinktietafel voor eene huwelijksrente, de extinktie werd geacht plaats te hebben, zoodra één der echtgenooten overleden was, terwijl bij de onderwerpelijke extinktietafel het overlijden van den langst levenden echtgenoot alleen in aanmerking komt.

De berekening der extinktietafel geschiedt op eene analoge wijze als voor de huwelijksrente is uitgelegd, doch is iets ingewikkelder.

Stellen wij weder, even als in § XI, dat de sterftetafel voor de mannen van den leeftijd m, aangeeft l_m mannen, die voor de vrouwen van den leeftijd v, l'_v vrouwen. Beide sterftetafels moeten die voor lijfrente zijn. Nu nemen wij weder, voor de konstruktie der extinktietafel $l_m\ l'_v$ paren aan.

Stel weder dat er na een zeker aantal p jaren,

van de l_m mannen overblijven l_{m+p},
» » l'_v vrouwen » l'_{v+p},

dan is de vraag: hoeveel ongeschondene en geschondene paren te zamen zijn er na dien tijd nog van de $l_m\ l'_v$ paren over?

Dit wordt het ligtste aldus gevonden:

Van de l_m mannen sterven er $l_m - l_{m+p}$, dus van de $l_m\ l'v$ mannen $l'v\ (l_m - l_{m+p})$. Deze mannen waren oorspronkelijk getrouwd geweest met even zoo vele vrouwen, doch, aangezien er van de $l'v$ vrouwen sterven $l'v - l'v+p$, zoo heeft men, om het aantal totaal uitgestorvene paren te vinden, de evenredigheid:

$$l'v : l'v\ (l_m - l_{m+p}) = l'v - l'v+p : x,$$

waaruit:

$$x = (l_m - l_{m+p}) \times (l'v - l'v+p),$$

zoodat het aantal overgeblevene paren is:

$$l_m\ l'v - (l_m - l_{m+p})\ (l'v - l'v+p).$$

Men komt tot hetzelfde resultaat als men het aantal geschondene paren, het aantal weduwenaars en het aantal weduwen bij elkander optelt. Het is namelijk gemakkelijk in te zien dat men hebben zal:

$l_{m+p}.\ l'v+p$ ongeschondene paren,
$l_{m+p}.\ l'v - l_{m+p}.\ l'v+p$ weduwenaars,
$l_m\ l'v+p - l_{m+p}.\ l'v+p$ weduwen.

---

te zamen $l_m\ l'v+p + l_{m+p}.\ l'v - l_{m+p}.\ l'v+p$
$l_m\ l'v - (l_m - l_{m+p})\ (l'v - l'v+p)$.

Men neme nu m en v zoo klein, als noodig is, bijv., als het verschil in leeftijd tusschen man en vrouw 10 jaar is, $m = 25$ en $v = 15$; en vervolgens $p = 1, 2, 3$, enz. achtereenvolgens, dan zal men met eene ligte berekening de extinktietafel verkrijgen.

Daar de beide aangenomene lijfrente-sterftetafels het uitsterven op het 95e jaar stellen, zoo zal de extinktietafel eerst dan ophouden, wanneer de jongste der beide echtgenooten 95 jaar oud is.

Is de extinktietafel eens berekend, dan geschiedt de overige berekening even als die eener lijfrente of uitgestelde lijfrente op één persoon.

---

§ XVII.

Levensverzekering op twee personen.

Deze tafel kan vooral van nut zijn voor echtparen, waarvan beide echtgenooten verdienste hebben, die met hun' dood ophouden, bijv. wanneer de man en de vrouw beiden eene betrekking hebben of wel de man alleen en de vrouw een levenslang vruchtgebruik van een kapitaal.

Voor de berekening der kontante waarde, maandelijksche kontributie en tijdelijke kontributie voor deze soort van levensverzekering, moet volkomen dezelfde weg gevolgd worden als wanneer het eene eenvoudige levensverzekering op één persoon betreft; alleen moet weder voor de sterftetafel in de plaats genomen worden eene extinktietafel der paren, berekend met levensverzekering-sterfte.

Men kan begeeren dat het verzekerde kapitaal uitbetaald worde bij den dood van den eerst stervenden, of bij dien van den langst levenden.

In het eerste geval moet de extinktietafel berekend worden, konform hetgeen in § XI gezegd is, in het tweede geval even als in § XVI. [1])

---

§ XVIII.

Overlevingskapitaal.

De N. I. L. en L. Maatschappij sluit nog eene soort van verzekeringen, waarvan nog niet gehandeld is, nl. de verzekering van een kapitaal, betaalbaar bij overlijden van den verzekerde aan eenen bepaalden persoon, *mits die persoon nog in leven zij.*

De kontante waarde van zulk eene verzekering kan ligt afgeleid worden.

---

[1]) Zie echter hierover de zesde opmerking van Prof. Lobatto in het Naschrift.

Nemen wij aan, dat de verzekerde persoon oud is m jaren, en de bevoordeelde v jaren. Even als bij de afdeeling weduwenpensioen zal zekerheidshalve voor den verzekerde levensverzekering-sterfte, en voor den bevoordeelde lijfrente-sterfte moeten aangenomen worden.

Stel dus, dat de levensverzekering-sterftetafel voor eenen leeftijd van m jaar aangeeft l_m levenden, en de lijfrente-sterftetafel voor eenen leeftijd van v jaar l'_v levenden, dan vooronderstelle men, dat er $l_m \times l'_v$ personen van $m$jarigen ouderdom zich aanmelden. Nemen wij, tot duidelijker verstand der zaak, aan dat dit mannen zijn en de bevoordeelden hunne vrouwen.

Er zijn dus $l_m \times l'_v$ mannen, die eene zekere som I_v^m inleggen. Na een jaar zijn er van l_m mannen nog l_{m+1} over, dus van $l_m . l'_v \ldots l_{m+1} . l'_v$, ergo zijn er gestorven $(l_m - l_{m+1})\ l'_v$ mannen.

Deze $(l_m - l_{m+1})\ l'_v$ mannen hebben oorspronkelijk even zoo vele vrouwen gehad, doch na het einde des jaars zijn daarvan nog

$$(l_m - l_{m+1})\ l'_{v+1}$$

vrouwen over, die dus de f 100 moeten ontvangen.

Wij verdeelen deze vrouwen weder in 4 gelijke aantallen, en nemen aan, dat er bij het einde van elk kwartaal $\frac{1}{4}\ (l_m - l_{m+1})\ l'_{v+1}$ vrouwen betaald moeten worden.

Er moet verder na het einde des jaars over zijn $l_{m+1} . l'_{v+1} + I_{v+1}^{m+1}$ guldens, zijnde I_{v+1}^{m+1} de inleg voor mannen van $m + 1$ jaar, die eene dergelijke verzekering sluiten als de reeds genoemde I_m mannen, doch ten voordeele van l'_{v+1} vrouwen. Derhalve hebben wij de formule:

$$l_m . l'_v . I_v^m = \tfrac{1}{4}\left(\frac{10000}{10135} + \frac{1000}{1027} + \frac{10000}{10405} + \frac{1000}{1054}\right) 100\ (l_m - l_{m+1}) \times l'_{v+1} + \frac{1000}{1054}\ l_{m+1} . l'_{v+1} . I_{v+1}^{m+1}$$

$$= 96{,}755\ (l_m - l_{m+1})\ l'_{v+1} + \frac{1000}{1054}\ l_{m+1}.\ l'_{v+1}.\ I^{m+1}_{v+1},$$

en hieruit

$$I^m_v = \frac{l'_{v+1}}{l'_v}\left\{\frac{1000}{1054}\frac{l_{m+1}}{l_m}\ I^{m+1}_{v+1} + 96{,}755 - 96{,}755\ \frac{l_{m+1}}{l_m}\right\}.$$

De berekening naar deze formule is dus geheel analoog aan die voor de kontante waarde eener levensverzekering. Ook zijn voor de tabel: *enkele levensverzekering* reeds gebruikt de logaritmen van $\frac{1000}{1054}\ \frac{l_{m+1}}{l_m}$ en de getalwaarde van

$$96{,}755 - 96{,}755\ \frac{l_{m+1}}{l_m},$$

zoodat de berekening volgens de afgeleide formule geene zwarigheden oplevert.

(Batavia, *Maart* 1860).

NASCHRIFT.

Het hiervoren afgedrukte verslag is door het bestuur der maatschappij in handen gesteld van den bevoegdsten beoordeelaar in ons vaderland, nl. van prof. Lobatto te Delft die daarover een uitvoerig rapport heeft ingeleverd, waar hij paragraaf voor paragraaf aan eene kritiek onderwierp.

Dit rapport is mij weder door het bestuur toegezonden, met verzoek de aanmerkingen van prof. Lobatto te overwegen. Het resultaat daarvan heb ik in een uitgebreid stuk in de maand December ll. aan het bestuur ingezonden.

Over het algemeen was dat rapport goedkeurend; zijne aanmerkingen kwamen op de volgende hoofdpunten neder.

1°. *Hij heeft bezwaar tegen de reduktie van* 6 *tot* 5,4 *pCt. voor het in rekening brengen van de kosten der administratie.*

Deze aanmerking kan alleen uit een misverstand voort-

gesproten zijn. Waarschijnlijk heeft prof. Lobatto het zoo opgevat, dat het afnemen van $\frac{1}{10}$ der rente eerst na een zeker aantal jaren geschiedde; dit is het geval niet; het geschiedt telkens van elke interest die ontvangen wordt.

Betaalt iemand, die van de maatschappij geld opgenomen heeft, dus van *f* 100 kapitaal *f* 6 interest, dan wordt daarvan 0,60. afgenomen voor administratiekosten, en *f* 5,40 komt in de kas.

2°. *De berekeningen hadden spoediger en gemakkelijker kunnen geschieden door eerst op Europesche wijze de berekening in te rigten voor jaarlijksche termijnen, en daarna uit de elders verkregene tabellen, andere af te leiden, geldende voor de speciële bepalingen der maatschappij.*

Hierop heb ik in substantie het volgende geantwoord: Bij den overgang van de tabellen voor jaarlijksche termijnen tot die, geldende voor de speciële bepalingen der maatschappij, gebruikt Prof. Lobatto formulen waarin de koëfficiënten eenigzins afgerond zijn. Rondt men die koëfficiënten niet af, dan komt de bedoelde overgang hierop neder, dat de getallen uit de eerste tabel met een konstanten faktor vermenigvuldigd moeten worden, terwijl voor de lijfrente bij dat produkt een ander konstant getal moet opgeteld worden, (zie hierachter aanmerking I).

Al de berekeningen zijn volgens strikt juiste formulen gemaakt, en werden met logarithmen met vijf decimalen uitgevoerd; om dus die naauwkeurigheid niet weder te vernietigen, zou die konstante faktor ook tot in vijf decimalen moeten genomen en niet, zooals prof. Lobatto doet, afgerond worden; in dat geval zou de berekening niet of naauwelijks eenigermate bekort worden. Behalve dien heb ik, in het afleiden der formulen, mij voornamelijk op eenvoudigheid toegelegd. Zoo weinig mogelijk algebraische ontwikkelingen invoerende, heb ik door redenering meestal onmiddellijk tot de formule gebragt, en ik geloof dat ieder die algebraisch schrift verstaat, ook zonder eenig bezwaar het geheele opstel zal kunnen volgen.

Of bovendien hier of daar de berekenaars een weinig

meer tijd voor de berekening der tabellen besteed hebben, is van minder aanbelang; van het hoogste gewigt is het echter of de formules, waarnaar gerekend is, naauwkeurig zijn.

3°. *Mijne formule voor de berekening der maandelijksche kontributie voor eene levensverzekering is foutief.*

Ik meen in mijne wederlegging duidelijk te hebben bewezen dat dit oordeel rust op eene fout in eene der formulen van prof. Lobatto. Wordt de fout verbeterd, dan is de overeenkomst zoo goed als volkomen.

4°. *Mijne formule voor de berekening der maandelijksche kontributie van een weduwenpensioen is foutief.*

Op dit oordeel had de fout, waarvan zoo even gesproken is, invloed. Na verbetering dier fout, alles naauwkeurig berekenende, doch geheel volgens de methode van prof. Lobatto, is het verschil tusschen zijn resultaat en het mijne geheel van de tweede orde. Ofschoon ik in mijn antwoord op het rapport van prof. Lobatto mij door zijne redenering overtuigd verklaarde mij vergist te hebben, moet ik die verklaring, na eene herlezing, terugtrekken. Ook de uitkomst, dat het verschil tusschen zijn resultaat en het mijne van de *tweede* orde bleek te zijn, had mij hiertoe reeds eerder a priori kunnen doen besluiten, daar dergelijke verschillen, zooals ik in mijn antwoord ook heb aangetoond, ligt door een verschil in beschouwing ontstaan kunnen, en hunnen oorsprong hebben in het aannemen, dat de interest binnen het jaar enkel gerekend wordt, van jaar tot jaar echter zamengesteld. Na herhaalde overweging geloof ik, dat de redenering, door mij in XII gevolgd, geheel juist is.

5°. *De berekening eener afzonderlijke extinktie-tafel voor de afdeeling van eene lijfrente op den langst levenden van twee personen is onnoodig, aangezien de waarde dier lijfrente afgeleid wordt uit de kontante waarde der lijfrenten van den man en de vrouw afzonderlijk en de huwelijksrente, reeds berekend voor het weduwenfonds.*

Deze aanmerking vervalt door de bepaling, door den

ontwerper gemaakt, dat er twee sterftetafels, ééne voor lijfrente, en ééne voor levensverzekering zouden aangenomen worden. De huwelijksrente H_v^m, die voor de berekening der weduwenpensioenen gebruikt wordt, wordt berekend met levensverzekering-sterfte voor den man, en met lijfrente-sterfte voor de vrouw, terwijl de lijfrente op twee personen berekend wordt door voor beiden lijfrente-sterfte aan te nemen.

6°. *De kontante waarde eener verzekering op twee personen, betaalbaar bij den dood van den langst levenden kan evenzoo afgeleid worden uit die eener verzekering op twee personen, betaalbaar bij het overlijden van een der echtgenooten* V_v^m, *zonder dus eene nieuwe extinktie-tafel te berekenen.*

Voor de berekening eener verzekering op twee personen, betaalbaar bij den dood van den eerst stervenden en bij den dood van den langst levenden, wordt beide levensverzekering-sterfte gebruikt. De vergelijking van prof. Lobatto:

$$V_m + V_v - V_v^m$$

stelt zonder eenigen twijfel de verzekering voor op de beide paren, te betalen bij den dood der langst levenden, als:

V_m de waarde is eener verzekering op den man,
V_v » » » » » » de vrouw,
V_v^m » » » » » » beiden,

betaalbaar bij den dood van den eerst stervenden.

Zoo deze verzekeringstafel nog niet berekend mogt zijn, kan van de opmerking van Prof. Lobatto partij getrokken worden.

Batavia, 21 Mei 1863.

AANMERKINGEN. (*)

I. Hierboven is gezegd (blz. 200) dat de overgang van de tabellen, geldende voor jaarlijksche termijnen tot die, geldende voor de speciële bepalingen der maatschappij, hierop nederkomt, dat de getallen uit de eerste tabel met een' konstanten faktor moeten vermenigvuldigd worden, terwijl, bij de lijfrente, bij dat produkt nog een ander konstant getal moet opgeteld worden.

In het algemeen zal deze eigenschap bestaan met betrekking zoowel van de kontante waarden eener lijfrente, als eener levensverzekering, op verschillende wijzen van uitbetaling betrekking hebbende. Onderling zullen deze kontante waarden alle tot elkander herleid kunnen worden, door vermenigvuldiging met eenen konstanten faktor en door bij het produkt een ander konstant getal op te tellen. Nemen wij, om dit aan te toonen, de kontante waarden eener lijfrente en eener levensverzekering, welke beide de volgende gedaanten hebben

$$L_n = A + B\,\xi + \frac{\xi}{r}\,L_{n+1} \quad , \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$V_n = C + D\,\xi + \frac{\xi}{r}\,V_{n+1} \quad , \ldots\ldots\ldots (2)$$

waarin A, B, C en D konstante getallen, ξ het gebroken $\frac{l_{n+1}}{l_n}$ en r de verhouding voorstelt, waarin een kapitaal

(*) Onder het afdrukken bijgevoegd.

na een jaar vergroot wordt, bij ons 1,054, — dan zullen V_n en L_n altijd door eene lineaire vergelijking verbonden zijn:

$$L_n = E\,V_n + F\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

in welke vergelijking E en F insgelijks konstante getallen beteekenen.

Om dit aan te toonen, merke men op, dat evenzoo ook

$$L_n + 1 = E\,V_n + 1 + F\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

moet zijn. Vermenigvuldigt men nu de vergelijking (2) met E, en telt men bij hare beide leden F op; substitueert men verder (3) en (4) beide in (1), dan verkrijgt men:

$$E\,V_n + F = CE + F + DE\,\xi + \frac{\xi}{r}\,E\,V_n + 1\,,$$

$$E\,V_n + F = A + B\,\xi + \frac{\xi}{r}\,F + \frac{\xi}{r}\,E\,V_n + 1\,,$$

en trekt men deze twee vergelijkingen van elkander af:

$$0 = CE + F - A + \left(DE - \frac{F}{r} - B\right)\xi.$$

Is onze stelling waar, dan moet aan deze vergelijking voldaan kunnen worden, wat ook de waarde van ξ zij. Dit kan zeer ligt. E en F zijn onze twee onbekenden. Bepalen wij die nu zoodanig, dat

$$CE + F - A = 0$$

en

$$DE - \frac{F}{r} - B = 0$$

is, dan is aan die vereischte voldaan. De oplossing dezer vergelijkingen geeft:

$$E = \frac{A + Br}{C + Dr}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$F = r \times \frac{AD - BC}{C + Dr} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Zie hier eenige toepassingen van dit beginsel. Onze formule voor de kontante waarde eener lijfrente is

$$L_n = 52{,}80\tfrac{1}{3} + 43{,}9515\,\frac{l_n + 1}{l_n} + \frac{1000}{1054}\,\frac{l_n + 1}{l_n}\,L_n + 1\,,$$

de formule voor lijfrente met jaarlijksche termijnen is, als wij Λ in plaats van L gebruiken:

$$\Lambda_n = \frac{100}{1{,}054}\,\frac{l_n+1}{l_n} + \frac{1000}{1054}\,\frac{l_n+1}{l_n}\,\Lambda_n + 1\,.$$

Wij hebben dus

$$A = 52{,}80\tfrac{1}{3}\,, \qquad B = 43{,}9515\,,$$

$$C = 0\,, \qquad D = \frac{100}{1{,}054}\,,$$

en vinden hiermede

$$L_n = 0{,}99128\ \Lambda_n + 52{,}80\tfrac{1}{3}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ 7)$$

hetwelk de formule is, door prof. Lobatto bedoeld, waarmede de resultaten, geldende voor jaarlijksche termijnen, herleid worden tot die voor de speciële bepalingen der maatschappij.

Een tweede voorbeeld wordt door de kontante waarde eener levensverzekering gegeven. Onze formule is:

$$V_n = 96{,}755 - 96{,}755\,\frac{l_n+1}{l_n} + \frac{1000}{1054}\,\frac{l_n+1}{l_n}\,V_n + 1\,,$$

terwijl voor jaarlijksche termijnen de formule geldt:

$$\mathfrak{V}_n = \frac{100}{1{,}054} - \frac{100}{1{,}054}\,\frac{l_n+1}{l_n} + \frac{1000}{1054}\,\frac{l_n+1}{l_n}\,\mathfrak{V}_n + 1\,.$$

Daar hier $B = -A$ en $D = -C$ is, wordt $AD - BC = 0$, derhalve $F = 0$ en $E = \frac{A}{C} = 0{,}96755 \times 1{,}054 = 1{,}0198$, dus

$$V_n = 1{,}0198\ \mathfrak{V}_n \quad \ldots\ldots\ldots\ (8)$$

Verbindt men eindelijk onze formule voor L_n, met die van V_n, dan verkrijgt men

$$L_n = 1888{,}5 - 18{,}973\ V_n$$
$$= 18{,}885\ (100 - 1{,}0046\ V_n) \quad \ldots\ldots\ (9)$$

Vergelijkt men deze formule met die, welke in § V is afgeleid, dan ziet men dat, overeenkomstig de noot op blz. 180, de waarde in § V 1,009 maal grooter is, dan bovenstaande. Deze toch, met 1,009 vermenigvuldigd, geeft

$$19{,}055\ (100 - 1{,}0046\ V_n)\,,$$

terwijl § V heeft

$$19{,}051\ (100 - 1{,}0045\ V_n)\ .$$

Het kleine, hiertusschen bestaande verschil, valt geheel in de kategorie van verschillen van de tweede orde, waarvan op blz. 201 sprake geweest is.

II. Ik zal hier nog de formulen bijvoegen, die dienen om door eene direkte berekening de kontante waarde eener levensverzekering of lijfrente te berekenen.

Hiervoor is welligt de eenvoudigste weg deze:

1°. Men deele het aantal levenden voor elk levensjaar door de zooveelste magt van den rentefaktor (bij ons 1,054) als het levensjaar bedraagt; de uitkomsten plaatst men in eene kolom, naast de sterftetafel.

2°. Men telle deze getallen van onderen af op, en plaatsen de sommen er naast, in eene derde kolom.

Noemen wij de getallen in deze kolommen $\mathfrak{R}$ en $\mathfrak{S}$, en duiden wij weder door eenen onder aan geplaatsten index het levensjaar aan, waartoe zij behooren, of, in stelkunstig schrift, laat

$$\mathfrak{R}_n = \frac{l_n}{r^n},$$

$$\mathfrak{S}_n = \frac{l_n}{r^n} + \frac{l_n+1}{r^n+1} + \frac{l_n+2}{r^n+2} + \ldots\ \frac{l_\infty}{r^\infty}\ .$$

Dan is voor jaarlijksche termijnen:

$$A_n = 100 \times \frac{\mathfrak{S}_n+1}{\mathfrak{R}_n},$$

$$V_n = 100\left(\frac{1}{r} - \frac{r-1}{r}\cdot\frac{\mathfrak{S}_n+1}{\mathfrak{R}_n}\right) = \frac{100}{r} - \frac{r-1}{r}\cdot A_n\ ;$$

derhalve, voor onzen rentestandaard:

$$L_n = 99{,}128\ \frac{\mathfrak{S}_n+1}{\mathfrak{R}_n} + 52{,}80\tfrac{1}{3},$$

$$V_n = 101{,}98\left(\frac{1}{r} - \frac{r-1}{r}\cdot\frac{\mathfrak{S}_n+1}{\mathfrak{R}_n}\right),$$

of wel

$$V_n = 96{,}755 - 5{,}2248 \frac{\mathbf{S}_n + 1}{\mathbf{R}_n} .$$

III. Met betrekking tot § X geldt nog dezelfde aanmerking, die ik zelf in § XIII heb gemaakt, dat namelijk O_{16}, als zijnde de kontante waarde eener tijdelijke lijfrente, berekend kan worden door de formule, in § V gegeven, derhalve voor de beide gevallen van opvoedingsfonds:

$$O_{16} = L_{16} - \left(\frac{1000}{1054}\right)^7 \cdot \frac{l_{23}}{l_{16}} L_{23} ,$$

en

$$O_{16} = L_{16} - \left(\frac{1000}{1054}\right)^4 \cdot \frac{l_{20}}{l_{16}} L_{20} .$$

Daar echter de omslagtiger formulen, die in den tekst zijn medegedeeld, werkelijk gebruikt zijn, zoo heb ik er niets in willen veranderen.

IV. Ik acht het hier de plaats, op te merken dat, ofschoon het eerste hoofdstuk van dit verslag, » over de aangenomene sterftetafels," grootendeels door mij opgesteld is, ik echter bij de zamenstelling dier sterftetafels slechts eene raadgevende stem gehad heb, zoodat de verdienste, zoowel als de verantwoordelijkheid dier zamenstelling, geheel aan den ontwerper-direkteur der maatschappij en aan de speciale kommissie komen, aan wier oordeel hij de ontworpene sterftekansen onderwierp.

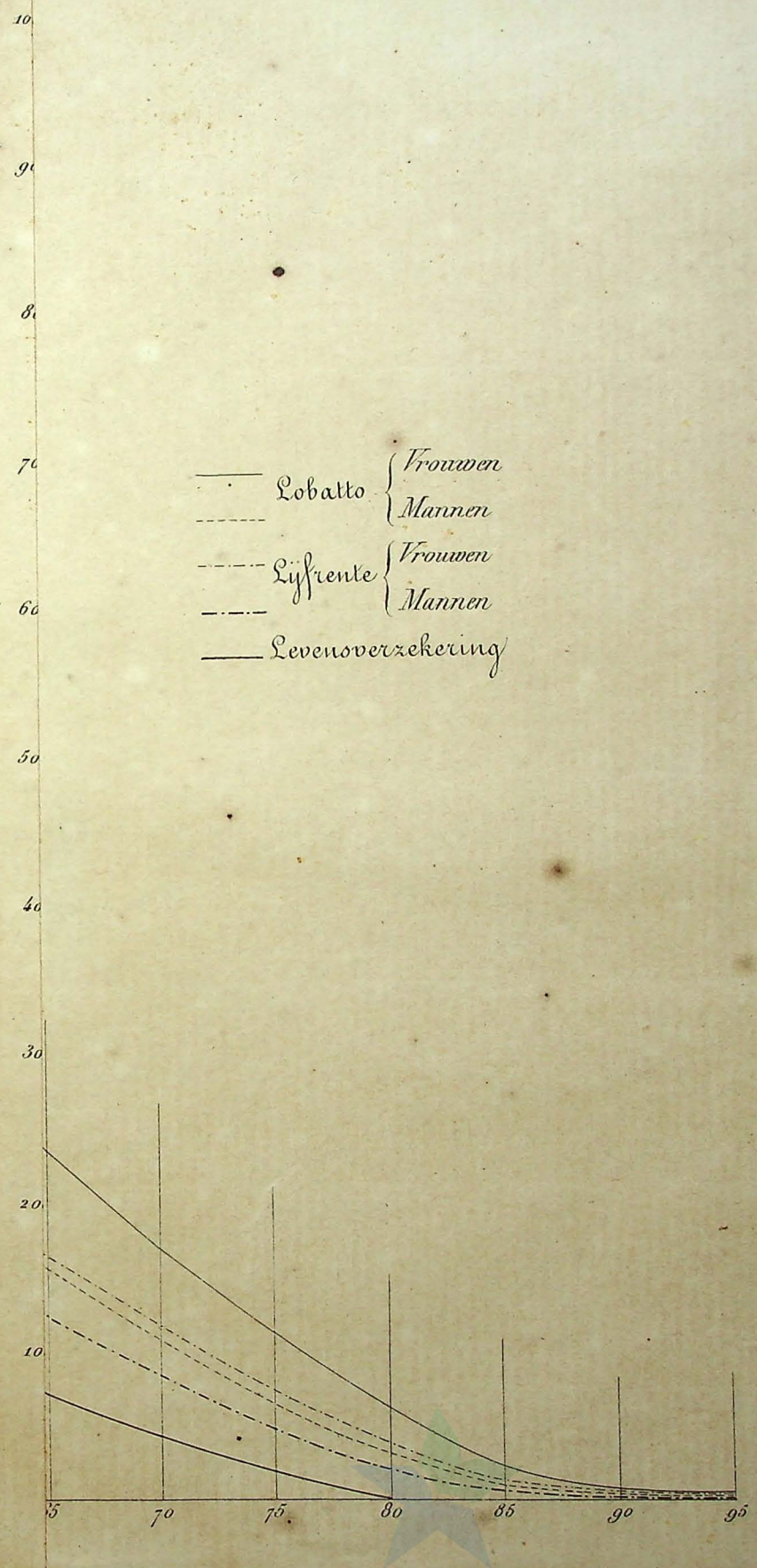
V. Ziehier eindelijk een extrakt uit de bedoelde sterftetafels.

Ouderdom	Lijfrente.		Levensverzekering. Mannen en vrouwen	LOBATTO.	
	Mannen	Vrouwen		Mannen	Vrouwen
0	7084	7084	100000	10000	10000
5	6002	6002	77707	6002	6574
10	5641	5641	68929	5641	6265
15	5503	5503	60735	5503	6130
20	5311	5311	53110	5311	5971
25	4893	4911	46037	4924	5692
30	4417	4511	39500	4540	5347
35	3988	4111	33483	4202	4981
40	3532	3711	27969	3814	4600
45	3097	3311	22943	3433	4241
50	2639	2911	18387	2994	3847
55	2180	2511	14284	2538	3407
60	1713	2100	10619	2051	2948
65	1270	1660	7376	1561	2379
70	870	1201	4536	1093	1765
75	504	766	2083	644	1127
80	246	395	0	317	572
85	87	143		118	213
90	20	35		35	61
95	0	0		10	19

Naar de cijfers in deze tabel zijn de hierbij gevoegde sterftelijnen gekonstrueerd.

Batavia, 17 September 1863.

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI.


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
Lobatto { Vrouwen / Mannen
Lijfrente { Vrouwen / Mannen
Levenoverzekering
65
70
75
80
85
90
95

V. Ziehier eindelijk een extrakt uit de bedoelde sterftetafels.

Ouderdom	Lijfrente.		Levensverzekering. Mannen en vrouwen	LOBATTO.	
	Mannen	Vrouwen		Mannen	Vrouwen
0	7084	7084	100000	10000	10000
5	6002	6002	77707	6002	6574
10	5641	5641	68929	5641	6265
15	5503	5503	60735	5503	6130
20	5311	5311	53110	5311	5971
25	4893	4911	46037	4924	5692
30	4417	4511	39500	4540	5347
35	3988	4111	33483	4202	4981
40	3532	3711	27969	3814	4600
45	3097	3311	22943	3433	4241
50	2639	2911	18387	2994	3847
55	2180	2511	14284	2538	3407
60	1713	2100	10619	2051	2948
65	1270	1660	7376	1561	2379
70	870	1201	4536	1093	1765
75	504	766	2083	644	1127
80	246	395	0	317	572
85	87	143		118	213
90	20	35		35	61
95	0	0		10	19

Naar de cijfers in deze tabel zijn de hierbij gevoegde sterftelijnen gekonstrueerd.

Batavia, 17 September 1863.

PERPUSTAKAAN NASIONAL RI

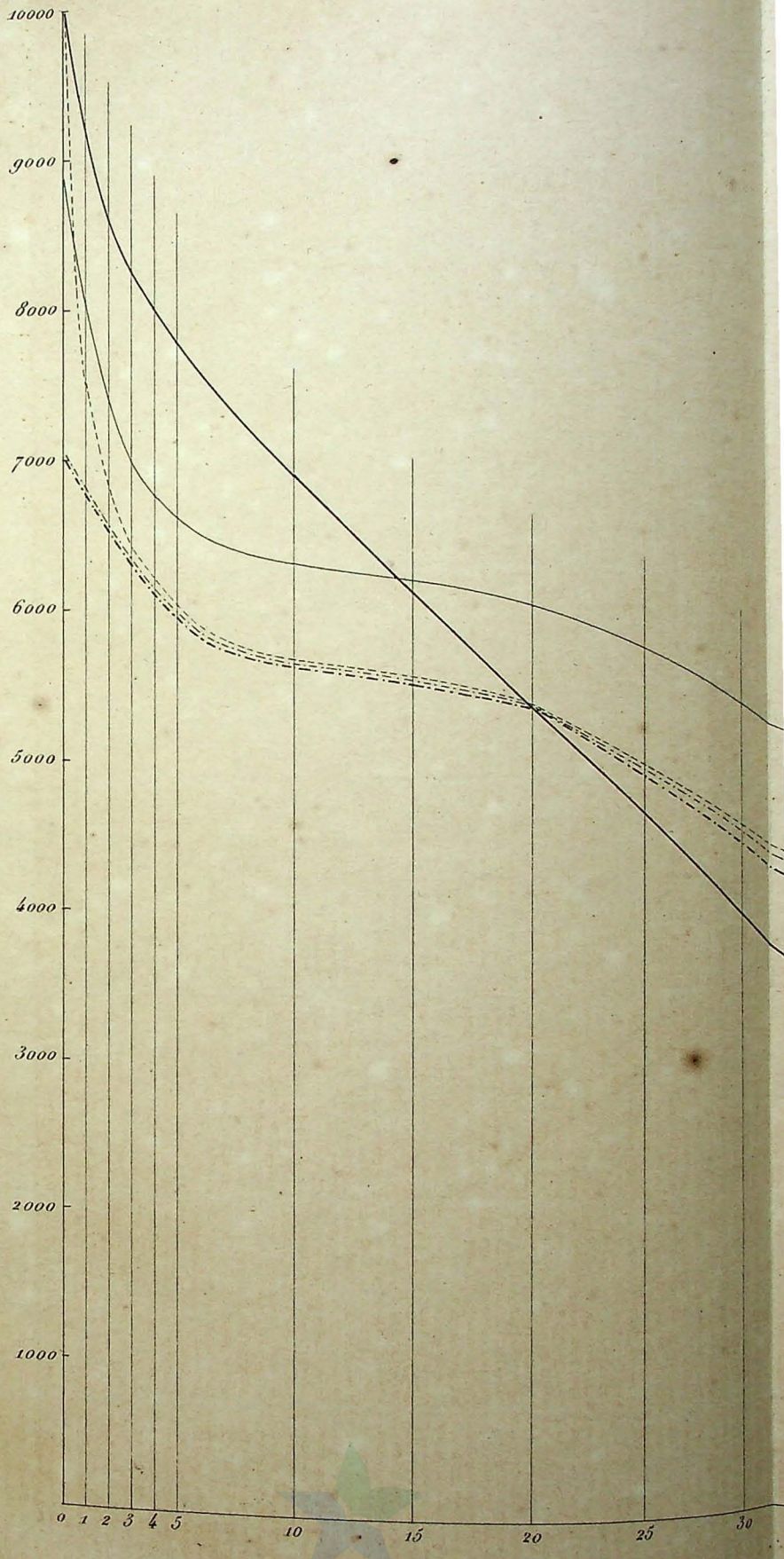
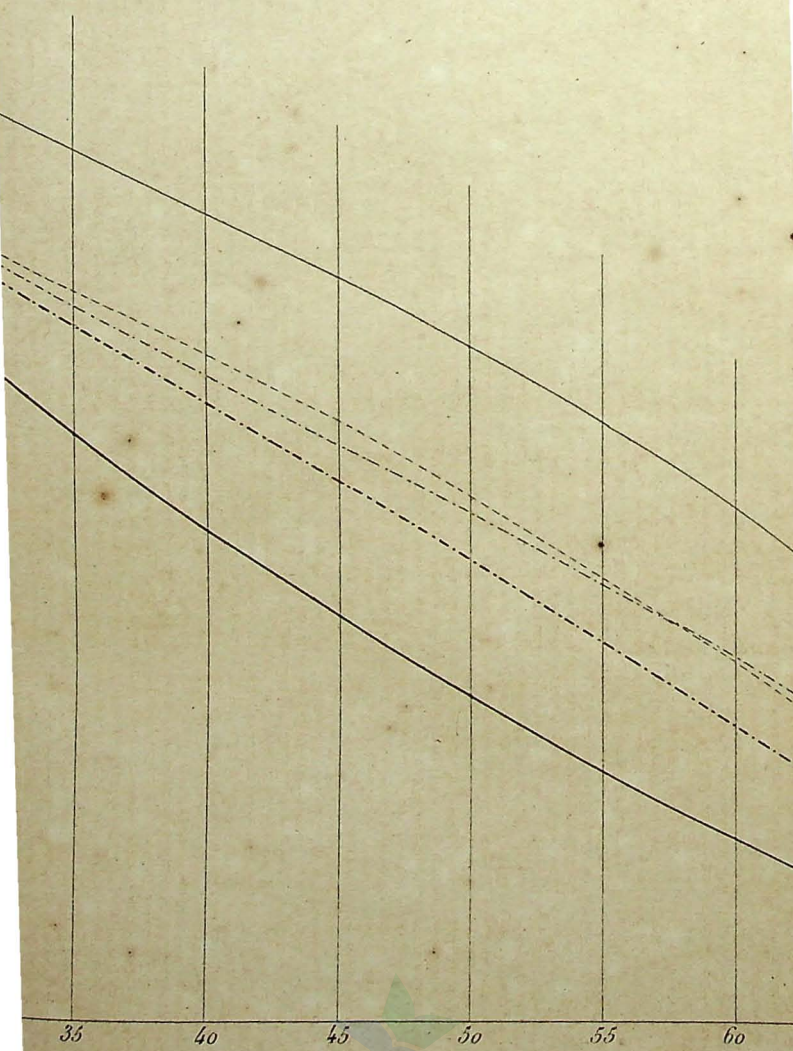

10000
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
1
2
3
4
5
10
15
20
25
30

Fig: 1.

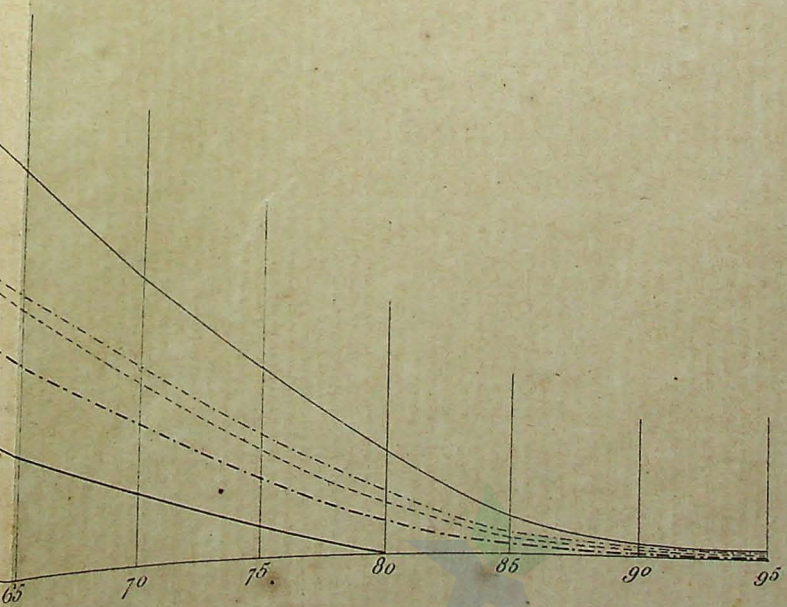
Sterfte-lijnen, oorspronkelijke figuur.



Lobatto { Vrouwen / Mannen

Lijfrente { Vrouwen / Mannen

Levensverzekering



Lembaga Kebudajaan Indonesia
„Bataviaasch Genootschap
van Kunsten en Wetenschappen"

Lembaga Kebudajaan Indonesia

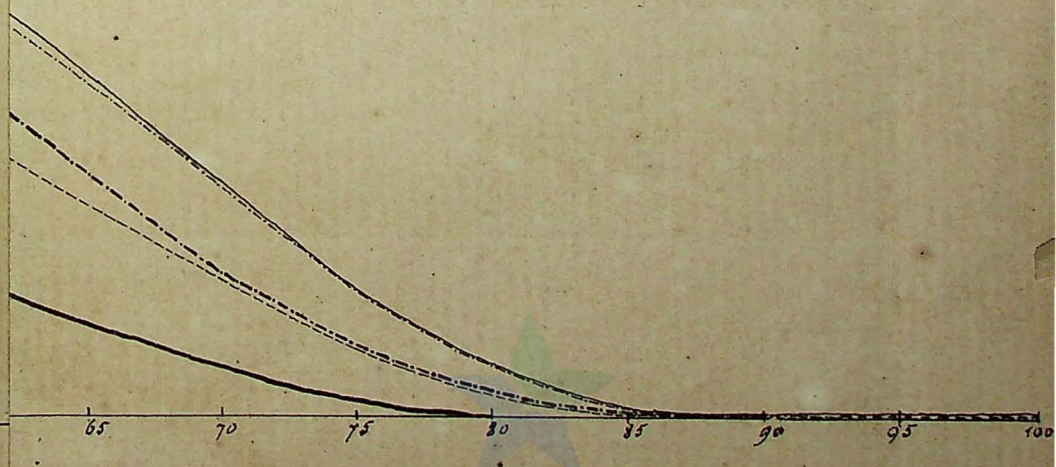
van Kunsten en Wetenschappen"

10,000.

Lijfrente { Vrouwen / Mannen

Lobatto { Vrouwen / Mannen

Levens-verzekering




Sterfte-lijnen.
5
10
15
20
25
30

Fig: 2.

het aantal geborenen bij allen gelijk =



10,000.

Lijfrente { Vrouwen / Mannen

Lobatto { Vrouwen / Mannen

Levensverzekering




Lobatto
Vrouwen
Mannen
Lijfrente
Vrouwen
Mannen
Levensverzekering
70
75
80
85
90
95
100